

ESTUDIO DE LOS POLINOMIOS DESDE UNA PERSPECTIVA DE LA MATEMÁTICA ELEMENTAL

Honorio Escobar y Carmen Valdivé

Unidad Educativa Carorita Abajo y UCLA (Venezuela)

honorioescobargamez@yahoo.es y valfer16@yahoo.com

Pensamiento Algebraico. Básico. Etnográfico/Interpretativo

RESUMEN

El trabajo tiene como propósito describir cómo construyen los alumnos, el concepto de polinomio. Aunque el estudio está sustentado en la Teoría Cognitiva Pensamiento Matemático Avanzado (P.M.A) desarrollada por Tall y Dreyfus, muy específicamente en la matemática elemental (Calvo, 2001), hubo la necesidad de realizar análisis didáctico y epistemológico desde otros marcos teóricos (Socioepistemología) en ausencia desde la psicología de resignificar una noción y recuperar la complejidad de los objetos estudiados (Colin, Martínez y Farfán, 2006). Metodológicamente, se ubica en el paradigma cualitativo, es de tipo descriptiva, exploratoria e interpretativa. Como actores elegimos una sección de 8vo Grado de una Unidad educativa de Barquisimeto. Para la recogida de la información utilizamos un Cuestionario Inicial (Ci) y un Cuestionario Final (Cf). El análisis y organización de la información lo hicimos a través de matrices y redes sistémicas acorde con el método inductivo, tal como lo plantea Rodríguez, Gil y García (1999). Para comparar y analizar la información hicimos los siguientes análisis acorde con el modelo socioepistemológico: (a) Didáctico: desde los libros de textos que usan los docentes de esa institución y la clase del profesor; (b) epistemológico (Boyer, 2003; Kieran, 2006) y (c) cognitivo (Ci y Cf). Diseñamos y desarrollamos algunos elementos didácticos para mediar el concepto y resignificar la noción, a tres alumnos a fin de observar cómo logran aprender y asimilar de manera significativa la noción de polinomio. Las descripciones aportadas desde el análisis didáctico, cognitivo y epistémico se podrían resumir: a) El discurso escolar usa indistintamente la noción como polinomio, función polinómica y expresión polinómica en un contexto algebraico; (b) La historia permitió acercarnos a la forma como surgió la noción del concepto y su evolución en cada cultura, observándose el uso indistinto de ella tal como lo hace el discurso escolar; y (c) los actores comprenden y asimilan el concepto cuando trabajan de la aritmética al álgebra en diferentes contextos, otorgándole diferentes significados a la noción, consiguiendo con ello una ruptura desde sus prácticas aritméticas al campo del álgebra.

Palabras clave: Polinomio, análisis cognitivo, epistemológico y didáctico.

SITUACIÓN DE ESTUDIO

En la tercera etapa de la Educación Básica y en Media Diversificada y Profesional, los educandos comienzan a adquirir los conocimientos necesarios para el aprendizaje de la matemática. En este período se da, según lo propone el currículo oficial, un proceso de transición del pensamiento operativo concreto al lógico formal. Se proponen actividades de manera gradual, que permitirían que el alumno logre las destrezas y habilidades para la comprensión del carácter formal del conocimiento y de la adquisición del lenguaje matemático. El educando a través de su propio pensamiento va a estar en capacidad de seguir procesos ordenados y estructurados, que ayuden a la solución de problemas y contribuya al desarrollo de la intuición matemática. Tal planteamiento está en correspondencia por lo expresado por Tall (1991). Sin embargo, la realidad que encontramos en las aulas de clases, es otra.

El programa oficial de matemática de la tercera etapa de Educación Básica, está estructurado siguiendo una secuencia que introduce los diferentes contenidos ordenados de acuerdo a una

prelación. Un contenido específico que se estudia a nivel de octavo grado es el de “los polinomios en una variable y coeficientes en Q ”. Al iniciar el estudio de esta noción, los estudiantes presentan una serie de dificultades, por lo que nos preocupa cómo comenzar la enseñanza de este concepto en particular, que por lo general el aprendizaje no refleja lo expresado por Tall y el programa oficial en el párrafo anterior.

Nuestro interés surge a partir de las concepciones de estudiantes de un nivel educativo sobre la noción de polinomios, y, no siendo el sistema didáctico nuestro objeto de estudio, reconocemos la importancia del estudio de *fenómenos didácticos*; es decir aquellos fenómenos que suceden al seno del sistema didáctico conformado con la intención comunicar contenidos, métodos y significados matemáticos, de entre los cuales se derivan los *fenómenos ligados a las concepciones y representaciones de los estudiantes*.

Al respecto, Sánchez y Guerrero (2004) indican que los educadores hacen un inventario de estrategias metodológicas y didácticas, incluso buscan ayuda en bibliografía de didáctica de la matemática, estando en una permanente búsqueda de explicaciones y soluciones a la dificultad que presentan los alumnos en el tema de los polinomios. Se cree señalan los autores, que algo está pasando con los estudiantes, ya que confunden los procedimientos, cometen muchos errores e incluso no pueden explicar lo que hicieron. Sin embargo, algunas corrientes psicológicas (Da Rocha, 1997) postulan que los estudiantes de matemática necesitan trabajar con modelos y hechos concretos que contribuyen a darle significado a los conceptos y principios matemáticos para que puedan así comprender las estructuras matemáticas abstractas y simbólicas.

Otra situación que se debe considerar, es que los alumnos en el área del álgebra trabajan con variables, incógnitas y resolución de ecuaciones, no logrando con ello procesos de simbolización. Esto crea dificultades porque se hace un cambio convencional en la notación, con respecto a la que usa en la aritmética, sobre todo en las interpretaciones que los estudiantes hacen de la letra en cualquier contexto matemático, especialmente en los polinomios (Leal, 2000; Booth, 1988; Loreto, 1993).

La situación anterior nos lleva a reflexionar ¿Por qué se debe repasar nuevamente los polinomios a nivel de quinto año? ¿Será que el tiempo dedicado al estudio en octavo grado no es suficiente, lo cual hace que se olvide su aprendizaje? ¿Intervendrá de alguna forma el conocimiento adquirido por los alumnos de un “lenguaje aritmético”, en oposición a los nuevos conocimientos algebraicos que se desarrollan en el campo de los polinomios?

El análisis de una problemática de enseñanza y aprendizaje de la matemática es afectado por la concepción del conocimiento que subyace a la intervención de los procesos de construcción. Tal concepción pone la atención a aspectos del contenido matemático que definen dichos procesos. Como ejemplos de ellos tenemos los procesos cognitivos que un individuo realiza ante un problema matemático o el papel de las interacciones (entre individuos) para realizar tales procesos cognitivos, donde los escenarios socioculturales proveen consideraciones sobre las distintas formas de los procesos. Con ello se logra entender por qué aparecen diferentes procedimientos en un mismo contenido matemático. Pero no así, por qué éstos se hicieron un conocimiento institucional, que son luego un producto material social que tenemos que enseñar y aprender, cómo es que los grupos se organizan y de qué se valen para constituirlo, cuáles son las colecciones metódicas de los principios de su organización para tal fin. (Cordero, 2006; Colin, Martínez y Farfán, 2006)

La temática abordada corresponde al eje *pensamiento algebraico y la transición del aritmético al algebraico*, por cuanto constituye un campo interesante para analizar las diferentes competencias cognitivas y procedimentales requeridas a un sujeto para responder a las situaciones que requieren esa transición. De este modo, el trabajo se presenta como un espacio

para el desarrollo de la Didáctica de la Matemática en el nivel básico y está orientado a estudiar cómo construyen los estudiantes la noción de polinomio con la confluencia de tres modelos teóricos.

REFERENTES TEORICOS

Como marco teórico para indagar la construcción de la noción de Polinomio en los alumnos se adopta la confluencia de *tres líneas teóricas*: La teoría cognitiva Pensamiento Matemático Avanzado (PMA) y la transición del Elemental al Avanzado, en lo específico de dos herramientas teóricas de investigación como lo es el esquema conceptual y la definición de un concepto matemático (Tall y Vinner, 1981; Calvo, 2000); la socioepistemología como una búsqueda de resignificar la noción y recuperar la complejidad de los objetos estudiados (Colin, Martínez y Farfán, 2006) y el pensamiento algebraico como una búsqueda del espacio del problema (Kieran, 2006; Kathryn y Murray, 2005). A continuación detallaremos brevemente cada una de ellas y su inserción en el trabajo como marcos conceptuales sensibilizadores que orientan el proceso investigativo.

La teoría psicológica PMA

Tall (1991) considera que desde un nivel psicológico más profundo todas las personas poseen métodos diferentes para examinar un concepto matemático, lo cual depende de las experiencias previas; por lo tanto cualquier teoría psicológica del pensamiento matemático debe considerar el contexto de la actividad humana mental y cultural. Así mismo, considera que la etapa elemental en matemática es aquella impartida a los alumnos durante todo el bachillerato y la etapa avanzada consiste en la enseñanza de la matemática a nivel universitario. Pero, entre ambas etapas se puede ubicar otra llamada etapa de transición que aparece en determinados momentos.

Según Calvo (2001), la caracterización de la matemática elemental se da en base a tres aspectos: (a) Desde los conceptos tratados se puede indicar que en esta etapa se trabaja con conceptos elementales y la estructura cognitiva del estudiante se desarrolla poco, ya que las actividades en clase son netamente algorítmicas; (b) De acuerdo a los procesos de pensamiento como son la abstracción, el análisis, la categorización, conjeturación, definición, formalización, generalización y demostración se les da poco uso en la etapa elemental, incluso se carece del proceso de abstracción formal; es decir, que no se dedica mucho tiempo a desarrollar estos procesos en los estudiantes y (c) Según las estrategias de enseñanza en el aula se puede mencionar que se basa en la resolución de problemas donde no se realizan justificaciones, las tareas son rutinas permanentes y no se hace uso de la teoría con la práctica.

Por otra parte desde esta teoría cognitiva se considera como *definición de concepto matemático*, “a una secuencia de palabras o símbolos, fruto de la evolución histórica” (Azcarate y Camacho, 2003). Para cada concepto el individuo posee un esquema conceptual asociado, ya sea de tipo formal e informal (Tall, 2001). Para Tall y Vinner (1981) *el esquema conceptual* es la estructura cognitiva total que tiene una persona asociado a un concepto y contiene todas las imágenes mentales, las representaciones y procesos.

La Socioepistemología

La socioepistemología es una aproximación sistémica que permite abordar las producciones y difusiones del conocimiento en una perspectiva múltiple, integrando el estudio de las interacciones entre la epistemología del conocimiento, su dimensión sociocultural, los procesos cognitivos asociados y los mecanismos de institucionalización vía la enseñanza.

De acuerdo con la perspectiva sistémica, la descripción de las concepciones se encuentra estrechamente ligados a los aspectos escolares y a la naturaleza y significados de la noción. Así la tesis socioepistemológica parte de la premisa de que las prácticas sociales son las generadoras del

conocimiento matemático a través de los diversos procesos de institucionalización con ello se puede identificar la matemática escolar, analizar el discurso matemático escolar y formular un rediseño del discurso matemático escolar como una respuesta a la problemática. El planteamiento anterior, según Cordero (2006, pag. 830), “no soslaya los conceptos, por el contrario se les ubica en otro estatus epistemológico en el modelo del conocimiento consistente con la intervención de la práctica social”.

Tales reflexiones, en síntesis, viene a dar cuenta que no es posible creer que el conocimiento matemático es producto de una persona (o de algunas) y que la sociedad volteea a ver tal conocimiento como importante por lo que tiene que aprenderlo y enseñarlo. Por el contrario, la sociedad misma, en su sentido más amplio, es y ha sido la productora del conocimiento matemático a través de la institucionalización. Con la revisión realizada en los planos histórico - epistemológico, didáctico, cognitivo y social se establecen los principios básicos para cada momento, en lo específico de la construcción de una noción matemática, desde la aproximación socioepistemológica (Colin, Martínez y Farfán, 2006). Esta premisa fue considerada en nuestro trabajo y se ponen en práctica en el desarrollo metodológico los tres primeros análisis.

Pensamiento Algebraico

Según Kieran (2006), el aprendizaje y la enseñanza del álgebra ha sido siempre una corriente fundamental y vibrante de las investigaciones llevadas a cabo dentro de la comunidad del PME, desde la primera conferencia del PME. Al inicio las investigaciones tendieron a enfocarse en conceptos algebraicos y procedimentales, en la resolución de problemas de la enseñanza del álgebra y en las dificultades de los estudiantes en etapa de transición de la aritmética al álgebra. La letra como símbolo fue el primer tema investigado y el marco teórico fue más allá de la teoría piagetana; sin embargo investigaciones del PME trataron otros temas, como el uso de las herramientas tecnológicas. Esto se puede ver a lo largo de los 30 años de historia del PME. Los principales temas se pueden mostrar cronológicamente de acuerdo a los grupos que emergieron durante los 30 años de historia del PME, desde 1977 hasta 2006 lo resumimos a continuación:

Desde 1977 hasta 2006 los grupos de temas que emergieron. (a) “Transición de la aritmética al álgebra, variables e incógnitas, ecuaciones, resolución de ecuaciones, y problemas de la enseñanza del álgebra”. ***A mediados de 1980 hasta 2006***, los temas que emergieron (a) Uso de herramientas tecnológicas con un enfoque sobre representaciones múltiples y generalización. ***Finalmente a mediados de 1990 hasta 2006***, (a) Pensamiento algebraico en estudiantes de la escuela primaria, con un enfoque sobre el álgebra y su enseñanza, (b) modelizando situaciones físicas y otros ambientes dinámicos en el álgebra

Nos interesa resaltar el trabajo del primer grupo de investigaciones. Desde el comienzo del PME en 1977 se enfoca en la transición de la aritmética al álgebra, sobre variables, incógnitas, ecuaciones, resolución de ecuaciones y problemas de enseñanza del álgebra. En este período, la comunidad de investigadores de álgebra del PME se interesa por el pensamiento de los estudiantes, los métodos y procedimientos. Los resultados muestran que el papel del álgebra en la escuela fue estándar. El desarrollo histórico del álgebra como un sistema de símbolos sirvió como fondo para los investigadores, mediante la utilización de un simbolismo así como también como marco teórico para interpretaciones empíricas en investigaciones sobre la enseñanza del álgebra.

Especial interés para nuestro trabajo consiste en retomar la perspectiva adicional en esa época; es decir, la visión del álgebra como una generalización de la aritmética. Se interpreta en esta época, que el álgebra había sido derivada desde sus inicios, de la aritmética. Se esperaba que los estudiantes aprendieran a mirar estructuras similares y equivalencias en las expresiones que transformaban. Sin embargo, hizo que esos símbolos y signos en álgebra fueran interpretados

diferentes a la forma como fueron interpretados en aritmética, creando conflictos en los estudiantes que están comenzando en álgebra (Kieran, 2006, pag. 14). Esta *situación fue considerada en nuestro trabajo*.

El segundo grupo de investigaciones, centró la atención en el desarrollo de temas que reflejaron un interés en el álgebra como generalización y un enfoque sobre representaciones múltiples. En este período, el énfasis que había en estudiar la letra como símbolo, comienza a experimentar algunos cambios y el estudio sobre funciones comienza a fusionarse en las investigaciones. (Kieran, 2006, pag. 18).

El tercer grupo de investigaciones se interesó por el pensamiento algebraico en estudiantes de la escuela primaria, sobre los profesores y su enseñanza en el álgebra, así como también en el aprendizaje del álgebra dentro de un ambiente dinámico, modelando situaciones físicas. Con la extensión del álgebra basada en la ecuación para incluir funciones y modelando situaciones del mundo real por varias representaciones funcionales, permite manejar la idea de que el álgebra podría ser accesible a más estudiantes. Investigaciones en el desarrollo del pensamiento algebraico en la escuela primaria comienzan a ser presentadas en el PME a mediados de los años 90. Al mismo tiempo hubo un importante incremento en la cantidad de investigaciones que involucran a los profesores de álgebra.

Nuevas perspectivas teóricas, indica Kieran, han ido surgiendo en el presente con las investigaciones dentro del álgebra, en un intento por tomar diversas dimensiones en la enseñanza, en particular los roles que juegan los gestos, el movimiento y el lenguaje en el aprendizaje lo que ha dado importantes cambios. (Kieran, 2006, pag 34).

GUIA DEL PROCESO INVESTIGATIVO

La investigación se enfoca en el paradigma cualitativo. La misma es de tipo descriptiva, exploratoria e interpretativa. Es interpretativa, ya que través de este paradigma se estudian los sujetos en su propio contexto, respetando sus actuaciones, puntos de vista y respuestas a cada una de las actividades con el propósito de valorar sus conocimientos matemáticos y poder encontrar elementos que contribuyan a aproximarnos a los esquemas conceptuales evocados cuando se les presentan una situación matemática (Ruiz, 1996).

Se asume el método inductivo, donde parte del diseño de la investigación correspondiente al análisis de la información obtenida es emergente, ya que la misma se fue redimensionando a medida que se obtiene la información (Valdivé, 2005). También todo el proceso estuvo orientado a elaborar una descripción como conclusión de las explicaciones, significado e interpretación de las respuestas dadas por los sujetos, del análisis epistemológico y didáctico, tal como lo expresa Rodríguez, Gil y García (1999).

El plan de trabajo se desarrolla en cuatro fases que hemos llamado *En busca de Significados*:

- 1) *Preparatoria*: en la cual se hace la revisión teórica, el análisis histórico epistemológico, el cuestionario, la escogencia de los escenarios (la institución, el aula) y los actores sociales (los estudiantes y el profesor).
- 2) *De campo*, para estudiar los esquemas conceptuales asociados a la noción de polinomio que evocan los estudiantes y el discurso del profesor cuando se media el concepto a través de observaciones no participante y participante y aplicación de un cuestionario antes de iniciar y al finalizar la construcción de la noción por parte del profesor.
- 3) *De Análisis*, consistente en la interacción entre la información y el investigador. El análisis de la información se hizo al desarrollar cuatro actividades, acordes con el método inductivo, siguiendo lo propuesto por Rodríguez, Gil, y García (1999):

(a) *Fragmentación de la información.* Se redujo la información de la siguiente manera: a) una evolución histórica de la noción, b) una transcripción del desarrollo de la clase y de los textos por unidades de análisis y c) la aplicación de algunos elementos didácticos para aproximarnos los esquemas conceptuales evocados durante el desarrollo de la misma. Para esta actividad, se separó la información en unidades de análisis. Se siguieron los criterios temporales, temáticos y sociales en cada uno de los análisis (cognitivo, epistemológico y didáctico). Para el *temporal epistemológico*, se segmentó la información tomando referencias por siglos y épocas desde la aparición intuitiva de la noción en el antiguo Egipto hasta el siglo XVIII, época donde se da la definición analítica, se consideraron tres períodos históricos resaltantes. Para el *temporal didáctico*, la información se segmentó enumerando las líneas en la transcripción de la clase del profesor, para los libros de texto tomando en cuenta las actividades en las que iban apareciendo la noción y los conceptos asociados al tópico y finalmente para el *temporal cognitivo* de los cuestionarios inicial y final (Ci y Cf) en función de lo que iba apareciendo en las respuestas dadas por los estudiantes.

Para el *criterio temático*, se consideraron las situaciones, las actividades, los procedimientos, los métodos, que los matemáticos, los estudiantes, el profesor y los libros de textos que se utilizaron y desarrollaron. Finalmente para el *criterio social*, cada segmento diferenciado en los textos y transcripciones se pudo corresponder con información relativa a los matemáticos, estudiantes, profesor y materiales que otorgaron un significado diferenciado.

(b) *Identificación y clasificación de las unidades de análisis:* Para el análisis epistemológico, se examinó cada unidad de análisis (cada período histórico) para identificar en ellas, componentes temáticos que permitieron clasificarlas en una u otra categoría temporal, temática o social. La categorización es una herramienta utilizada en ésta tarea de análisis, pues se pudo clasificar conceptualmente las unidades que son cubiertas por un mismo tópico, en este caso, la noción de variable y función, los matemáticos que otorgaron significado en esa época y las nociones, métodos, situaciones, procedimientos y contexto siguiendo un procedimiento inductivo. Se hizo esto igualmente para el análisis didáctico.

(c) *Disposición y Organización de la Información:* Para el análisis epistemológico y didáctico se sitúan y transforman los períodos y las transcripciones en un conjunto organizado de información, presentándolos en forma de matriz. Ésta presenta procesos y productos, relaciones y agrupamientos conceptuales. Para el *análisis epistemológico*, se construyó para sintetizar los fragmentos en una misma categoría (los períodos históricos-columnas) para las diferentes presentaciones del tema, situaciones, método implementado, definiciones, argumentos y representaciones (filas). De igual forma en el *análisis didáctico*, se realizó para dar interpretaciones y ejemplos (columnas) a las diferentes presentaciones del tema, situaciones, método implementado, definiciones, argumentos y representaciones (filas), en los libros de texto y en la clase dictada por la profesora. Por último, en el *análisis cognitivo* para representar simultáneamente las respuestas dadas por los estudiantes en ambos cuestionarios (Ci y Cf). Algunos ejemplos mostramos a continuación:

a) Para el análisis cognitivo:

Actividades	Cuestionario Inicial	Cuestionario Final
4.1.a) ¿Con qué asocias la expresión $x+3$? b) ¿Qué te imaginas de esa expresión?	Un binomio (1), (3), (15), (26) Hay que graficar (2), (17), (19), (22), (23), (24), (28), (32) La incógnita más tres (4), (10), (13), (30) Con un despeje (6), (8), (9), (16), (27), (33)	Es un binomio (1), (2), (33) x^3+12x^2+x+3 (3), (12), (13), (15), (26) Parte de una ecuación o de un polinomio (4) En que tengo que despejar para hallar el valor de x (5), (9), (10), (11), (18), (23), (25) Con un monomio (7), (21), (27), (29) Una función (8), (31), (32)

3+3=6 (5), (11), (18) Es parte de una ecuación(12), (20), (31)	3+3=6 (14) Una suma de polinomios (17) Con una suma de incógnitas (20) Con un polinomio (22), (24) Una suma de un número más tres (30) No responden (6), (16), (19), (28)
---	--

Observación: En lo sucesivo (2) indica cuestionario dos. Se mantiene esta notación para hacer referencia a los alumnos.

b) Para el Análisis de los textos, programa oficial y clase del profesor sobre la estructuración de la noción polinomios. (un ejemplo)

Textos/ Categorías de análisis	Texto 1 Durán	Texto 2 Sarabia y Barragán	Texto 3 Breijo, Benigno y Domínguez Pablo	Programa (1987)	Clase del profesor 05-05-06
Presentación del concepto de polinomio	Comienzan el tema haciendo referencia a algunas situaciones de la vida real que involucran el concepto de función. Por ejemplo la siguiente formula de las ganancias de un hipermercado: $P(x) = 4000x - 20000$	Comienzan el tema indicando que se trata del estudio de las funciones polinómicas o polinomios.	Para comenzar el estudio de los polinomios, es necesario presentar una serie de conceptos generales, que permitan comprender el tema. Rama de la matemática llamada algebra.	Presentación de diversas funciones con dominio y rango en Q	Inicio: 10:09 vamos a trabajar con una parte de la matemática muy fuerte, parte muy abstracta.
Situaciones que se presentan.	Se presenta situaciones que involucran una función. Variable dependiente e independiente. Ejemplo Si se conoce el lado de un cuadrado, entonces se conoce su área $A = L^2$, el valor del área esta en función del lado.	Presentan algunos ejemplos de funciones: a) mediante un diagrama de Venn; b) , c), d) ,e) y f) en forma algebraica Ejemplo $g : \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$ $g(x) = 3X + 1$ notamos que: $g(0) = 3.0 + 1 = 1$ $g(-1) = 3. (-1) + 1 = -2$	Conceptos: Algebra y cantidades algebraicas, Signos: + o - Expresión algebraica Término Algebraico. Ejemplos $2x^2 - 1/2x + 5$	Informa que esas funciones son funciones polinómicas Ejemplo $f(x) = 2X + 3$ $g(x) = 3x^2 + 1/5x + 1$	Polinomios: varios- algebraica -Polis: significa varios -Nomios: cantidad algebraica -Cantidades conocidas o desconocidas Signos: + o - Potenciación Elementos de la potenciación. Ejemplo: Explica a^n

c) Para el análisis epistemológico de la noción de polinomios (dos culturas como ejemplo)

		Situaciones	Métodos	Definiciones	Argumentos	Representación
Antes de Cristo	Egipcia	Problemas prácticos y de áreas. Ejemplo Suma de casas, gatos, ratones, espigas.		Operaciones Aritméticas. Progresiones Geométricas	Los gatos eran animales sagrados en la cultura egipcia	
	Mesopotámica	Cálculos astronómicos. Problemas: Aritméticos, Algebraicos y Geométricos Ecuaciones lineales y cuadráticas	Sistema cuneiforme. La base de su sistema es el 60 Potencias sucesivas de un número dado Resolución de ecuaciones mediante los métodos que usan actualmente	Las expresiones: Longitud, anchura, área y volumen hacían el papel de las variables.	Buscaban encontrar las regularidades.	Construyeron mediante una tabla los valores de la expresión $n^3 + n^2$ para valores naturales. Suma geométrica. Uso de cuñas: $\begin{matrix} \text{II} & \text{II} & \text{II} \\ \hline & & = 2. \\ & & 60^2 + 2. 60 + 2 \end{matrix}$

(d) *Descripción estructurada: Los hallazgos.* Se ensamblan los elementos diferenciados presentados en la matriz, detallada en la actividad anterior, y organizados en la red sistémica para reconstruir un todo estructurado y significativo que intenta dar respuesta al propósito del estudio.

4) *De Información*, se elabora la descripción detallada en función de los hallazgos. En nuestro caso cómo construyen los estudiantes de 8 grado la noción de Polinomio.

LOS SIGNIFICADOS

Del análisis didáctico. Los textos escolares son utilizados como elementos auxiliares en el aula de clase para la enseñanza de la matemática, pero cada uno de ellos trae un enfoque diferente en el tratamiento de la noción, es decir que la didáctica utilizada para la enseñanza, está determinada por el nivel de formación de cada autor(es) y que por lo general siguen las pautas indicadas en los programas oficiales. A través de ellos se establece un control social de los aprendizajes, se eleva el nivel cultural, y lo que está escrito se toma como una verdad absoluta en cuanto a sus contenidos, problemas y conceptos desarrollados.

Del análisis en cuestión encontramos que el discurso sobre la noción de polinomio es muy variado y se caracteriza por una presentación algebraica en algunos de los textos revisados; y en otro se introduce previamente un lenguaje preparatorio sobre las nociones que tiene que manejar el alumno para que pueda entender el concepto de polinomio. Asimismo se observa el uso indistinto (un solo libro de texto) de la palabra polinomio, función polinómica y expresión. No se observa relación de la noción con la aritmética ni la geometría.

En líneas generales los textos, el programa y el profesor construyen el concepto mediante el uso de la función polinómica e indican que también se puede llamar simplemente polinomio, de lo que se puede interpretar que ambas expresiones, la toman como similares.

Del análisis epistemológico de la noción de polinomios se puede deducir que su génesis en las culturas: Egipcia, Mesopotámica y Griega estaba vinculada: con problemas prácticos, áreas geométricas, cálculos astronómicos, problemas de proporcionalidad y la solución de las primeras ecuaciones lineales y cuadráticas. La sociedad Mesopotámica logro resolver ecuaciones con los métodos utilizados en la actualidad y aportaron las primeras nociones de variable en las situaciones donde trabajaban con longitud, anchura, área y volumen. Así mismo desarrollaron tablas para calcular los valores de la expresión n^3+n^2 . Después de Cristo, la cultura árabe desarrolla el algebra fundamental de los polinomios. Lograron describir cualquier potencia de la incógnita X mediante procedimientos aritméticos relacionados con la geometría. Por otra parte, el lenguaje algebraico es Sincopado-Avanzado y Vieta construye todo el lenguaje simbólico. Se introduce la representación gráfica de las relaciones variables con Oresme. En la Edad Meda aparece la noción de función, se usa el “algebra de palabras” y se realizan generalizaciones usando letras del alfabeto. Finalmente tenemos que en el siglo XVIII se introduce las funciones en términos de asociación de valores y como una expresión analítica.

Del análisis cognitivo. Aproximación a los esquemas conceptuales asociados al concepto de polinomio de los alumnos de 8º grado de educación básica.

Realizado todo el proceso de instrucción por parte del profesor a la sección de octavo grado, conformada por 24 estudiantes a quienes se les aplico el mismo instrumento (Ci y Cf.) se generan las siguientes conclusiones: De los 22 estudiantes analizados tanto en el cuestionario inicial como en el cuestionario final; (a) solo dos de ellos se pueden ubicar en las líneas algebraicas y dos en la línea de la aritmética al algebra y (b) Sólo tres estudiantes se mantuvieron en la línea del algebra y ninguno en la línea del álgebra a la aritmética.

En cuanto al análisis cognitivo de la evolución de los esquemas conceptuales a la noción de polinomio después de desarrollar (en los tres informantes claves) los elementos didácticos, se concluye lo siguiente:

- a) Los 3 sujetos usando la aritmética, comprenden que es una expresión polinómica y cuáles son sus elementos notables, todo esto realizado desde un contexto real.
- b) Los 3 sujetos por la respuesta emitidas logran comprender que una expresión polinómica puede tener bases particulares o bases generales y que la letra X, T, Z representa una variable
- c) Los 3 sujetos usan elementos geométricos y resuelven primero con la aritmética, luego en forma generalizada con la variable X, construyendo los polinomios de manera significativa.
- d) Los tres sujetos lograron relacionar correctamente la aritmética, la geometría y el álgebra ya que le dan significado a letra X dependiendo del contexto, otorgando un significado diferente para la noción de polinomio.
- e) Finalmente, los estudiantes respondieron que un polinomio es la descomposición de números o cantidades en forma de potencias, que ejemplificarían un polinomio con problemas de ventas realizadas en la cantina. Como gráficos, los alumnos expresaron que usarían figuras geométricas y que relacionarían a los polinomios con un cuadrado, con el concepto de potencia y variable.

A MODO DE IMPLICACIÓN Y REFLEXIÓN.

1. En líneas generales los textos, el programa y el profesor construyen el concepto mediante el uso de la función polinómica e indican que también se puede llamar simplemente polinomio, de lo que se puede interpretar que ambas expresiones se toman como similares.

2. En cuanto al recorrido histórico, el mismo nos hace ver que esta noción va desde la variabilidad hasta función y que a partir de la aritmética se puede llegar al álgebra, se nota que

estuvo en una permanente evolución y nos permitió extraer elementos didácticos para mediar la noción.

3. En cuanto a los elementos didácticos que permitan a los alumnos comprender el concepto de polinomio, se pretendió lograr los siguientes objetivos: (a) Descomponer polinómicamente un número y resolver problemas asociados a la noción, en el contexto aritmético; (b) Usar la aritmética en el contexto cotidiano para inducir el concepto de polinomio; (c) Usar la aritmética en el contexto geométrico para inducir el concepto de polinomio en otro contexto y (d) Usar el álgebra para construir un polinomio a través de la suma de las áreas de un cuadrado.

Referencias

- Azcarate, C. y Camacho, M. (2003). La investigación en didácticas del Análisis. *Asociación Matemática Venezolana*. Edición especial. Vol. X. No. 2. Pp. 115-134.
- Benítez, A. (2004). Construcción de la expresión algebraica de una grafica considerando la interpretación global de las representaciones gráfica, numérica y algebraica. Pensamiento Variacional. En G. Martínez (Ed.). *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. (17). México: CLAME, Pp. 455
- Booth, R. (1988). "Children's difficulties in beginning algebra" the ideas of algebra, k-12. *Yearbook national council of teacher of mathematics*. Inc. Virginia. Usa.
- Boyer, C. (20023). *Historia de la Matemática*. Editorial Alianza: Madrid.
- Calvo, E. (2001). *Un Estudio Sobre el Papel de las definiciones y las Demostraciones en Cursos Preuniversitarios de Calculo Diferencial e Integral*. Tesis Doctoral. Universidad de Barcelona.
- Colín, M., Martínez, G, y Farfán, R. (2006) De la aritmética al cálculo: la raíz cuadrada y sus disfunciones en el discurso matemático escolar. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 5(1) 45-78.
- Da Rocha, J. (1997). Lenguaje Algebraico. Un enfoque psicológico. *Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 14, Octubre, 25 – 38.
- Kathryn, I. y Murray, B. (2005). The Algebraic Nature of Students numerical Manipulation in the New Zealand Numeracy Project. *Educational Studies in Mathematics*.
- Kieran, C. (2006). Research on the learning and teaching of algebra. En Gutiérrez y Boero (Eds). *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education*. Sense
- Leal, A. (2000). *Efecto de la Estrategia Instruccional "Mas allá de la Aritmética" en el Proceso de Transición de la Aritmética al Algebra en el 7º. Grado de la Escuela Básica*. Tesis de Grado no publicada. Postgrado Interinstitucional en Matemática, UCLA-UNEXPO-UPEL.
- Loreto, E. (1993). Comparación de dos Estrategias Instruccionales en la factorización de Polinomios de coeficientes Racionales en el Octavo Grado de la Educación Básica. Tesis

de Grado no publicada. Universidad Pedagógica Experimental Libertador. Instituto Pedagógico de Caracas.

Ministerio de Educación. (1987). *Programa de estudio y Manual del Docente. Educación Básica*. Oficina Sectorial de Planificación y Presupuesto. Ministerio de Educación. Caracas.

Rodríguez, G.; Gil, J. y García E. (1999). *Metodología de la Investigación Cualitativa*. Ediciones Aljibe: Málaga.

Ruiz, J. (1996). *La investigación Cualitativa. Metodología de la investigación cualitativa*. Bilbao: Universidad de Deusto, pp. 11-50

Ruiz, L. (1998). *La noción de función: Análisis Epistemológico y didáctico*. Tesis doctoral. Universidad de Jaen. España.

Sánchez, N y Guerrero, F (2004). Formación de Profesores en la Transición Aritmética al Algebra. Formación de profesores. En G. Martínez (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. (17). México: CLAME, pp. 590.

Tall, D. & Vinner, S. (1981). Concept Image And Concept Definition In Mathematics, With Particular Reference To Limits And Continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 151-169.

Tall, D. (1991). The Psychology of Advanced Mathematical Thinking. En Tall, D. (ed.), *Advanced Mathematical Thinking*. Kluwer Academic Publisher. Dordrecht/Boston/London. Pp. 3-21

Tall, D. (2001). Natural and formal infinities. *Educational Studies en Mathematics*. 48(2-3), 200-238.

Valdivé, C. (2005). *Algunos constructos teóricos del Pensamiento Matemático Avanzado*. Mimeo.

Vinner, S. (1991). The role of definitions in the teaching and learning of Mathematical. En Tall, D. (Ed), *Advanced Mathematical Thinking*. Kluwer Academic Publisher. Dordrecht/Boston/London. Pp. 65-79