

**UNA PROPUESTA PARA EVALUAR LA COMPRESIÓN
DE ALGUNOS CONCEPTOS BÁSICOS
DEL ÁLGEBRA LINEAL**

María Belén Celis, Alicia Isabel Kurdobrin, Mariana del Valle Pérez
Pablo Agustín Sabatinelli, Martha Elena Guzmán
Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura. Universidad Nacional de Rosario
Argentina
pablos@fceia.unr.edu.ar
Nivel Universitario

Resumen

Este trabajo pertenece al proyecto de investigación (I219) *Matemática en ingeniería. El libro de texto, factor coadyuvante en la producción de los conocimientos*. (Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, Universidad Nacional de Rosario) dirigido por la Prof. Martha Guzmán. Mostramos una propuesta que tiene por objetivo evaluar el grado de comprensión de algunos conceptos básicos del álgebra lineal, en cursos del segundo cuatrimestre del primer año de las carreras de Ingeniería de FCEIA. Nos basamos para ello en los lineamientos de la Ingeniería Didáctica (M. Artigue) y una modificación del test de “closure” (A. Gagatsis).

Palabras clave: errores, test de “closure”, conceptos, comprensión

Introducción

En el trabajo con los alumnos del ciclo básico de las carreras de Ingeniería, se ponen de manifiesto problemas que revelan falta de articulación entre lo aprendido en la escuela media y las exigencias de la educación superior, en particular, en el aprendizaje de matemática, materia que necesita un dominio adecuado de los conocimientos y habilidades precedentes para poder enfrentar con éxito los nuevos contenidos.

En los cursos de Álgebra y Geometría II donde nos desempeñamos, advertimos, entre otras, las siguientes dificultades:

- falta de comprensión lectora,
- falta de dominio de los conceptos básicos,
- falta de habilidades para el análisis y resolución de problemas,
- dificultades en el abordaje de cualquier cuestión que involucre el “pensamiento formal”,
- deficiente capacidad de aplicación,
- insuficiente desarrollo de la capacidad creadora,
- imposibilidad de transferir conocimiento a nuevas situaciones.

Focalizaremos nuestro trabajo en la falta de comprensión lectora de los alumnos.

[...] la lectura en tanto que actividad significante, en tanto que proceso sociocultural de “captura” del sentido de un texto, de un discurso (o más en general de un medio de comunicación), se ha constituido muchas veces de manera insatisfactoria como un objeto de conocimiento. (Verón, 1985, p. 181)

Existen muchas causas además del desconocimiento del campo disciplinar que obstaculizan poder decodificar un texto escrito.

¿Cuál es el rol que juega la lectura de textos en la enseñanza de matemática? Actualmente no se puede dar una respuesta precisa a esta pregunta. Los profesores dudamos a menudo de utilizar el texto como medio de aprendizaje, porque consideramos en general que la lectura de un texto matemático parece, a priori, más difícil que la lectura de otro: la matemática no tiene solamente una simbología que le es propia, sino también una sintaxis particular.

Por otra parte, observamos que una de las características de la enseñanza de la matemática en relación a otros tipos de enseñanza es que ésta se desarrolla cotidianamente bajo la forma de una comunicación oral constante: las exposiciones o las explicaciones del profesor, los ejercicios o los problemas de investigación conllevan un intercambio entre los alumnos y el profesor.

Entonces, casi todo escrito es duplicado con una exposición oral.

Sin embargo, nos parece que la lectura no puede ser totalmente relegada de una situación didáctica en matemática. El alumno debe leer cotidianamente los enunciados de los ejercicios y problemas, así como los apuntes que tomó durante la clase. Esta lectura exige un esfuerzo y también, bajo ciertas condiciones, un esfuerzo creador, una cierta “colaboración con el autor del texto”. Es esto lo que permite la actividad de leer como una situación de aprendizaje.

Se puede también considerar que leer un texto es más provechoso para el aprendizaje que escuchar una exposición o una explicación: el lector es relativamente independiente del factor “tiempo”, dispone permanentemente de cada información necesaria para la comprensión, él puede elegir otro orden que el propuesto en el texto. Puede verificar, controlar, ratificar o volver atrás. Los textos matemáticos pueden ser relativamente cambiados según los niveles de enseñanza, compuestos por ejemplo por definiciones, propiedades, demostraciones, ejemplos, problemas, etc. Estos textos exigen de parte del lector una participación que varía según el nivel de los enunciados.

Se puede entonces decir que la lectura de un texto de matemática es un trabajo análogo, en ciertos aspectos, a la resolución de problemas y presenta por eso un interés didáctico.

Descripción de la asignatura donde localizamos la propuesta

Álgebra y Geometría II es una asignatura semestral ubicada en el 2º semestre del 1º año, común a todas las ingenierías. Sus contenidos básicos son: Sistemas de Ecuaciones Lineales. Complementos sobre vectores. Matrices. Determinantes. Espacios Vectoriales. Transformaciones Lineales. Eigenvalores y Eigenvectores. Producto punto y Producto Interno. Para desarrollar los contenidos se utiliza el libro de texto “Álgebra Lineal con Aplicaciones” de G. Nakos y D. Joyner.

Para poder cursar esta materia se debe tener aprobada la materia Álgebra y Geometría I, correspondiente al primer cuatrimestre que cubre los contenidos clásicos de la geometría analítica: vectores, recta, plano, cónicas, superficies cuádricas.

Posee una carga horaria de 5 horas reloj semanales. Durante el cursado se rinden dos evaluaciones parciales con posibilidad a recuperar una. La primera evaluación parcial cubre los contenidos de complemento de vectores, matrices y determinantes, mientras que la segunda cubre los contenidos de espacios vectoriales. Se implementa además una evaluación previa al primer parcial que cubre los contenidos correspondientes a sistemas de ecuaciones. En el tercer parcial se evalúan los contenidos que no hayan formado parte de las evaluaciones parciales anteriores.

La ejercitación mínima sugerida a los alumnos corresponde a una selección de ejercicios del libro de texto.

La propuesta

Hemos detectado algunos errores recurrentes en la interpretación de conceptos claves en la materia como el de dimensión, base y espacio generado. Estos errores que suponemos se deben a la interpretación errónea de la lectura que pueden hacer del material bibliográfico conducen a respuestas contradictorias en el contexto del concepto a trabajar.

Nos planteamos como hipótesis didáctica la posibilidad de conocer el grado de comprensión de los conceptos fundamentales de la materia a partir de un test basado en el test de "closure". Nos inspiramos en el diseño de W. L. Taylor. Lo definió como una "herramienta psicológica que permite medir el grado de correspondencia total entre los hábitos de codificación de los emisores y los de decodificación de los receptores".(Taylor, 1953) El test, concebido por Taylor como un nuevo instrumento de medida de legibilidad, consiste en suprimir una palabra sobre cinco en un texto. Los sujetos deben reconstruir el texto original. Sólo la palabra del texto original debe ser considerada correcta.

En este test se deben distinguir 3 aspectos:

- La tarea de clausura (encontrar en el texto cortado las palabras que faltan)
- La evaluación de lo hecho
- El significado a darles a esos resultados.

Este test fue posteriormente adaptado por A. Gagatsis a textos matemáticos. (Gagatsis, 1980)

El test

El test que se presenta a continuación se administrará después de haber desarrollado la unidad 5 del programa de la materia, es decir cuando el texto ya ha sido presentado y trabajado en más de una oportunidad.

Se les indicará que el tiempo máximo para completar el test es de treinta minutos.

Los resultados se tabularán indicando con un 1 una respuesta correcta y con un 0 una respuesta incorrecta.

Para un puntaje obtenido mayor o igual a 6, consideraremos que hay una comprensión razonable de los conceptos.

Adjuntamos a continuación el protocolo del test.

Redacta una afirmación verdadera utilizando en cada caso todas las palabras indicadas.

- 1) BASE, LINEALMENTE INDEPENDIENTE.

- 2) SUBESPACIO, DIMENSIÓN.

- 3) DIMENSIÓN, BASE.

- 4) PIVOTE, LINEALMENTE INDEPENDIENTE.

5) ESPACIO NULO, DIMENSIÓN.

6) COLUMNA PIVOTE, ESPACIO COLUMNA.

7) RANGO, LINEALMENTE INDEPENDIENTE.

8) MATRIZ, DIMENSIÓN.

9) MATRIZ, CONJUNTO LI.

10) ESPACIO COLUMNA, MATRIZ SEMEJANTE.

Consideraciones finales

El test fue diseñado pensando en múltiples respuestas en cada enunciado, así por ejemplo en la pregunta 2, son respuestas esperadas, entre otras:

- Todo subespacio tiene dimensión.
- Un subespacio tiene dimensión menor o igual que la del espacio si éste tiene dimensión finita.
- Una recta que contiene al origen de coordenadas es un subespacio de R^3 de dimensión 1.
- El conjunto de matrices triangulares superiores de orden 2×2 es un subespacio de las matrices cuadradas de orden 2 de dimensión 2.

Consideraremos una respuesta válida si proviene de un razonamiento válido.

[Entender un razonamiento válido es] volver al problema de la comunidad en la que dicho razonamiento tiene lugar. La convención semiótica establecida por una comunidad supone la aceptación de una asociación.

En el terreno de la matemática, naturalmente, existen reglas de aceptación propias de la comunidad de matemáticos. Más allá de cómo se haya inferido una conjetura, para que la misma sea un resultado (teorema), debe ser sometida al test de aceptabilidad de la comunidad (actual) de matemáticos (Arsac, 1990). Es decir, debe poder ser deducida de los axiomas o teoremas establecidos con anterioridad. Entenderemos al razonamiento válido como el razonamiento deductivo que será definido de la siguiente manera: Un razonamiento es válido si a partir de ciertos enunciados (las premisas) se deriva otro (la conclusión) de manera tal que siempre que las premisas son verdaderas, la conclusión también es verdadera. (Panizza, 2005, p. 23)

Esperamos compartir las reflexiones que nos motiva el test con otros docentes y generar un debate en la intensión, siempre, de acompañar el aprendizaje de los alumnos, sabiendo

cuales son los conceptos que representan un problema para el alumno. A su vez, los alumnos pueden también medir “su comprensión” y volver sobre los conceptos no aprendidos o entendidos.

Referencias Bibliográficas

- Caserio, M., Vozzi, A. y Guzman, M. (2008). ¿Sobre qué nos enseñan los errores de nuestros alumnos? 25 años después... *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 21, 447-456. Chile: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Douady, R. (1995). La ingeniería didáctica y la evolución de su relación con el conocimiento. En P. Gómez (Ed), *Ingeniería didáctica en educación matemática* (pp. 61-96). Méjico DF: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Gagatsis, A. (1980). Test de clousure et mesure de compréhension de textes mathématiques. *IREM*.
- Gagatsis, A. (1984). Préalables à une mesure de la compréhension. *Recherches en didactique des mathématiques*, 43-80.
- Kilpatrick, J., Gómez, P. y Rico, L. (1995). *Educación Matemática*. Méjico DF: Grupo Editorial Iberoamérica S. A. de C. V.
- Panizza, M. (2005). *Razonar y Conocer*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Taylor, W. (1953) Cloze procedure: a new tool for measuring readability. *Journalism Quaterly*, 30. 415-433.
- Verón, E. (1985). El análisis del “contrato de lectura”, un nuevo método para los estudios del posicionamiento de los soportes de los media. *Les medias: experiences, recherches actuelles, applications*. 181-192.