

PROCESOS DE APRENDIZAJE EN LA FORMACIÓN INICIAL DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS DE SECUNDARIA

Pedro Gómez

Universidad de Granada, España

En este documento presento una investigación en la que exploré el proceso de aprendizaje de los futuros profesores que participaron en una asignatura de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. Introduzco el análisis didáctico como conceptualización de las actividades que un profesor debería realizar para diseñar, implementar y evaluar unidades didácticas y concreto la idea de conocimiento didáctico como el conocimiento necesario para realizar el análisis didáctico. Con base en cuatro estudios interrelacionados, describo y caracterizo el desarrollo del conocimiento didáctico de los futuros profesores, al establecer cuatro estados de desarrollo del conocimiento didáctico y caracterizar, desde diferentes perspectivas, la evolución de los significados que los futuros profesores construyeron a lo largo de la asignatura. Los resultados de los estudios ponen de manifiesto varios aspectos de la complejidad de la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria y destacan la necesidad de profundizar en el diseño y desarrollo de este tipo de planes de formación y en el papel que los formadores pueden jugar en el aprendizaje de los futuros profesores.

Introducción

La formación de profesores se ha convertido en uno de los principales focos de investigación de la educación matemática en los últimos quince años (Sfard, Hashimoto, Knijnik, Robert y Skovsmose, 2004). El interés se focaliza en cuatro cuestiones centrales (Gómez, 2007, pp. 2-4):

1. ¿Qué caracteriza la actuación eficaz y eficiente del profesor en el aula de matemáticas?
2. ¿Cuáles deben ser los conocimientos, capacidades y actitudes de un profesor que actúa eficaz y eficientemente?
3. ¿Cómo se deben diseñar e implantar los programas de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria de tal forma que se apoye y fomente el desarrollo de estos conocimientos, capacidades y actitudes?
4. ¿Qué caracteriza los procesos de aprendizaje de los futuros profesores de matemáticas de secundaria que participan en este tipo de programas de formación inicial?

El estudio que describo en este documento se enmarca dentro de la esfera de acción de estas cuatro preguntas⁷. Para cada una de ellas, determino un contexto concreto de trabajo. Con respecto a la primera pregunta, propongo, desde una perspectiva conceptual, una descripción del procedimiento ideal que el profesor de matemáticas debería realizar a la hora de diseñar, llevar a la práctica y evaluar unidades didácticas —el análisis didáctico. En segundo lugar, establezco los conocimientos y habilidades que el profesor debería tener y desarrollar para realizar el análisis didáctico —el conocimiento didáctico. En lo que respecta a los planes de formación, centro la atención en el proceso de diseño curricular —planificación de unidades didácticas. Adicionalmente, circunscribo el trabajo al entorno de la asignatura *Didáctica de la Matemática en el Bachillerato* de la Universidad de Granada. Esto implica poner el foco de atención en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria en el contexto español. Finalmente,

⁷ Realicé este estudio en el marco de mi tesis doctoral en la Universidad de Granada, bajo la dirección de Luis Rico.

estudio y caracterizo el aprendizaje, desde una perspectiva evolutiva y socio-cultural, de los futuros profesores que cursaron esta asignatura durante el curso 2000-2001.

Visión Funcional de la Formación Inicial de Profesores de Matemáticas de Secundaria

En la Universidad de Granada, hemos abordado el problema del diseño de cursos de formación desde una perspectiva funcional. En cambio de partir de lo que pensamos que debería saber el profesor, nos preguntamos qué es lo que el profesor debería ser capaz de hacer. Por lo tanto, reflexionamos en primera instancia sobre las actividades del profesor que pueden promover el aprendizaje de los escolares y, a partir de esa reflexión, establecemos las competencias que esperamos que el futuro profesor desarrolle en su proceso de formación.

Centramos nuestra atención en el desarrollo de la competencia de planificación del profesor. La planificación es una de las actividades más importantes en el trabajo del profesor (Ball, 2003, p. 3; Van Der Valk y Broekman, 1999) y es una de sus competencias (Kilpatrick, Swafford y Findell, 2001, p. 380; Niss, 2003; Recio, 2004; Rico, 2004). El análisis didáctico, introducido por Rico (Rico, 1992, § III.2.1; Rico, 1997b, p. 55) y que hemos venido desarrollando recientemente (Gómez, 2002a, 2007) es una conceptualización del nivel local de la planificación; se constituye en un nuevo nivel del currículo (Gómez, 2002b, p. 256); aborda la problemática de la brecha entre el diseño curricular global y local (Rico, 1997a; Segovia y Rico, 2001); se enmarca en la visión funcional del currículo de matemáticas (Rico, Castro, Castro, Coriat y Segovia, 1997b, p. 284); y se configura alrededor de un conjunto de nociones de la didáctica de la matemática, los organizadores del currículo (Rico, 1997a, p. 44).

Cuando la planificación es local, el foco de atención del profesor es un tema matemático específico. En este nivel, la planificación del profesor debe tener en cuenta la complejidad del contenido matemático desde diversos puntos de vista: “cuando las matemáticas se enseñan desde una perspectiva pluralista, entonces se pueden ver desde múltiples perspectivas —perspectivas que motivan a los profesores a considerar no solamente los diferentes significados de las matemáticas, sino también su diversidad en su enseñanza” (Cooney, 2004, p. 511). De hecho, la negociación y construcción de esta multiplicidad de significados debe ser uno de los propósitos centrales de la interacción en el aula. Ésta es la posición que, desde comienzos de la década de los noventa, Rico y sus colaboradores han propuesto como aproximación a la planificación de unidades didácticas en España (Rico, 1992; Rico, 1995, 1998a, 1998b, 1997c; Rico et al., 1997a). Esta propuesta se centra en la idea de que la planificación de una unidad didáctica o de una hora de clase se debe fundamentar en la exploración y estructuración de los diversos significados de la estructura matemática objeto de esa planificación. Los “organizadores del currículo”, propuestos por Rico (1997a, p. 44) y que ejemplificaré en seguida, son herramientas conceptuales y metodológicas que le permiten al profesor recabar, organizar y seleccionar información sobre estos múltiples significados. Es en este sentido que, desde otra perspectiva de nuestra visión funcional de la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria, consideramos los organizadores del currículo como herramientas analíticas con un propósito práctico.

Análisis Didáctico: un Procedimiento para Organizar la Enseñanza de las Matemáticas

En el contexto concreto de la planificación de una hora de clase o una unidad didáctica, el profesor puede organizar la enseñanza basándose en cuatro análisis (Gómez, 2002b, 2007):

1. el *análisis de contenido*, como procedimiento en virtud del cual el profesor identifica y organiza la multiplicidad de significados de un concepto;

2. el *análisis cognitivo*, en el que el profesor describe sus hipótesis acerca de cómo los escolares pueden progresar en la construcción de su conocimiento sobre la estructura matemática cuando se enfrenten a las tareas que compondrán las actividades de enseñanza y aprendizaje;

3. el *análisis de instrucción*, en el que el profesor diseña, analiza y selecciona las tareas que constituirán las actividades de enseñanza y aprendizaje objeto de la instrucción; y

4. el *análisis de actuación*, en el que el profesor determina las capacidades que los escolares han desarrollado y las dificultades que pueden haber manifestado hasta ese momento.

Denomino *análisis didáctico* a un procedimiento cíclico que incluye estos cuatro análisis, atiende a los condicionantes del contexto e identifica las actividades que idealmente un profesor debería realizar para organizar la enseñanza de un contenido matemático concreto. La descripción de un ciclo del análisis didáctico sigue la secuencia propuesta en la Figura 1.

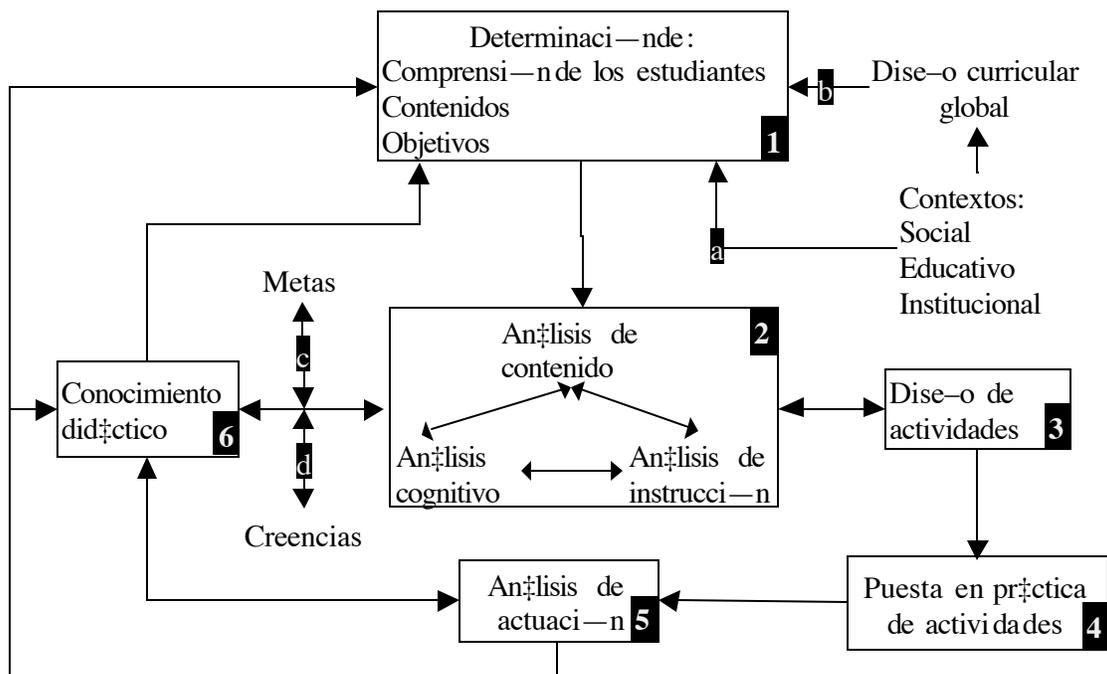


Figura 1. Ciclo de análisis didáctico y sus condicionantes

El ciclo del análisis didáctico se inicia con la determinación del contenido que se va a tratar y de los objetivos de aprendizaje que se quieren lograr, a partir de la percepción que el profesor tiene de la comprensión de los escolares con motivo de los resultados del análisis de actuación del ciclo anterior y teniendo en cuenta los contextos social, educativo e institucional en los que se enmarca la instrucción (cuadro 1 de la Figura 1). A partir de esta información, el profesor inicia la planificación con el análisis de contenido. La información que surge del análisis de contenido sustenta el análisis cognitivo, al identificar y organizar los múltiples significados del concepto objeto de la instrucción. A su vez, la realización del análisis cognitivo puede dar lugar a la revisión del análisis de contenido. Esta relación entre los análisis también se establece con el análisis de instrucción. Su formulación depende y debe ser compatible con los resultados de los análisis de contenido y cognitivo, pero, a su vez, su realización puede generar la necesidad de corregir las versiones previas de estos análisis (cuadro 2). En el análisis cognitivo, el profesor selecciona unos significados de referencia y, con base en ellos y en los objetivos de aprendizaje

que se ha impuesto, identifica las capacidades que pretende desarrollar en los escolares. También formula conjeturas sobre los posibles caminos por los que se puede desarrollar su aprendizaje cuando ellos aborden las tareas que conforman la instrucción. El profesor utiliza esta información para diseñar, evaluar y seleccionar estas tareas. Por consiguiente, la selección de tareas que componen las actividades debe ser coherente con los resultados de los tres análisis y la evaluación de esas tareas a la luz de los análisis puede llevar al profesor a realizar un nuevo ciclo de análisis, antes de seleccionar definitivamente las tareas que componen las actividades de enseñanza y aprendizaje (relación entre cuadros 2 y 3). El profesor pone en práctica estas actividades (cuadro 4) y, al hacerlo, analiza las actuaciones de los escolares para obtener información que sirve como punto de inicio de un nuevo ciclo (cuadro 5). El conocimiento didáctico (cuadro 6) es el conocimiento que el profesor pone en juego durante este proceso.

El análisis de contenido se configura alrededor de tres organizadores del currículo, estructura conceptual, sistemas de representación y fenomenología, que permiten abordar sistemáticamente los significados de un concepto de las matemáticas escolares (2007, pp. 36-55). A continuación, apoyándome en un ejemplo, presento *algunos* aspectos del significado y de los usos del organizador del currículo estructura conceptual (y su relación con el organizador del currículo sistemas de representación), con el propósito de dar cuenta de la complejidad del análisis de contenido, en particular, y del análisis didáctico, en general.

Utilizo la expresión “estructura conceptual” para referirme a tres aspectos de todo concepto matemático del currículo escolar:

1. *Estructuras matemáticas involucradas*. Todo concepto matemático está relacionado con al menos dos estructuras matemáticas: (a) la estructura matemática que el concepto configura y (b) las estructuras matemáticas de las que él forma parte. Por ejemplo, el concepto función cuadrática configura una estructura matemática en la que se establecen relaciones estructurales entre conceptos como ecuación cuadrática, parámetro, foco y vértice (ver Figura 2). Adicionalmente, el concepto función cuadrática forma parte, por ejemplo, de la estructura matemática correspondiente al concepto función.

2. *Relaciones conceptuales*. Resalto las relaciones que se establecen entre el concepto y (a) los conceptos de la estructura matemática que dicho concepto configura (e.g., la relación entre la función cuadrática y la ecuación cuadrática), (b) los objetos que son casos particulares de dicho concepto (es decir, los objetos que saturan el predicado; e.g., $f(x) = 3x^2 - 4$ como caso particular de las funciones cuadráticas de la forma $f(x) = ax^2 + c$), y (c) los conceptos que pertenecen a la estructura matemática de la que el concepto forma parte (e.g., la relación entre la función cuadrática y las funciones continuas).

3. *Relaciones de representaciones*. La exploración de los significados de un concepto requiere de los sistemas de representación, puesto que con ellos es posible identificar los modos en que el concepto se presenta. Al tener en cuenta los sistemas de representación, se pueden destacar varias relaciones (ver Figura 2): (a) la relación entre dos signos que designan el mismo objeto o concepto, dentro de un mismo sistema de representación (transformaciones sintácticas invariantes — e.g., como consecuencia de completar cuadrados), (b) la relación entre dos signos que designan el mismo objeto o concepto pertenecientes a sistemas de representación diferentes (traducción entre sistemas de representación — e.g., la relación entre parámetros de una forma simbólica y elementos de la representación gráfica) y (c) la relación entre dos signos que designan dos objetos o conceptos diferentes dentro de un mismo sistema de representación (transformaciones sintácticas variantes — e.g., como consecuencia de aplicar una traslación a la gráfica).

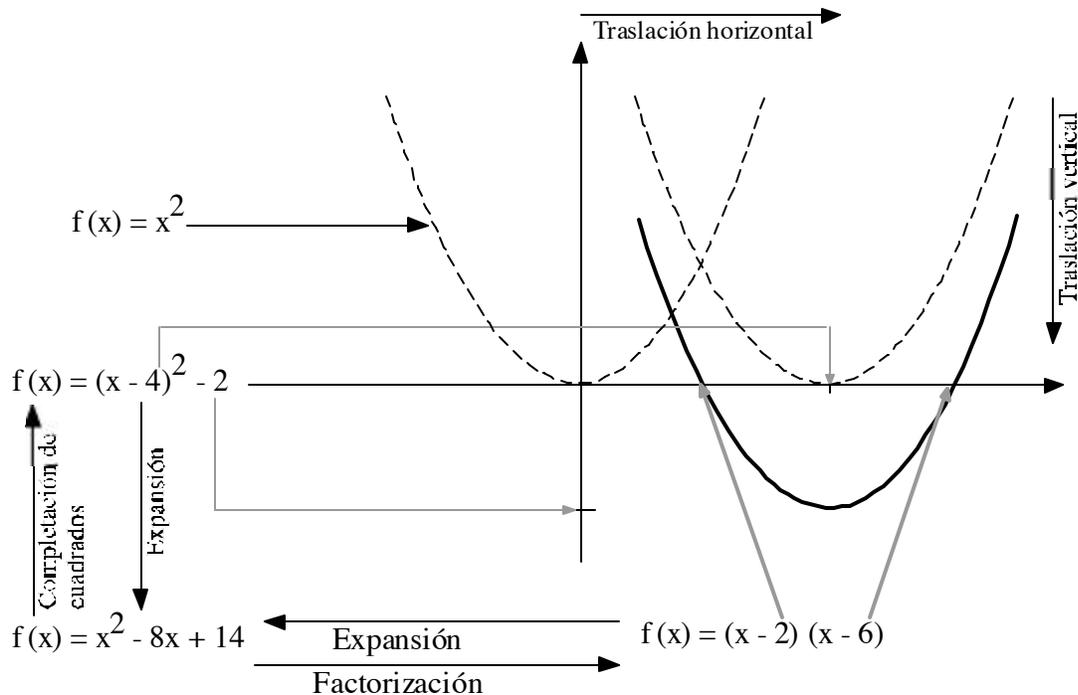


Figura 2. Conceptos y procedimientos

Por lo tanto, cuando exploramos los significados de un concepto en las matemáticas escolares, debemos tener en cuenta tres tipos de “elementos” y dos grupos de relaciones entre esos elementos.

Podemos clasificar los elementos en:

- los *objetos*, como casos particulares de un concepto y que conforman la extensión del concepto,
- los *conceptos*, como predicados que son saturados por los objetos y, a su vez, conforman estructuras matemáticas, y
- las *estructuras matemáticas*, que están conformadas por conceptos.

Por otro lado, las relaciones descritas en los puntos 2 y 3 anteriores se pueden agrupar en dos categorías que denomino *relaciones verticales* y *relaciones horizontales*. Las relaciones verticales se refieren a las relaciones entre los tres tipos de elementos: Objeto ? Concepto ? Estructura matemática. Por otra parte, las relaciones horizontales se refieren a las relaciones entre los signos en sus diferentes sistemas de representación (relaciones entre representaciones).

Abordar los significados de un concepto desde la perspectiva de su estructura conceptual implica identificar y organizar los elementos (objetos, conceptos y estructuras matemáticas) y las relaciones (horizontales y verticales) correspondientes a ese concepto. En Gómez (2007) describo mis propuestas para otras facetas del análisis didáctico.

Conocimiento Didáctico

Utilizaré la expresión *conocimiento didáctico* para referirme a los conocimientos y destrezas que son necesarios para realizar el análisis didáctico de un tema matemático. En la literatura en Didáctica de la Matemática se encuentra una variedad de posibles significados para los

organizadores del currículo que se ponen en juego en el análisis didáctico. Identifico a este conocimiento como el *conocimiento didáctico disciplinar de referencia*.

Para efectos de diseñar un plan de formación inicial, es necesario hacer una interpretación del conocimiento didáctico disciplinar de referencia y seleccionar unos significados singulares para cada uno de los organizadores del currículo. Éste es el *conocimiento didáctico de referencia para el plan*. Esto es, el conjunto de conocimientos y destrezas que los diseñadores del plan de formación toman como opción dentro del conocimiento didáctico disciplinar de referencia y que esperan que los futuros profesores interpreten y construyan como uno de los resultados de su formación.

Para cada organizador del currículo considero tres aspectos: su significado, su uso técnico y su uso práctico. El significado de un organizador del currículo se refiere a la opción que los formadores toman para el significado del organizador del currículo dentro de la variedad de posibles significados que existen en la literatura en Didáctica de la Matemática. Este significado fundamenta un conjunto de estrategias ideales de análisis de un concepto matemático que configuran el *uso técnico* de cada organizador del currículo. El uso técnico destaca el carácter de herramienta analítica que asume cada organizador del currículo. El análisis de la estructura matemática por medio de cada organizador del currículo tiene un propósito práctico: la información que surge de estos análisis debe sustentar la planificación que esperamos que realicen los grupos de futuros profesores. Llamo *uso práctico* de un organizador del currículo al conjunto de estrategias y técnicas necesarias para utilizar la información que surge del análisis de la estructura matemática con ese organizador del currículo en los demás análisis que conforman el análisis didáctico y en el diseño de la unidad didáctica. En el apartado anterior presenté algunos aspectos del significado y del uso técnico de la estructura conceptual. La información que surge de ese análisis técnico del concepto (la función cuadrática) puede ser utilizado, por ejemplo, en la identificación de errores y dificultades de los escolares o en la concreción de los contenidos del unidad didáctica que se desea planificar. Éstos serían usos prácticos de este organizador del currículo.

Al participar en un plan de formación inicial, los futuros profesores (y los grupos de futuros profesores) interpretan el conocimiento didáctico de referencia y construyen un conocimiento (individual o del grupo). Éste es el *conocimiento didáctico del futuro profesor o del grupo de futuros profesores*. Es un conocimiento en permanente evolución. Mi interés empírico en esta investigación se centró en describir, caracterizar y explicar (parcialmente) los procesos en virtud de los cuales los grupos de futuros profesores desarrollaron su conocimiento didáctico. Haré por tanto referencia al *significado que un futuro profesor o un grupo de futuros profesores tiene (o desarrolla) con respecto a un organizador del currículo*.

Aprendizaje de los Futuros Profesores

La formación inicial de profesores de matemáticas es una práctica social compleja. La aproximación sociocultural atiende a esta complejidad (Adler, 1998; Lerman, 2001, p. 45). La investigación en la formación de profesores desde esta perspectiva permite explorar y caracterizar aspectos del proceso de cambio del profesor que las perspectivas tradicionales psicológicas no permiten ver (Stein y Brown, 1997, p. 155), puesto que estas últimas tienden a estudiar el proceso de desarrollo de profesores individuales en contextos altamente estructurados.

Teoría Social del Aprendizaje

Al tener en cuenta los argumentos anteriores y constatar los objetivos de esta investigación, seleccioné la teoría social del aprendizaje de Wenger (1998) como fundamento conceptual sobre

el aprendizaje de los futuros profesores. En esta teoría, se mira el aprendizaje como un fenómeno social que forma parte de la experiencia de participar socialmente en el mundo. La idea de participación se refiere a un “proceso amplio de ser participante activo en las prácticas de comunidades sociales y de construir identidades en relación con esas comunidades” (p. 4). El aprendizaje como participación social se basa en cuatro nociones:

- *significado*, como nuestra habilidad cambiante (individual y colectiva) para experimentar de manera significativa nuestra vida y el mundo;
- *práctica*, como nuestros recursos, esquemas y perspectivas históricas y sociales compartidas que pueden soportar el compromiso mutuo en la acción;
- *comunidad*, como las configuraciones sociales en las que nuestras empresas se definen como valiosas y nuestra participación se reconoce como competente; e
- *identidad*, como expresión de cómo el aprendizaje cambia quiénes somos y la creación de historias personales de convertirse en el contexto de nuestras comunidades.

La noción de comunidad se configura basándose en tres nociones: el *compromiso mutuo*, como el compromiso con acciones cuyo significado se negocia y que genera relaciones entre personas; una *empresa conjunta*, que se negocia colectiva y permanentemente, que genera una responsabilidad mutua y que determina lo que se valora, se discute y se muestra; y un *repertorio compartido*, que incluye los recursos para la negociación de significados, el discurso que permite hacer afirmaciones significativas acerca del mundo y los estilos para expresar formas de membresía e identidad como miembros.

En el contexto de la asignatura en la que realicé la investigación, consideré que la información contenida en las producciones y las actuaciones en el aula de los miembros de un grupo eran manifestaciones de los significados que dicho grupo había construido hasta ese momento. Utilizo el término *significados parciales* para referirme a estos significados. Como lo mencioné en el apartado anterior, me interesé particularmente por la evolución de los significados de los futuros profesores con respecto a los organizadores del currículo del análisis de contenido. Los denomino “parciales” porque quiero dar a entender, como lo sugiere Wenger, que los significados que un grupo ha construido en un momento dado de su formación están siempre sujetos a mejora. Son el resultado de lo que el grupo ha aprendido hasta ese momento, como consecuencia de un proceso permanente y dinámico de negociación de significados. En otras palabras, en un momento dado de la asignatura, cada grupo ha logrado un cierto desarrollo de su repertorio compartido y sus producciones son expresiones de dicho repertorio compartido.

Teoría de la Génesis Instrumental

La relación entre las actividades que se espera que realice el futuro profesor, el significado y los usos de los organizadores del currículo del análisis didáctico y los tipos de conocimientos que están implicados pone de manifiesto la complejidad del conocimiento didáctico y de la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. El conocimiento didáctico, como el conocimiento que se pone en juego y se desarrolla al realizar el análisis didáctico, es un *conocimiento para la acción*. El desarrollo de este conocimiento requiere que los futuros profesores puedan transformar los organizadores del currículo que conforman el análisis didáctico en instrumentos. El desarrollo del conocimiento didáctico de los futuros profesores se fundamenta en un juego entre teoría y práctica, que se puede caracterizar con una adaptación de la teoría de la génesis instrumental (Rabardel, 2003; Rabardel y Bourmaud, 2003; Vérillon, 2000): es a través del uso del organizador del currículo (el instrumento), como mediador entre los

futuros profesores y el concepto matemático sobre el que se trabaja, que ellos construyen y desarrollan significados tanto acerca del organizador del currículo, como del concepto. La idea de génesis instrumental surge al constatar que un artefacto se convierte en un instrumento en la medida que tienen lugar tres procesos:

1. la *instrumentalización*⁸, como proceso en el que el sujeto transforma y adapta el artefacto a sus necesidades y circunstancias (Rabardel y Bourmaud, 2003, p. 673).
2. La *instrumentación*, como el proceso en el que se generan esquemas de acción (p. 673), es decir, habilidades de aplicación de la herramienta para realizar tareas significativas (Kaptelinin, 2003, p. 834) que, a su vez, se transforman en técnicas (Artigue, 2002, p. 250). Una técnica es una amalgama de razonamiento y procedimientos rutinarios que permiten resolver una tarea (p. 248).
3. La *integración orquestada*, en virtud de la cual la herramienta se integra a otros artefactos (Kaptelinin, 2003, p. 834).

Al realizar las tareas, los grupos de futuros profesores desarrollan los procesos de instrumentalización, instrumentación e integración orquestada. Es decir, ellos transforman y adaptan el significado que le asignan al organizador del currículo (instrumento), desarrollan esquemas de aplicación de la herramienta con el propósito, ya sea de recabar información sobre los significados del concepto (objeto), o para usar esa información en los otros análisis, e integran el uso de un instrumento específico (e.g., los sistemas de representación) con los otros instrumentos, para el diseño de la unidad didáctica. *Es a través del uso del instrumento (el organizador del currículo) como mediador entre el grupo de futuros profesores (sujeto) y el concepto sobre el que trabajan (objeto) que el grupo construye y desarrolla significados tanto acerca del organizador del currículo, como del concepto.* Esta actividad, que implica la generación de esquemas de acción, transforma la práctica del grupo.

La génesis instrumental tiene lugar en este proceso de realizar tareas: el artefacto (el organizador del currículo) se transforma en instrumento, en la medida en que el grupo de futuros profesores desarrolla esquemas para resolver la tarea con la ayuda del instrumento. Y es, en este proceso de génesis instrumental, que el grupo negocia significados (del organizador del currículo, del objeto y de los esquemas) que se ponen en juego en la actividad, se materializan en el repertorio compartido y se manifiestan en sus producciones y actuaciones en el aula. Por consiguiente, la noción de génesis instrumental me permite —para el contexto concreto de este trabajo— precisar y conceptualizar el proceso general de negociación de significados propuesto por Wenger en un proceso más específico que caracteriza las actividades que los grupos de futuros profesores realizan por fuera del aula.

Me inspiré en la noción de “calidad de la información” (Miller, 1996; Pipino y Wang, 2002; Strong, Lee y Wang, 1997; Wand y Wang, 1996) que se ha venido desarrollando en la disciplina de manejo de organizaciones para reformular y organizar los atributos de la calidad de la información contenida en las producciones de los grupos de futuros profesores y expresada en sus intervenciones en clase en tres dimensiones que denomino *factores de desarrollo*: variedad, organización y papel. El factor *variedad* pretende recoger la idea de que, para cada organizador del currículo del análisis de contenido, la descripción de una estructura matemática se puede hacer con mayor o menor cantidad de información, profundidad o complejidad. El factor *organización* se refiere a cómo, dentro de una producción, se organiza la información recogida para uno o más organizadores del currículo del análisis de contenido. Finalmente, el tercer factor

⁸ Soy consciente de que este término no existe en castellano, pero lo introduzco como traducción del término “instrumentalization” en inglés, y, así, diferenciar este primer proceso del segundo.

organizador de los atributos de una producción se refiere a la puesta en práctica de la información recogida para un organizador del currículo dado. Denomino a este factor *papel*, puesto que pretende reflejar el papel que juega cada organizador del currículo del análisis de contenido en los otros aspectos del análisis didáctico.

Contexto y Diseño de la Investigación

En los apartados anteriores, he precisado los conceptos y teorías que me permitieron dar significado a la expresión “caracterizar los procesos de aprendizaje de los futuros profesores de matemáticas de secundaria”. De esta manera, pude formular unas preguntas de investigación específicas:

1. ¿Cuáles son los significados parciales, con respecto a las nociones del análisis de contenido, que emergen en el desarrollo del conocimiento didáctico cuando los grupos de futuros profesores participan en la asignatura?
2. ¿Cómo se puede describir la evolución de estos significados parciales en términos de estados y factores de desarrollo?
3. ¿Cómo se pueden caracterizar los estados de desarrollo, en caso de que estos se puedan determinar?
4. ¿Es posible explicar estos estados de desarrollo, y los significados parciales asociados, en términos de lo que sucede en la comunidad de aprendizaje del aula y en la comunidad de aprendizaje de uno de los grupos?

En el curso 2000-2001 se inscribieron 36 futuros profesores en la asignatura, de los cuales 25 eran mujeres y 11 hombres. Todos ellos eran estudiantes de la Licenciatura de Matemáticas de la Universidad de Granada y cursaban cuarto o quinto curso de la Especialidad de Metodología. A lo largo de las primeras semanas, los futuros profesores se organizaron en ocho grupos: cinco grupos de cinco, dos grupos de cuatro y un grupo de tres integrantes. Estos grupos permanecieron estables a lo largo del desarrollo de la asignatura. Al inicio del segundo trimestre, cada grupo escogió un tema matemático sobre el que iba a desarrollar el análisis didáctico y producir el diseño de una unidad didáctica. Los temas escogidos fueron los siguientes: gráficas y funciones, progresiones, números decimales, probabilidad, cónicas, esfera, función cuadrática y sistemas de ecuaciones lineales. El programa de la asignatura se siguió de manera estricta con retrasos que sólo llegaron a ser de una hora de clase. Se implementó un esquema de módulos en virtud del cual los organizadores del currículo se trabajaron de manera similar (ver Figura 3).

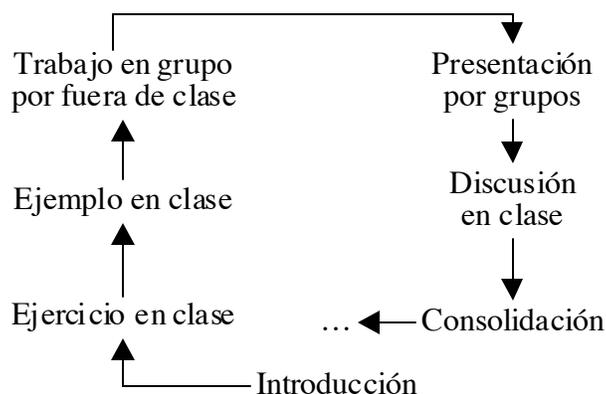


Figura 3. Ciclo metodológico de tratamiento del análisis didáctico

Este esquema de trabajo dio lugar a tres tipos de información que utilicé en los estudios empíricos cuyos resultados presento en el siguiente apartado:

1. la información contenida en las transparencias utilizadas por los grupos de futuros profesores y por los formadores para hacer sus presentaciones en clase,
2. la información contenida en las transcripciones de las grabaciones de audio de las sesiones de clase y
3. la información contenida en los trabajos finales presentados por los grupos de futuros profesores.

Utilicé dos fuentes de información adicionales:

4. las transcripciones de las grabaciones de audio de entrevistas semi-estructuradas a los grupos “cónicas” y “progresiones aritméticas y geométricas” al finalizar el análisis didáctico y al final de la asignatura y
5. las transcripciones de las grabaciones de audio de las sesiones de trabajo fuera del aula del grupo función cuadrática en su proceso de elaboración de sus presentaciones y del trabajo final.

Desarrollo del Conocimiento Didáctico

Organicé la dimensión experimental de la investigación en cuatro estudios interrelacionados cuyos resultados resumo a continuación.

Cuatro Estados de Desarrollo

En el primer estudio busqué identificar los atributos más representativos de las transparencias de los grupos de futuros profesores; definir unas variables de análisis a partir de estos atributos; verificar que estas variables seguían patrones estables en el tiempo; identificar y caracterizar unos estados de desarrollo a partir de estas variables; y describir y caracterizar el desarrollo del conocimiento didáctico a partir de esos estados de desarrollo. Para ello, diseñé y llevé a la práctica un proceso de análisis y codificación de las transparencias para establecer 12 variables de análisis en el que cada transparencia era una observación en términos de esas variables. Desarrollé entonces un procedimiento metodológico, el análisis de discrepancias, para agrupar las observaciones. Este procedimiento me permitió establecer los cuatro estados de desarrollo que representaban el mejor ajuste a las observaciones.

El esquema de codificación y análisis de la información con el que obtuve los resultados se basó en un proceso cíclico que busca minimizar discrepancias. Por consiguiente, los estados de desarrollo que surgieron de ese proceso identifican las combinaciones de valores (o rangos de valores) de las variables a las que, en conjunto, mejor se adaptan las observaciones para una tarea dada. Entonces, estas combinaciones de valores de variables se pueden considerar como representativas de los estados más significativos del desarrollo del conocimiento didáctico de los grupos de futuros profesores. Este procedimiento me permitió caracterizar estos cuatro estados en términos de los organizadores del currículo del análisis de contenido y de los factores de desarrollo de la siguiente manera:

El *estado 1* es un estado básico en el que la estructura conceptual no tiene complejidad, se utilizan varios criterios de organización sin coherencia, se utiliza máximo un sistema de representación, sin conexiones, y no hay variedad en el análisis fenomenológico. Sólo tres grupos tienen observaciones clasificadas en este estado. Esto sugiere que es un estado que se puede superar con el conocimiento previo y las intuiciones didácticas con las que los futuros profesores afrontan inicialmente la tarea.

El *estado 2* es un estado de transición. Hay algo de complejidad en la estructura conceptual y comienza a aparecer variedad en los sistemas de representación, aunque aún no hay variedad en el análisis fenomenológico.

En el *estado 3* hay un avance en todas las variables, excepto las variables papel y coherencia. La estructura conceptual es compleja, con un nivel intermedio de organización. Hay variedad en los sistemas de representación y en el número de conexiones. Aparece algo de variedad en el análisis fenomenológico.

En el *estado 4* se logra plena complejidad en el análisis fenomenológico y se aprecia la utilización coherente de la información para la realización de las tareas.

La Tabla 1 presenta la asignación final de las nueve producciones de los ocho grupos a cada uno de los cuatro estados. Cada fila representa un grupo de futuros profesores y sus correspondientes observaciones, organizadas cronológicamente. Entonces, por ejemplo, las observaciones correspondientes al grupo 7 quedaron asignadas sucesivamente a los siguientes estados: 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 3 y 4.

Grupo	Observación								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	2	2	3	3	4	3	4	4
2	1	2	3	3	3	3	3	3	4
3	1	2	2	3	3	3	3	3	3
4	2	2	2	2	2	3	3	3	3
5	2	2	3	3	3	3	3	4	4
6	2	2	2	3	3	3	2	3	4
7	2	2	3	3	3	3	4	4	4
8	1	2	2	2	3	3	3	2	2

Tabla 1. Asignación final de observaciones a estados

La caracterización de los estados y la asignación de las observaciones a ellos fue el principal resultado de este estudio. Este resultado corroboró una de mis conjeturas: el conocimiento didáctico de los grupos de futuros profesores evolucionó de acuerdo con patrones estables. Los grupos progresaron en el desarrollo de su conocimiento didáctico con diferentes ritmos de progreso y nivel de avance. El análisis de las discrepancias en cada variable dio luces sobre aquellas nociones que presentaron más dificultades. Por ejemplo, la noción de conexión presentó un número alto de discrepancias con diferencia positiva: a pesar de reiterados esfuerzos de la instrucción, las producciones de los grupos de futuros profesores tuvieron un nivel de conexiones inferior al que debería esperarse. Algo similar sucedió con las nociones de variedad de fenómenos, variedad en sistemas de representación, complejidad y sistemas de representación como organizador de la estructura conceptual.

Los significados parciales de los grupos de futuros profesores con respecto a los organizadores del currículo del análisis de contenido sufrieron diversas transformaciones y se consolidaron en la medida en que tareas posteriores indujeron a los grupos de futuros profesores a poner en juego su conocimiento de estas nociones para efectos de resolver otros problemas (por ejemplo, identificar errores o diseñar una actividad de evaluación). En términos de la teoría de la génesis instrumental, el artefacto (el organizador del currículo) se transformó en instrumento, en la

medida en que los grupos de futuros profesores desarrollaron esquemas para resolver las tareas con la ayuda del instrumento. El proceso de génesis instrumental tomó tiempo: requirió que los grupos de futuros profesores negociaran significados (del organizador del currículo, de su tema matemático y de sus esquemas de acción) y que estos significados parciales se materializaran (en diferentes formas) en las sucesivas ocasiones en las que los grupos presentaron sus producciones en clase. Este proceso explica algunas de las diferencias entre las observaciones y el patrón esperado de clasificación a los cuatro estados.

Complejidad del Conocimiento Didáctico

En el segundo estudio, y teniendo en cuenta la especificidad de la información con respecto al tema de cada grupo, busqué identificar y caracterizar los significados parciales que, con respecto a las nociones del análisis de contenido, manifestaron los grupos de futuros profesores; describir la evolución de esos significados a lo largo de la asignatura; y profundizar en la caracterización de los estados de desarrollo del conocimiento didáctico. Para realizar este estudio, utilicé tres fuentes de información: (a) la información propuesta por los grupos de futuros profesores en sus transparencias; (b) las transcripciones de la grabación en audio de la interacción que tuvo lugar durante las sesiones de clase; y (c) las transcripciones de la grabación en audio de las entrevistas con dos grupos de futuros profesores (cónicas y progresiones aritméticas y geométricas) al final de las sesiones correspondientes al análisis de contenido y al final de la asignatura. Realicé un proceso exploratorio y cíclico en el que codifiqué y analicé la información que tenía disponible de las tres fuentes anteriores. El proceso se basó en el análisis simultáneo de las transparencias de los grupos de futuros profesores y de las transcripciones de las grabaciones de la interacción en clase y de las entrevistas con los dos grupos. Pude entonces caracterizar los significados parciales y su evolución con respecto a la estructura conceptual, los sistemas de representación y la fenomenología.

Establecí la evolución en la organización en la estructura conceptual: se pasa de un listado a una organización por sistemas de representación. Por otro lado, se apreció una aproximación formal a la organización de la estructura conceptual que no permitió que los sistemas de representación la organizaran: a menor número de criterios, mayor organización y complejidad. Los futuros profesores establecieron una jerarquía de los sistemas de representación que se manifestó en su variedad, organización y puesta en práctica. Ellos tendieron a ver lo simbólico como lo conceptual y lo gráfico como complementario y equivalente a la noción de representación. Tuvieron dificultades con la noción de conexión.

La fenomenología fue la noción que generó mayores dificultades en los futuros profesores. Ellos utilizaron una multiplicidad de aproximaciones y de criterios de organización para el análisis fenomenológico, pero no lograron desarrollar una visión global del procedimiento. Aunque se apreció evolución en su conocimiento didáctico de la noción, los futuros profesores no pusieron en práctica la información que produjeron al analizar los temas matemáticas desde la perspectiva fenomenológica.

Cuando cada grupo escogió su tema, sus miembros supusieron que el tema era sencillo, matemáticamente hablando. Esta visión se transformó a medida que profundizaron en él. Los grupos de futuros profesores ampliaron su visión de lo que era una estructura matemática. Su experiencia como estudiantes de matemáticas y como profesores en clases particulares seguramente había reforzado una visión esencialmente formal de los conceptos matemáticos. Es posible que esta forma de ver las cosas estuviera en el centro de las dificultades que ellos tuvieron para apreciar la complejidad detrás de cada tema. No obstante, en la medida en que la génesis

instrumental tuvo lugar y los grupos de futuros profesores progresaron en la identificación y organización de los diversos significados del concepto matemático, ellos se hicieron conscientes de su complejidad. Los resultados de este estudio muestran que la mayoría de los grupos de futuros profesores lograron abordar esta complejidad en sus perspectivas conceptual y representacional. No obstante, en cierta medida, esta complejidad los desbordó a la hora de utilizar los resultados de sus análisis para efectos didácticos. Cuando se esperaba que ellos utilizaran la información recogida para diseñar tareas o actividades de evaluación, los grupos de futuros profesores regresaron a los elementos tradicionales: una visión conceptual que utiliza los sistemas de representación básicos (simbólico, gráfico y numérico) y que no saca provecho del análisis fenomenológico.

El análisis mostró que los grupos de futuros profesores negociaron y construyeron el significado de los organizadores del currículo en la medida en que intentaron usarlo en la práctica en un tema específico. Los avances se lograron cuando, habiendo propuesto una solución al problema, los grupos de futuros profesores compararon su solución con las soluciones de los otros grupos y contrastaron su posición con las opiniones, comentarios y críticas de los compañeros y los formadores. En este proceso, los futuros profesores pudieron reconocer las deficiencias de su solución inicial, tener en cuenta las críticas recibidas a ésta, investigar en la literatura y discutir nuevas propuestas, hasta llegar a una nueva solución que surgió del acuerdo entre los miembros del grupo.

Puesta en Práctica del Conocimiento Didáctico

En el tercer estudio, me propuse explorar la puesta en práctica de la información recogida para los organizadores del currículo del análisis de contenido. Para ello, analicé los trabajos finales presentados por los grupos de futuros profesores, y establecí qué información, de la propuesta en el análisis de contenido, se utilizó en los análisis del análisis didáctico y en el diseño de la unidad didáctica y si había información correspondiente al análisis de contenido que se utilizaba en los otros análisis o en el diseño de la unidad didáctica y que no había quedado registrada explícitamente en el apartado del análisis de contenido del documento.

El análisis puso en evidencia una relación débil entre la información recogida para los organizadores del currículo del análisis de contenido y su uso en los otros análisis y en el diseño de la unidad didáctica. Los grupos de futuros profesores utilizaron la información que surgió del análisis de contenido solamente en algunos aspectos de los otros análisis y del diseño de la unidad didáctica y no lograron desarrollar necesariamente una visión global e integrada del análisis de contenido, en particular, y del análisis didáctico, en general, como herramienta para el diseño de unidades didácticas.

Una Comunidad de Práctica

Dado que el análisis de las producciones y actuaciones no informa sobre el proceso en virtud del cual cada grupo de futuros profesores negocia significados y avanza en su proceso de aprendizaje, en el cuarto estudio me propuse caracterizar los procesos de aprendizaje de los grupos de futuros profesores. Para ello, analicé las transcripciones de las grabaciones en audio del trabajo por fuera del aula de un grupo de futuros profesores. Este proceso de codificación y análisis se basó en una adaptación y operacionalización de la teoría social del aprendizaje de Wenger (1998) a la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. En este contexto pude identificar los aspectos que más influyeron en el proceso de aprendizaje del grupo

de futuros profesores: la experiencia docente y el compromiso de los participantes, su experiencia en la asignatura de prácticas, los comentarios del formador a sus transparencias, y la existencia y el papel del líder.

Con este estudio corroboré otra de mis conjeturas: es posible estudiar el proceso de aprendizaje de los futuros profesores desde una perspectiva sociocultural. De hecho, esta perspectiva permite una caracterización del desarrollo del conocimiento didáctico que no es posible con esquemas tradicionales. En particular, no solamente se determina qué aprende el grupo, sino cómo aprende y de qué depende ese aprendizaje, enfatizando el papel del contexto y el carácter interdependiente del aprendizaje. El grupo aprendió porque sus miembros se comprometieron mutuamente con un propósito común. Para ello, negociaron significados que se materializaron en un repertorio compartido con el que resolvieron las tareas que tenían asignadas.

De esta manera caractericé el desarrollo del conocimiento didáctico de un grupo de futuros profesores a partir de resultados que no era posible obtener en los otros estudios. Los resultados muestran que, detrás de las presentaciones que los grupos de futuros profesores que participaron en la asignatura hicieron en clase y de los trabajos que entregaron a los formadores, había una complejidad propia del desarrollo de una comunidad de práctica. Al analizar sistemática y detalladamente esta complejidad identifiqué y caractericé múltiples aspectos del aprendizaje social de un grupo de futuros profesores. Estas caracterizaciones iluminan dimensiones de la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria que en muchas ocasiones permanecen opacas en la literatura de investigación. También permiten explicar algunos de los resultados de los otros estudios que forman parte de este proyecto. Por ejemplo, permiten comprender los procesos de negociación de significado que se materializaron en las transparencias y el trabajo final del grupo. Asimismo desvelan las diferentes posiciones de los participantes, sus dudas y confusiones, los conflictos que tuvieron que afrontar y resolver y los esquemas y técnicas que desarrollaron para resolver las tareas que les fueron asignadas. En definitiva, el análisis en profundidad de las transcripciones ilumina el progreso del grupo en su compromiso por construir conjuntamente los significados que ellos consideraron necesarios para satisfacer, por un lado, los requisitos de la asignatura y, por el otro, su interés por convertirse en profesores de matemáticas. De esta manera, expliqué y fundamenté con evidencia algunos de los aspectos más importantes del desarrollo del conocimiento didáctico de los grupos de futuros profesores que establecí en los otros estudios.

Los resultados de este estudio muestran que el grupo función cuadrática constituyó y consolidó una comunidad de práctica: en un proceso permanente de búsqueda y negociación de significados, el grupo estableció un compromiso mutuo en la definición de una empresa conjunta para la que produjo un repertorio compartido. El análisis de las transcripciones pone en evidencia que, no solamente los participantes aprendieron y progresaron como individuos, sino que hubo *aprendizaje interdependiente*: el grupo, como entidad, progresó en su capacidad de abordar las tareas a mano y cada participante se preocupó por el aprendizaje de los demás.

Discusión

¿Cómo puede la “prueba de existencia” (Schoenfeld, 2000, p. 643) que acabo de describir contribuir a la práctica de la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria? Entiendo que los resultados de este trabajo pueden ser interpretados y adaptados en dos dominios: la evaluación y mejora del diseño y desarrollo de planes de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria y la reflexión sobre la actuación de los formadores de profesores.

Complejidad de la Formación Inicial de Profesores de Matemáticas de Secundaria

Una de las conclusiones más evidentes de este proyecto de investigación se refiere a la complejidad de la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. Esta complejidad se manifiesta claramente en dos aspectos: la complejidad inherente a las nociones (herramientas) en cuyo uso se espera que los futuros profesores se hagan competentes y la complejidad de los procesos de aprendizaje que pueden permitir desarrollar dicha competencia.

El conocimiento didáctico de los grupos de futuros profesores que participaron en la asignatura evolucionó de manera paulatina, heterogénea y desfasada con respecto a la instrucción. Los grupos de futuros profesores enfrentaron dificultades cuando analizaron su tema con cada uno de los organizadores del currículo del análisis de contenido. Estas dificultades se reflejaron en sus producciones y actuaciones a través de una variedad de significados parciales que ellos pusieron en juego al llevar a la práctica cada una de las nociones. Algunos de los grupos de futuros profesores lograron superar la mayoría de las dificultades. No obstante, algunos de los propósitos de la instrucción no se satisficieron, en particular con respecto a la noción de fenomenología y al uso práctico de los tres organizadores del currículo del análisis de contenido. Estas dificultades fueron un reflejo parcial de la complejidad del proceso de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria que tuvo lugar dentro del plan de formación. Las dificultades de los grupos de futuros profesores son producto, entre otras cosas, de la complejidad de estas nociones, complejidad que puse de manifiesto en el apartado anterior. Por otro lado, el juego entre los usos técnico y práctico de las nociones contribuye a esta complejidad.

Un grupo de futuros profesores transforma un organizador del currículo en un instrumento (y, por consiguiente, avanza en el desarrollo de su conocimiento didáctico sobre la noción) en la medida en que negocia y construye su significado y desarrolla sus usos técnico y práctico. El proceso se inicia con el desarrollo de un uso técnico inicial de la noción que se motiva en la imitación y se alimenta con la información de los libros texto. Es el inicio del proceso de instrumentalización (técnica). La instrumentación tiene lugar cuando el uso técnico se desarrolla, con motivo de los comentarios y las críticas, en su interacción con la profundidad de análisis de la estructura matemática y en su puesta en práctica en otros análisis y en el diseño de la unidad didáctica (orquestración). Este desarrollo da lugar a la construcción de esquemas de acción para el análisis técnico de la estructura matemática. En la medida en que se desarrolla la capacidad para comparar e interpretar los análisis técnicos de diferentes temas matemáticos, se construye el significado del organizador del currículo. El desarrollo del uso práctico requiere de un nuevo proceso de génesis instrumental. Parte de la información que surge del análisis técnico del tema y apela a la orquestración de los diversos instrumentos (los organizadores del currículo) para la construcción de esquemas de acción que dan lugar a la puesta en práctica del organizador del currículo con propósitos didácticos.

Formadores como Asesores

Mi intención en este proyecto no fue la de evaluar un modelo de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. Por consiguiente, no busqué responder a preguntas del estilo “¿qué es lo que funciona en el aula?” o “¿qué método es mejor?”. Más bien, argumenté que la caracterización del desarrollo del conocimiento didáctico de los grupos de futuros profesores que participaron en la asignatura aporta luces sobre sus dificultades y logros al realizar las tareas y sobre las posibles causas de estas dificultades y logros. Entiendo que esta información es relevante tanto para la revisión del diseño de la asignatura, como, sujeta a la interpretación

correspondiente, para otros formadores y otras asignaturas que, en alguna medida, fundamentan la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria en un modelo similar al nuestro. En el caso de nuestra asignatura, los resultados destacan dos cuestiones claves donde es necesario mejorar: el tratamiento del análisis fenomenológico y la presentación del uso práctico de los organizadores del currículo y su relación con su uso técnico. Por otro lado, resaltan el papel positivo que jugaron los esquemas metodológicos utilizados y los comentarios a las producciones de los futuros profesores.

El diseño de las tareas y los comentarios al trabajo de los grupos pueden promover el aprendizaje interdependiente en un grupo *si éste ya se ha constituido como una comunidad de práctica*. De otra manera, en un grupo que trabaja con el esquema de equipo, sus miembros pueden interpretar los comentarios y la definición de las tareas como dos condicionantes adicionales de las rutinas de trabajo que han establecido, sin que estos factores promuevan necesariamente la negociación de significado. Pero, si valoramos el tipo de aprendizaje que emerge de una comunidad de práctica, ¿cómo fomentamos y cultivamos este tipo de escenario? En el caso de nuestra propia experiencia, vemos que debemos cambiar nuestra actitud como formadores. Hasta el momento, cuando interactuamos con los futuros profesores (en el aula o en las reuniones de tutoría) nuestra preocupación se ha centrado en *qué* han aprendido y en ayudarlos a mejorar su trabajo (transparencias, presentaciones y documentos). Sin embargo, ahora somos conscientes de que debemos tener en cuenta los procesos de aprendizaje que dan lugar a las producciones de los grupos y debemos desarrollar estrategias que promuevan el aprendizaje interdependiente y la negociación de significado. Debemos convertirnos en “asesores” del trabajo de los grupos. Esto implica que debemos preocuparnos por sus procesos de aprendizaje. Para ello, nuestra atención no debe centrarse exclusivamente en constatar en qué medida han desarrollado un repertorio compartido y corregir sus deficiencias. También debemos atender a los factores que pueden afectar tanto el desarrollo del compromiso mutuo entre sus miembros, como la claridad y validez de su empresa conjunta. El “modelo de proyecto de Aalborg” (Hansen y Jensen, 2004) es un ejemplo de este tipo de aproximación a la formación profesional.

De la propuesta anterior emerge una nueva caracterización del formador de profesores. Si se aborda la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria desde la perspectiva de las comunidades de práctica, entonces debemos cuestionarnos acerca de nuestras competencias como formadores. Los formadores debemos desarrollar nuevas competencias y este tipo de aproximación impone nuevos requisitos a nivel institucional (Beck y Kosnik, 2001, p. 925). ¿Cuáles son los factores que afectan la “calidad” de las comunidades de práctica que se pueden promover en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria? (Llinares y Krainer, 2006, pp. 444-445) ¿Qué competencias debemos desarrollar los formadores? ¿Qué condiciones se imponen a nivel institucional? Éstas son algunas de las preguntas que debemos abordar de cara al futuro.

Referencias

Adler, J. (1998). Lights and limits: Recontextualising Lave and Wenger to theorise knowledge of teaching and of learning school mathematics. En Watson y A (Eds.), *Situated cognition and the learning of mathematics* (pp. 161-177). Oxford: Centre for Mathematics Education Research University of Oxford Department of Educational Studies.

- Artigue, M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7(3), 245-274.
- Ball, D. L. (2003, February 6, 2003). *Mathematics in the 21st Century: What Mathematical Knowledge is Needed for Teaching Mathematics?* Trabajo presentado en U.S. Department of Education.
- Beck, C. y Kosnik, C. (2001). From cohort to community in a preservice teacher education program. *Teaching and Teacher Education*, 17(8), 925-948.
- Cooney, T. J. (2004). Pluralism and the teaching of mathematics. En B. Clarke, D. M. Clarke, G. Emanuelsson, B. Johansson, D. V. Lambdin, F. K. Lester, A. Wallby y K. Wallby (Eds.), *International perspectives on learning and teaching mathematics* (pp. 503- 517). Göteborg: National Center for Mathematics Education.
- Gómez, P. (2002a). Análisis del diseño de actividades para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. En M. C. Penalva y G. Torregosa (Eds.), *Aportaciones de la didáctica de la matemática a diferentes perfiles profesionales* (pp. 341-356). Alicante: Universidad de Alicante.
- Gómez, P. (2002b). Análisis didáctico y diseño curricular en matemáticas. *Revista EMA*, 7(3), 251-293.
- Gómez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.
- Hansen, S. y Jensen, L. P. (2004). Supervision and Group Dynamics. En A. Kolmos, F. K. Fink y L. Krogh (Eds.), *The Aalborg PBL Model* (pp. 349-361). Aalborg: Aalborg University Press.
- Kaptelinin, V. (2003). Learning with artefacts: integrating technologies into activities. *Interacting with Computers*, 15(6), 831-836.
- Kilpatrick, J., Swafford, J. O. y Findell, B. (2001). *ADDING IT UP: Helping Children Learn Mathematics*. Washington: National Academy Press.
- Lerman, S. (2001). A review of research perspectives on mathematics teacher education. En F. L. Lin y T. J. Cooney (Eds.), *Making sense of mathematics teacher education* (pp. 33-52). Dordrecht: Kluwer.
- Llinares, S. y Krainer, K. (2006). Mathematics (student) teachers and teacher educators as learners. En A. Gutiérrez y P. Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education. Past, Present and Future* (pp. 429-459). Rotterdam: Sense Publishers.

- Miller, H. E. (1996). The multiple dimensions of information quality. *Information Systems Management, 13*(2), 79-82.
- Niss, M. (2003). *Mathematical Competencies and the Learning of Mathematics: The Danish KOM project*. Trabajo presentado en Third Mediterranean Conference on Mathematics Education, Atenas.
- Pipino, L. L. Y. W. y Wang, R. Y. (2002). Data Quality Assessment. *Communications of the ACM, 45*(4), 211-218.
- Rabardel, P. (2003). From artefact to instrument. *Interacting with Computers, 15*(5), 641-645.
- Rabardel, P. y Bourmaud, G. (2003). From computer to instrument system: a developmental perspective. *Interacting with Computers, 15*(5), 665-691.
- Recio, T. (2004). Seminario: itinerario educativo de la licenciatura de matemáticas. Documento de conclusiones y propuestas. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española, 7*(1), 33-36.
- Rico, L. (1992). *Proyecto Docente*. Granada: Universidad de Granada.
- Rico, L. (1995). Consideraciones sobre el currículo escolar de matemáticas. *Revista EMA, 1*(1), 4-24.
- Rico, L. (1997a). Consideraciones sobre el currículo de matemáticas para educación secundaria. En L. R. Coord, E. Castro, E. Castro, M. Coriat, A. Marín, L. Puig, M. Sierra y M. M. Socas (Eds.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 15-38). Barcelona: ice - Horsori.
- Rico, L. (1997b). Los organizadores del currículo de matemáticas. En L. Rico (Ed.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 39-59). Barcelona: ice - Horsori.
- Rico, L. (1998a). Complejidad del currículo de matemáticas como herramienta profesional. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa, 1*(1), 22-39.
- Rico, L. (1998b). Reflexiones sobre la formación inicial del profesor de secundaria en didáctica de la matemática. En Braira (Ed.), *La formación inicial de los profesores de primaria y secundaria en el área de didáctica de las matemáticas* (pp. 183-194). León: Universidad de León.
- Rico, L. (2004). Reflexiones sobre la formación inicial del profesor de matemáticas de secundaria. *Profesorado. Revista de curriculum y formación del profesorado, 8*(1), 1-15.
- Rico, L. (Ed.). (1997c). *Bases teóricas del currículo de matemáticas en educación secundaria*. Madrid: Síntesis.
- Rico, L., Castro, E., Castro, E., Coriat, M., Marín, A., Puig, L., Sierra, M. y Socas, M. (1997a). *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. Barcelona: ice - Horsori.

- Rico, L., Castro, E., Castro, E., Coriat, M. y Segovia, I. (1997b). Investigación, diseño y desarrollo curricular. En L. Rico (Ed.), *Bases teóricas del currículo de matemáticas en educación secundaria* (pp. 265-318). Madrid: Síntesis.
- Schoenfeld, A. H. (2000). Purposes and Methods of Research in Mathematics Education. *Notices of the American Mathematical Society*, 47(3), 641-649.
- Segovia, I. y Rico, L. (2001). Unidades didácticas. Organizadores. En E. Castro (Ed.), *Didáctica de la matemática en la educación primaria* (pp. 83-104). Madrid: Síntesis.
- Sfard, A., Hashimoto, Y., Knijnik, G., Robert, A. y Skovsmose, O. (2004). *The relation between research and practice in mathematics education*. Trabajo presentado en 10th International Congress on Mathematical Education, Copenhagen.
- Stein, M. K. y Brown, C. A. (1997). Teacher learning in a social context: Integrating collaborative and institutional processes with the study of teacher change. En E. Fennema y B. S. Nelson (Eds.), *Mathematics teachers in transition* (pp. 155-191). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.
- Strong, D. M., Lee, Y. W. y Wang, R. Y. (1997). Data Quality in Context. *Cacm*, 40(5), 103-110.
- Van Der Valk, T. A. E. y Broekman, H. H. G. B. (1999). The lesson preparation method: a way of investigating pre-service teachers' pedagogical content knowledge. *European Journal of Teacher Education*, 22(1), 11-22.
- Vérillon, P. (2000). Revisiting Piaget and Vigotsky: in search of a learning model for technology education. *The Journal of Technology Studies*, 26(1), 3-10.
- Wand, Y. y Wang, R. Y. (1996). Anchoring Data Quality Dimensions in Ontological Foundations. *Communications, of the ACM* 39(11), 86-95.
- Wenger, E. (1998). *Communities of practices. Learning, meaning, and identity*. Cambridge: Cambridge University.