CUANDO EL LENGUAJE FORMAL SE TORNA EN UN OBSTÁCULO EN EL AULA, PERO ES VISTA COMO PARTE DEL CONTRATO DIDÁCTICO. UN ESTUDIO DE CASO

Cecilia Crespo Crespo, Liliana Homilka, Patricia Lestón
Instituto Superior del Profesorado "*Dr. Joaquín V. González*". Buenos Aires - Argentina
Centro de Investigaciones en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada. CICATA - IPN - México
crccrespo@gmail.com, lhomilka@yahoo.com.ar, patricialeston@yahoo.com.ar
Nivel Medio y Superior

Resumen
El presente trabajo, realizado como parte de una investigación desde la línea de la construcción social del conocimiento con enfoque socioepistemológico, se centra en analizar a partir de un estudio de caso algunas de las características del lenguaje utilizado en el discurso matemático escolar. Se describen aspectos del lenguaje empleado por los estudiantes y docentes en el aula de matemática, mostrando la manera en la que la utilización de un lenguaje formal es aceptada como parte del contrato didáctico, a pesar de que se torna en obstáculo en muchas oportunidades.
Palabras clave: lenguaje matemático, formalización, representación social

Introducción

El presente trabajo forma parte de una investigación que desde la línea de la construcción social del conocimiento con enfoque socioepistemológico, se centra en analizar las características del lenguaje utilizado en el discurso matemático escolar, intentando explicar los orígenes de algunas de ellas.

El discurso matemático escolar "es aquel que atiende formación de consensos en la noosfera en torno a un saber escolar y a aspectos relativos a su tratamiento y características, incluyendo aspectos de organización temática y profanidad expositiva" (Castañeda, 2006, p.255). En la formación del discurso matemático escolar influyen diversos factores (Castañeda, 2009, Castañeda, Rosas y Molina, 2010). En él se refleja una ideología a través de forma de presentar y tratar objetos matemáticos en el aula (qué debe estudiarse, cómo, en qué orden, etc.). El lenguaje aceptado y utilizado en el aula, es un ejemplo de este fenómeno.

En este trabajo se describen aspectos del lenguaje utilizado por profesores y estudiantes en el aula de matemática. En él, se reflejan las representaciones que los distintos actores de este escenario sociocultural poseen acerca de cómo debe de ser el lenguaje utilizado en el aula, tanto en las explicaciones de los docentes, y los libros de texto de matemática, como en las producciones de los alumnos. En el estudio de caso que en este trabajo se presenta, puede observarse la manera en la que la utilización de un lenguaje formal, que se orienta inicialmente a la mejor comprensión y a lograr una universalización de la matemática, puede tornarse en un obstáculo para la construcción del conocimiento matemático, pero a pesar de ello sigue presente en el aula.

El lenguaje matemático

La forma de pensar y de expresarnos en matemática y en otras disciplinas es distinta. Es un hecho reconocido por toda la sociedad, que los alumnos tienen mayores dificultades con la matemática que con otras materias. Solemos preguntarnos las causas de estas diferencias,

pero en pocas oportunidades se piensa en las características del lenguaje utilizado en el aula de matemática como una de las causas de los obstáculos que los alumnos enfrentan al momento de la construcción del conocimiento matemático.
Indagando acerca de las características del lenguaje matemático, es posible encontrar que algunos autores afirman que “las matemáticas no sólo tienen su propio lenguaje sino que son en sí mismas un lenguaje, puesto que comprenden, entre otras cosas, un conjunto de símbolos semióticos de representación conceptual” (Díaz, 2009, p.13). Se dice que en la escuela, los alumnos deben adquirir el dominio de los distintos códigos y representaciones características del lenguaje matemático (verbal, simbólico, gráfico, etc.). Esta característica de manejar varios tipos de registros que parece una ventaja de la matemática para la construcción de conceptos matemáticos (Duval, 1995), sin embargo, puede jugar en contra y transformarse en un obstáculo difícil de franquear.
El pensamiento de una persona puede conocerse a través del lenguaje predominantemente verbal, cuyo principal atributo es la comunicación. El lenguaje natural tiene características como la vaguedad y la ambigüedad que lo hacen poco apropiado para formular un discurso que pretende ser científico. Por ello surgieron los lenguajes formales, dando pautas claras y precisas para evitar paradojas y contradicciones (Datri, 1999). Sin embargo los conceptos que se aprenden se construyen asociados al lenguaje cotidiano, por lo cual la pérdida de ese tipo de lenguaje en el aula hace más difícil esta actividad. “La comunicación y específicamente la interacción entre docente-alumno y alumno-alumno se considera en la actualidad como la base del proceso de aprendizaje” (Tusón y Unamuno, citado por Reséndiz, 2006, p.441). Las acciones de interpretar, argumentar, pensar y proponer facilitan este proceso. Durante esta interacción, entendemos que ocurre la construcción del conocimiento requiriendo del lenguaje usado socialmente.

Una experiencia en la definición de límite
Se presenta en este trabajo un estudio de caso de una experiencia de una de las primeras prácticas de una estudiante de profesorado de matemática. Se trata de la clase correspondiente a la presentación del concepto de límite finito. Se realiza en este artículo el análisis de la planificación y la clase a través de la descripción de lo observado en ella, intentando interpretar algunos de los episodios acaecidos en relación a las características del lenguaje matemático.

a) La descripción del escenario
La carrera de Profesorado de Matemática en nuestra institución, se caracteriza por tener un diseño curricular en la actualidad que organiza las asignaturas en tres ejes: el eje disciplinar, el eje de la formación docente y el eje de aproximación a la realidad y de la práctica docente. En el primero se abordan los contenidos específicos de matemática. El segundo agrupa materias de origen didáctico y humanístico, que son comunes a todas las carreras de profesorado de las distintas disciplinas que se imparten en la institución. El tercer eje corresponde a asignaturas que se orientan introducir a los alumnos en la realidad del sujeto que aprende, iniciarse en la comprensión de las teorías de aprendizaje desde la disciplina y que culmina en el último año de la carrera con las prácticas docentes en la denominada residencia.
En esta última etapa, los estudiantes, futuros profesores de matemática, se ponen por primera vez frente a un curso en el que darán las prácticas. Esta situación puede ser denominada traumática para los practicantes (Homilka, 2008), ya que además de las

inseguridades y temores propios de las circunstancias, deben intentar satisfacer los requerimientos e indicaciones de su profesor de prácticas que los evalúa, del profesor que está prestando el curso que debe cumplir con su planificación institucional e insertar las prácticas en el desarrollo de su curso anual, y además intentar presentar el tema de la manera en la que él cree que debe hacerse a partir de su reciente experiencia como alumno. Debe tenerse en cuenta que la práctica docente genera en los alumnos, imágenes positivas o negativas muy fuertes de lo que significa ser docente, de las actitudes que se tienen hacia el trabajo profesional, las características de sus clases, y acerca de las habilidades y competencias que debe desarrollar el profesor. Las prácticas se organizan en dos etapas: las prácticas aisladas y la residencia propiamente dicha. En las prácticas aisladas, el estudiante inserta su clase dentro de la estructura organizativa del docente a cargo del curso en el que practica. Es probable que no tenga a su cargo clases consecutivas, sino que el docente retome lo trabajado en la clase siguiente y que por lo tanto se trate de un desempeño discontinuo. En la residencia, el practicante tiene a su cargo un curso por un período de aproximadamente dos meses de manera continua, aunque es observado por parte del docente del curso que permanece siempre en el aula y su profesor de prácticas en algunas oportunidades. La finalidad de las prácticas aisladas es que el futuro profesor tenga oportunidad de poner de manifiesto su manejo de aula y de tiempos, su habilidad para planificar una clase y poner en la práctica lo planificado y en general demostrar que está en condiciones de tener a su cargo un curso. La de la residencia, de poder organizar la tarea didáctica con continuidad por medio del diseño de secuencias didácticas apropiadas. Normalmente los cursos asignados son de nivel medio y eventualmente de asignaturas de nivel terciario de la institución donde estudia.

Este trabajo se centra en el análisis de una de las primeras prácticas aisladas de una practicante llevada a cabo en un curso de Matemática 1, de la carrera de Profesorado de Informática. Este curso suele ser muy numeroso, siendo 76 alumnos este año. Se caracterizan por no poseer bases sólidas de conocimientos matemáticos y cuenta con gran cantidad de alumnos recursantes (aproximadamente el 40% del curso). A pesar de ser un curso numeroso y que podría decirse no posee un alto nivel matemático, es en general respetuoso y los alumnos intervienen moderadamente en las clases. En las observaciones y prácticas aisladas previas, la practicante ha tenido oportunidad de conocer las características del curso y de interactuar con ellos. La temática asignada para la clase es: definición de límite finito. En las clases anteriores, los alumnos han estado trabajando con funciones numéricas de distintos tipos a través de tablas de valores, gráficas cartesianas y expresiones algebraicas (funciones lineales, cuadráticas, valor absoluto, mantisa, etc.). Estas se han enfocado de manera intuitiva y aprovechando ideas que los estudiantes abordaron en su curso de ingreso o en sus estudios de escuela media.

La idea propuesta inicialmente por la docente a la practicante y que fuera compartida por la docente de práctica fue apoyarse en ejemplos para introducir el concepto de límite. Se le propone hacer una introducción básicamente intuitiva y sin llegar a la definición formal ε, δ de límite, debido a las características del curso.

b) La propuesta de la practicante

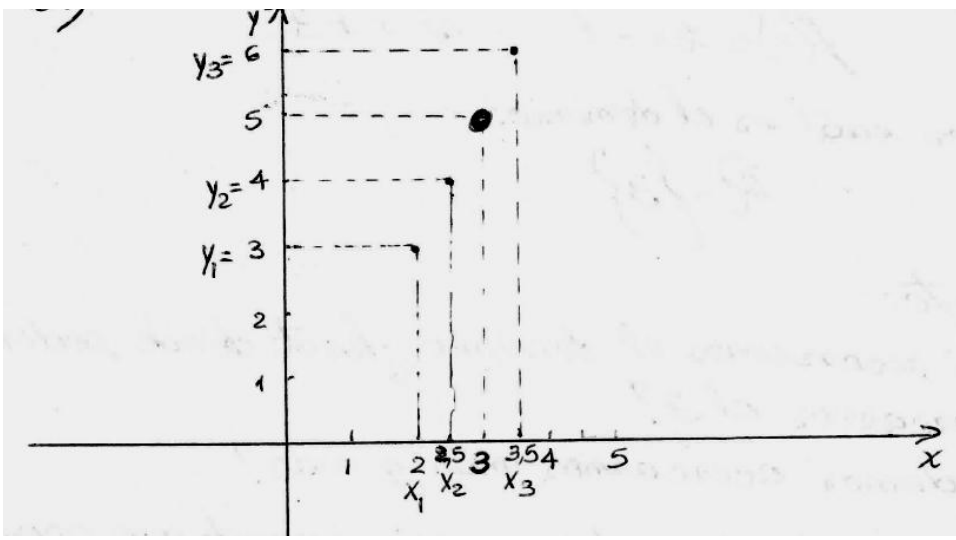
La propuesta de clase fue presentada a través de la planificación enviada por la practicante previamente a la clase correspondiente y leída tanto por la profesora del curso como por la

profesora de prácticas. En ella propuso introducir el tema a partir de un ejemplo de función: f(x) = 2x-1, si $x \neq 3$.
De la misma, y a partir de la determinación de su dominio, la practicante proponía acercarse al 3, preguntando a los estudiantes hasta dónde podía acercarse, e inducirlos a acercarse cada vez más tanto por izquierda como por derecha, para concluir que podía acercarse indefinidamente, aunque sin llegar a alcanzar el 3, pues no pertenece al dominio.
Recordando el concepto de entorno reducido visto a principio de año, les mostraría que se está moviendo en uno de esos entornos, aprovechando la condición del 3 de ser punto de acumulación del dominio de la función. En este punto, se haría notar la importancia de que el punto 3 cumpliera esa condición para poder acercarse a él tanto como se deseara.
Su propuesta continuaría con el llenado de una tabla de valores para distintos puntos del dominio, cercanos al 3, pero distintos de él.

x	2,5	2,9	2,99	2,999	2,9999	..3..	.3,0001	3,001	3,01	3,1	3,5
$f(x)$	4	4,8	4,98	4,998	4,9998		5,0002	5,002	5,02	5,2	6

$\longrightarrow 5 \longleftarrow$

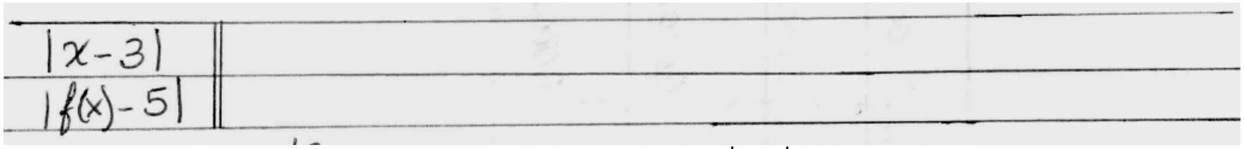
Pasaría entonces a analizar con ayuda de un gráfico de la función, qué valores corresponden a las imágenes de la función en esos puntos y cuánto pueden esas imágenes acercarse al valor 5.



A través de ambos registros, sería posible inducir a los alumnos a enunciar que los valores de la función se acercan a 5 cuando los de su dominio se acercan a 3. La practicante enunciaría que cuando “x tiende a 3”, el valor al que se acercan las imágenes de la función es 5, o la función “tiende a 5”, o bien “tiene por límite 5”, introduciendo la expresión simbólica: $x \to 3$, $f(x) \to 5$, proponiendo como notación:

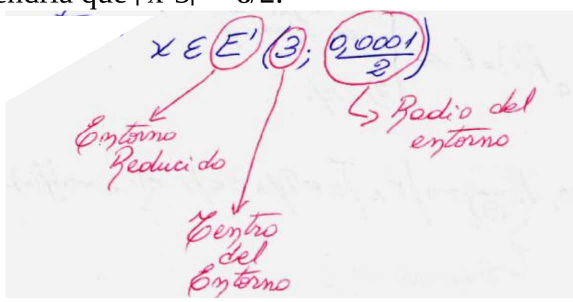
$$\lim_{x \to 3} f(x) = \underbrace{5}_{\text{límite}}$$

A continuación, se les propondría completar la tabla de valores para los valores de x cercanos a 3 que se habían utilizado en la tabla anterior:



Para facilitar su llenado, se analizaría el significado de $|x-3|$ como distancia entre x y 3 y de $|f(x)-5|$ como distancia entre f(x) y 5 para casos particulares. En esta tabla, se observaría que la segunda fila es el doble de la primera.

Posteriormente, la propuesta consistía en proponer preguntar cuáles serían los valores de x que verificaran la condición de que $|f(x)-5|$ fuera menor que cierto valor fijo arbitrario, por ejemplo 0,00001. Resolviendo la inecuación $|f(x)-5| < 0{,}00001$, se llegaría a que los valores de x cumplen $|x-3| < 0{,}00001/2$. Si se generaliza a pensar que 0,00001 puede ser un valor ε cualquiera, se tendría que $|x-3| < \varepsilon/2$.



o sea que x va a pertenecer a cualquier entorno de centro 3 y radio menor que $\varepsilon/2$ para que cumpla la condición pedida.

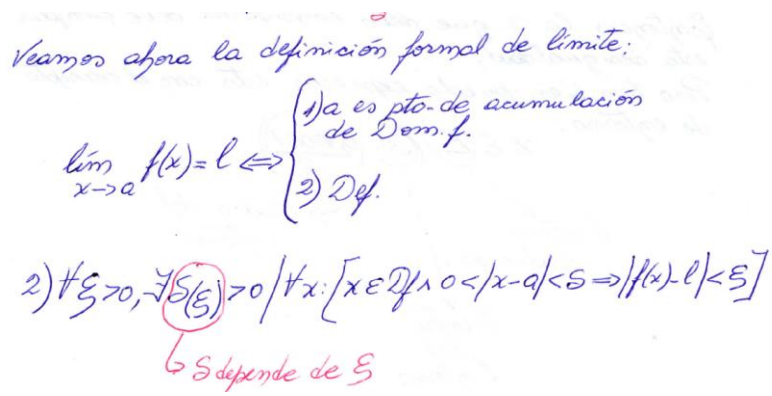
Al llegar a este punto de la clase, la practicante resumiría las ideas trabajadas, institucionalizando el concepto intuitivo de límite. Tanto la profesora del curso como la profesora de prácticas, hicieron hincapié en que dicha institucionalización se orientara a lo conceptual y no a lo formal.

Finalmente, la practicante proponía en su planificación la presentación de ejemplos en los que se analizarían las ideas trabajadas anteriormente.

c. Comentarios acerca de la clase

La clase se llevó a cabo de acuerdo con la propuesta de planificación de la practicante. La estudiante de profesorado logró gran participación de los alumnos del curso a través de las preguntas y ejemplos presentados. Si bien el enfoque de la clase fue clásico, se logró un interesante trabajo de pasaje entre distintos registros de representación. El grupo de alumnos respondía correctamente, entusiasmados por encontrar en el ejemplo elegido situaciones que les resultaban significativas. Logró que la cultura y el lenguaje de los estudiantes coincidiera con el de la escuela (Tenti, Fanfani, 2008), de allí la empatía que se puso en evidencia.

Sin embargo, al llegar al momento de institucionalización, la practicante escribió en el pizarrón:



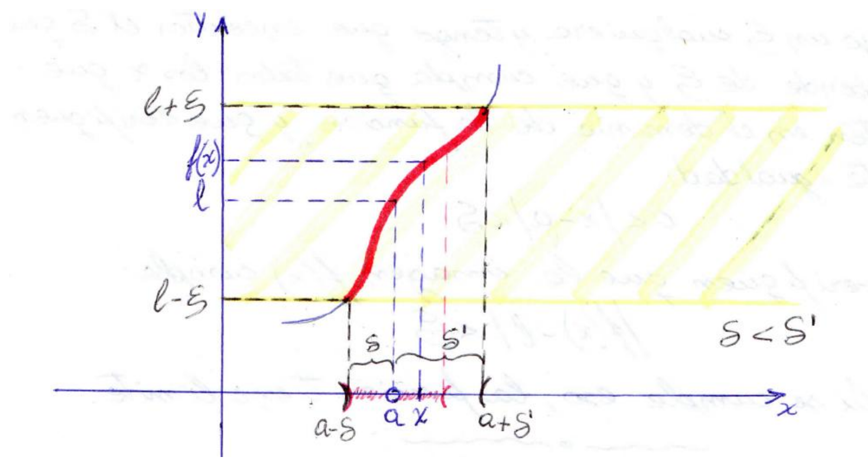
Veamos ahora la definición formal de límite:

$$\lim_{x \to a} f(x) = \ell \iff \begin{cases} 1) \text{ a es pto. de acumulación de Dom. f.} \\ 2) \text{ Def.} \end{cases}$$

$$2)\ \forall \varepsilon > 0, \exists \delta(\varepsilon) > 0 / \forall x : [x \in D_f \wedge 0 < |x-a| < \delta \Rightarrow |f(x) - \ell| < \varepsilon]$$

↳ δ depende de ε

Ante la mirada de desorientación de los estudiantes que habían seguido y participado en la clase anteriormente, la practicante a cargo de la clase, se abocó a explicar la definición que acababa de escribir. Su explicación fue correcta y utilizó el siguiente gráfico para ella:



Las dos profesoras que se encontraban presenciando la clase, llamaron a la practicante y le sugirieron que intentara escribir la definición de manera coloquial, teniendo en cuenta que como le habían explicado anteriormente el nivel de formalización al que se encuentran acostumbrados los estudiantes de este curso era elemental. Entonces escribió en el pizarrón: "Para todo ε positivo, existe un δ función de ε también positivo tal que para todo x perteneciente al dominio de f y que cumpla que $0< |x-a| < \delta$ entonces $|f(x)-l| < \varepsilon$". Es decir que a pesar de la sugerencia que había recibido de la profesora del curso y de su profesora de práctica, comenzó a expresar formalmente la definición de función, llegando a utilizar cuantificadores, lo que fue copiado por los estudiantes, aunque sin que lograran comprender plenamente tal notación. Aún cuando se le sugirió durante la clase que presentara una interpretación coloquial de las definiciones escritas, no le fue posible alejarse de lo que había escrito y su explicación se limitó a una traducción casi textual de las mismas. Este hecho trasluce la existencia en el contrato didáctico de creencias de que la matemática debe unirse a la formalización simbólica (D´Amore, 2005). Esto se manifiesta no sólo en la formalización de definiciones, sino en la manera de expresar demostraciones (Crespo Crespo, 2007) que en muchas oportunidades no son aceptadas por los estudiantes si no se encuentran escritas de manera formal.

La clase finalizó con el análisis por parte de los estudiantes de otros ejemplos de límites de funciones, en los que los estudiantes aplicaron las ideas abordadas, de manera similar al primer ejemplo utilizado en la explicación.

Algunas reflexiones

En esta clase, se puso de manifiesto el manejo de varios registros de representación en simultáneo, permitió reforzar las ideas que se iban construyendo. Sin embargo, el exceso de formalismo también se manifestó en la utilización de lenguaje simbólico formal en las definiciones, lo que actuó en realidad como posible obstáculo posterior, ya que no fueron comprendidas por los alumnos, si bien las aceptaron como un paso necesario para el cumplimiento del contrato didáctico.

En este trabajo, se describen algunas situaciones en las que se hacen visibles las características del lenguaje utilizado en la clase de matemática, los alcances de éste y la visión que sobre su utilización tienen los estudiantes. Es posible encontrar investigaciones que a partir de entrevistas provenientes de la escuela media y de nivel superior de las carreras de Profesorado de Matemática y Profesorado de Informática (Crespo Crespo, Homilka y Lestón, 2010), muestren que en las representaciones sociales de los estudiantes y docentes se observa un predominio de la preferencia de la formalización por encima del uso del lenguaje natural, conduciendo a dificultades en momentos en los que se aplica a argumentaciones, justificaciones y explicaciones en la interacción discursiva en el aula. En estas investigaciones, y de acuerdo con el estudio de casos presentado, en la representación que tienen los estudiantes del lenguaje que se utiliza en la clase de matemática, surge entre otras ideas la concepción de que, para ellos, este lenguaje debe ser formal y simbólico, no aceptando expresiones coloquiales y buscando la formalización simbólica en todo momento.

La formalización es comprendida por los alumnos como parte de la normativa que impone el contrato didáctico. Esto llevó a que se fijara la atención en esta investigación en el lenguaje que se utiliza tanto en los libros de texto de matemática, como por parte del profesor de matemática como actor con un papel importante en el escenario del aula, iniciador del diálogo y quien toma decisiones didácticas, que por lo tanto influye en la construcción de representaciones sociales en este escenario.

Referencias Bibliográficas

Castañeda, A. (2006). Formación de un discurso escolar: el caso del máximo de una función en la obra de L'Hospital y María G. Agnesi. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9(2), 253-265.

Castañeda, A. (2009). Aspectos que fundamentan el análisis del discurso matemático escolar. P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 22, 1379-1387. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Castañeda, A. Rosas, A. y Molina, G. (2010). El discurso matemático escolar de los logaritmos en los libros de texto. *Premisa*, 12(44), 3-18

Crespo Crespo, C. (2007). *Las argumentaciones matemáticas desde la visión de la socioepistemología.* Tesis de doctorado no publicada. Centro de Investigaciones en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, México.

Crespo Crespo, C., Homilka, L. y Lestón, P. (2010). *Acerca del lenguaje utilizado en el discurso matemático escolar.* Presentado en Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa Relme 24. Guatemala.

D´Amore, B. (2005). *Bases filosóficas, pedagógicas, epistemológicas y conceptuales de la Didáctica de la Matemática*. Barcelona: Editorial Reverté.

Datri, E. (1999). *Geometría y realidad física*. Buenos Aires: Eudeba.

Díaz, H. H. (2009). El lenguaje verbal como instrumento matemático. *Educación y educadores*, 12(3). 13-31

Duval, R. (1995). *Semiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Berne: Peter Lang.

Homilka, L. (2008). *Influencia de las prácticas docentes en la visión de estudiantes y profesores de matemática acerca de la matemática en el aula y las decisiones didácticas.* Tesis de Maestría en Matemática Educativa no publicada. Centro de Investigaciones en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, México.

Reséndiz., E. (2006). La variación y las explicaciones didácticas de los profesores en situación escolar. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9(3), 435-458.

Tenti Fanfani, E. (2008). Mirar la escuela desde fuera En E. Tenti Fanfani (Comp.) *Nuevos temas en la agenda de política educativa* (pp.11-26). Buenos Aires: Siglo XXI.