

APORTES DE LA GEOMETRÍA DE DESCARTES A LA FORMACIÓN DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS.

Jhon Helver Bello Chávez – Alberto Forero Poveda
jhbello@udistrital.edu.co – albertoforero84@hotmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá D.C. Colombia

Tema: Formación inicial

Modalidad: Taller

Nivel educativo: Terciario - Universitario

Palabras clave: Historia de la matemática, Descartes, conocimiento didáctico, didáctica del álgebra

Resumen

A partir de las reflexiones planteadas en el desarrollo de un proyecto de investigación que analiza la obra de Descartes, con el ánimo de construir en los estudiantes para profesor de matemáticas un discurso histórico que les permita analizar el álgebra escolar, este taller pretende dar a conocer algunas actividades que permiten reflexionar sobre aspectos que se consideran importantes en esta relación.

Dentro de las actividades se trabaja sobre aspectos cruciales de la historia del álgebra, en especial los desarrollados por Descartes en la obra “geometría”, estos hacen referencia a los siguientes aspectos: la diferencia entre la geometría sintética y la geometría analítica; la importancia del cambio del lenguaje a partir de razones y proporciones, y el lenguaje simbólico; el desarrollo de curvas mecánicas, sus instrumentos y las relaciones que se construyen al representarlas por medio de ecuaciones; la revisión de la representación simbólica para la realización de taxonomías de curvas.

El taller construye aspectos de la historia de la matemática, importantes dentro del conocimiento pedagógico del contenido del profesor, con el ánimo de entender el papel de la simbolización; la representación gráfica, la representación simbólica y de algunos instrumentos que fueron usados por Descartes para la construcción de curvas

La historia de la matemática en el conocimiento del profesor de matemáticas

Diferentes trabajos reflexionan sobre la relación entre la historia de matemáticas y la formación de profesores de matemáticas, en especial (Guacaneme Suarez, 2010) organizan el conocimiento que se devela en esta relación en cinco categorías; que hacen referencia a los siguientes cuestionamientos: los por qué, los para qué, los qué, los cómo y los cuándo. En este sentido, el proyecto de investigación “*El conocimiento didáctico del profesor de matemáticas a partir del estudio de la historia de la matemática. Una experiencia con la geometría de Descartes*”, financiado por el centro de investigaciones de la Universidad Distrital en Bogotá D.C. en Colombia, pretende construir argumentos relacionados respecto al por qué, al qué y al cómo; respecto a la obra de Rene Descartes en la formación de profesores de matemáticas.

Alrededor del proyecto de investigación; la historia de la matemática se concibe como un discurso que debe propiciar espacios para analizar la importancia cultural de las matemáticas, bajo esta perspectiva; se espera, contribuya no solo en aspectos matemáticos, sino, como un espacio de reflexión sobre la construcción de conocimiento del contenido del profesor, entendiendo éste como.....

El reconocimiento de la historia como aspecto fundamental en la formación del profesor, radica en la posibilidad de analizar aspectos de las matemáticas como prácticas sociales que se desarrollaron en una época, según (Foucault, 1996, p.6) "...las prácticas sociales pueden llegar a engendrar dominios de saber que no sólo hacen que aparezcan nuevos objetos, conceptos y técnicas, sino que hacen nacer además formas totalmente nuevas de sujetos y sujetos de conocimiento. El mismo sujeto de conocimiento posee una historia, la relación del sujeto con el objeto...". De esta manera, se cree que solamente alrededor de la historia de las matemáticas es posible entender cómo un grupo de sujetos en una época determinada, tuvieron la necesidad de engendrar un conocimiento.

A partir de esta perspectiva de trabajo, se analiza la obra de Descartes en el desarrollo del siglo XVII. Dentro de la investigación, el texto de la "geometría" se asume como producto del discurso del autor, en el cual existe una idea de lo qué son las matemáticas, sus usos y la importancia de ésta para la época.

Puntos de reflexión de la obra de Descartes en la formación de profesores

Para el estudio de la obra de Descartes y con la mirada en el desarrollo de un curso de formación de profesores, se seleccionaron cuatro puntos cruciales para valorar y entender la obra, estos nodos no son necesariamente disyuntos, pero cada uno da cuenta de aspectos fundamentales en el desarrollo del discurso inmerso en la obra, estos aspectos son: las matemáticas que conocía Descartes; noción de curva; el papel de la simbología y el problema de la representación en el siglo XVII.

Las matemáticas que conocía Descartes

Parte del legado de las matemáticas griegas está compuesto por una mirada sobre las matemáticas, ligada a la prueba y la argumentación por medio de la geometría. Los trabajos de Euclides, han sido un referente de estas matemáticas, para algunos autores,

por ejemplo, en libro II, se vislumbran los asuntos relacionados con el álgebra, a lo que según (Grattan Guinness, 1996) En la traducción de Heath se le llamó álgebra geométrica. Esta mirada moderna de la obra devela un tipo de pensamiento o razonamiento en Elementos que desde nuestra perspectiva, la cual compartimos con (Alvarez & Martínez , 2000) Descartes reinterpretó permitiéndole una lectura algebraica para la geometría, sin querer decir que fue solamente este aspecto, consideramos que fue primordial en la nueva mirada de la geometría y del hacer en matemáticas.

De igual manera conocía los trabajos de Apolonio, Papuss y Arquímedes, en los cuales se encuentran aspectos relacionados con las cónicas y la infinitud, a través del lenguaje de las proporciones proporcionado por Euclides.

También conocía, algunos intentos de creación de la mathesis univerisalis, esta fue consecuencia del desarrollo del álgebra como una herramienta que permitía el trabajo con problemas matemáticos y para algunos autores la posibilidad de una matemática universal. Según (Bockstaele, 2009) Descartes conocía la elaboración de Adriaan van Roomen, en donde se realizan algunos intentos de trabajo de la cantidad por medio de la simbología propuesta por Vieta y de esta manera, los primeros intentos de relación entre la aritmética y el álgebra, por medio del lenguaje simbólico.

Noción de curva

Hasta los desarrollos del siglo XVII, la relación de curvas que se conocían estaba compuesta esencialmente por curvas mecánicas, las cuales según (Bos, 1981) desempeñaban tres tipos de roles: a través de ellas se llegaba a la solución de algunos problemas, por ejemplo, los tres problemas clásicos; las relaciones y movimiento que las originaba era objeto de estudio y la curva en si misma era estudiada. Pero las soluciones provistas por este medio no eran aceptadas por los matemáticos, dado que su carácter ontológico era diferente al euclideano, los medios de construcción de estas curvas transgredían el uso de la regla y el compás, por instrumentos mecánicos, que usaban las proporciones, pero fundamentalmente estaban permeados por el movimiento.

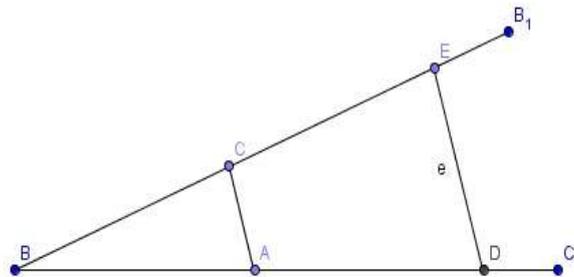
Al respecto, la obra de Descartes presenta un tratamiento de algunas curvas a partir de la compatibilidad entre el paso de la representación gráfica a la representación simbólica, en algunos casos mediada por instrumentos mecánicos, para luego crear una clasificación, taxonomía que permitía analizar y diferenciar las curvas. De esta manera y

como lo afirma (Dennis , 1997), Descartes no crea ninguna curva por medio de la presentación simbólica, el paso se da de manera unidireccional entre las relaciones geométricas que permiten trazar la curva y la representación simbólica.

Viète y la simbología

Esencialmente el desarrollo de la obra de Viète fue fundamental en el paso de la geometría sintética a la geometría analítica, fue él quien por primera vez, uso símbolos para nombrar parámetros conocidos y desconocidos en un problema; el método propuesto por este autor usa letras para nombrar las cantidades, pero como lo afirma (Macbeth, 2004) no rompe el problema de la homogeneidad, ya que el resolutor de una situación tendrá que determinar si su solución es geométrica o aritmética y a partir de esta decisión acompañar la expresión simbólica de un rotulado que permita entender si la operación es permitida, aspecto que se sabe en la naturaleza de la situación, aritmética o geometría.

De esta manera, el aspecto crucial en la obra de Descartes es el rompimiento de la homogeneidad, el cual presenta a partir de definir la multiplicación y la división como: “multiplicación: Sea, por ejemplo, AB la unidad y que sea preciso multiplicar BD por BC : solamente debo unir los puntos A y C , trazando DE paralela a CA , siendo BE el resultado de esta multiplicación” (Descartes, 1996, p.390)



“División: O bien, si es preciso dividir LE por BD , habiendo unido los puntos E y D , trazo AC paralela a DE , siendo pues, BC el resultado de tal división” (Descartes, 1996, p.390)

Filosofía y representación en el siglo XVII

Los aspectos que hacen referencia a la representación, en especial de la naturaleza, dominaron las actividades intelectuales de la Europa del siglo XVII, como afirma (Dennis , 1997) este aspecto no sólo se discutió en la ciencia y en las matemáticas, sino que permeó los debates religiosos, políticos, legales y filosóficos. La visión de las

matemáticas en Descartes, hace referencia a este ejercicio social y esencialmente como parte del discurso filosófico que emergía en la época.

Descartes se considera el padre de la filosofía moderna y uno de los pioneros de la geometría analítica, como afirma Hurssel citado en (Patty, 1997) en Descartes aparece un nuevo tipo de filosofía en la cual “...el objetivismo ingenuo se encuentra remplazado por el subjetivismo trascendental”. El proyecto cartesiano era total, Descartes construye en su obra, un método del saber que abarca y otorga un papel relevante a las matemáticas, o mejor a unas nuevas matemáticas, las analíticas que permitieron siglos después del desarrollo de la visión moderna de este conocimiento. “...la mathesis universalis permite concebir que no hay conocimiento sino por subjetividad, lugar propio de integridad. Cada espíritu funda en él mismo su comprensión y sus juicios, y el problema es de saber lo que hace que una subjetividad – es decir toda subjetividad- pueda adquirir una certeza, y por ende un conocimiento” (Patty, 1997, p. 136).

El problema de la representación, del signo emerge en estas relaciones filosofía – matemáticas, el problema de la representación, de lo que representa y como representa, es una construcción fundamental del siglo XVII. Como afirma (Foucault, Las palabras y las cosas una arqueología de las ciencias humanas, 2010), se rompe el problema de la semejanza como categoría del saber, para da inicio a la identidad y la diferencia, a la determinación por igualdad y desigualdad, de lo simple y lo complejo; de esta manera, el conocimiento empieza a ser categorizado, dividido, configurado a partir de taxonomías.

Posibles situaciones que emergen de la reflexión

A partir de los aspectos que consideramos cruciales en la reflexión de la obra, a los cuales nos hemos referido anteriormente, presentaremos algunas actividades que creemos podrían trabajarse con estudiantes para profesor. En ellas se enmarcan las discusiones que creemos fundamentales en el conocimiento que un maestro debe tener sobre el álgebra y su contexto, esperamos que el estudio de estos aspectos le permita configurar aspectos no tradicionales pero fundamentales en el álgebra escolar.

- a. Analice que tipo de curva permite trazar.
- b. Analice el mecanismo e infiera que aspectos de su mecánica permiten controlar el trazado de un tipo de curva.
- c. Construya argumentos que le permitan determinar la representación analítica de la curva.

En la obra de Descartes, se reconocen cuatro mecanismos para trazar curvas; el hiperbológrafo, un compás para el trazado de diferentes curvas, un tridente; y un mecanismo para trisecar el ángulo. El estudio de estos aparatos, permite avanzar en la discusión sobre el trabajo del álgebra simbólica; la relación entre curvas mecánicas y la clasificación de las curvas y la relación unidireccional entre curva y su representación simbólica.

Algunas otras actividades, están centradas en la comprensión de la solución del problema de Pappus, en ellas se reflexiona sobre el papel y uso del rompimiento de la homogeneidad, la construcción del lugar geométrico como solución de un problema y la representación simbólica de éste. También se considera importante, la lectura y comprensión de algunos documentos, que permitan localizar el siglo y los problemas abordados en este; por ejemplo, el estudio del primer capítulo del libro; El Leviathan y la bomba de vacío. Hobbes, Boyle y la Vida experimental.

Reflexiones Finales

A partir del estudio realizado, podemos realizar reflexionar sobre dos aspectos:

La relación historia de la matemática y la formación de profesores; es necesario fortalecer este lazo, el entender aspectos de la historia permite avanzar en una arqueología del conocimiento matemático, en este sentido, no es suficiente el estudio de la obra matemática, es necesario posicionarla en las discusiones de la época; este aspecto, se convierte en un reto para los mismos formadores de profesores y nos cuestiona no solamente sobre el conocimiento matemático sino sobre el conocimiento cultural que gira alrededor de una idea en matemáticas. Creemos que la importancia de dimensionar el conocimiento matemático y las discusiones de la época en donde surge la idea matemática, hace que aparezcan aspectos no considerados dentro la formación, por ejemplo, el análisis de instrumentos mecánicos, la discusión sobre el rigor, la validez y la validación de las matemáticas.

La obra de Descartes.

La obra de este autor es privilegiada en conocimiento para el profesor, es un nodo de reflexión para quien se forma en matemáticas, pues, posibilita comprender las ideas básicas de la matemática moderna. Nos parece que la reflexión sobre la representación, la simbolización y la mediación de la geometría en la relación entre la representación gráfica simbólica de curvas, merece atención por parte de la comunidad y de quienes trabajamos alrededor de la didáctica del álgebra, pues, este aspecto en especial, podría llevar a propuestas curriculares y de innovación en el álgebra escolar.

Bibliografía

- Alvarez, C., & Martínez, R. (2000). *Descartes y la Ciencia del siglo XXI*. México: Siglo XXI editores.
- Bockstaele, P. (2009). Between Viète and Descartes: Adriaan van Roomen and the "Mathesis Universalis". (Springer, Ed.) *Archive for History of Exact Sciences*, 63(4), 433-470.
- Bos, H. (1981). On the Representation of Curves in Descartes' Géométrie. *Archive for History of Exact Sciences*, 24(4), 295-338.
- Dennis, D. (junio de 1997). René Descartes' Curve-Drawing Devices: Experiment in the relations between mechanical motion and symbolic language. *Mathematics Magazine*, 70 (3), 163-174.
- Descartes, R. (1996). *Discurso del método. La dióptrica. Los meteoros. La geometría*. (J. M. Sánchez Ron, Ed., & G. Quintás, Trad.) barcelona: Círculo de lectores.
- Foucault, M. (1996). *La verdad y las formas jurídicas*. Barcelona: Gedisa.
- Foucault, M. (2010). *Las palabras y las cosas una arqueología de las ciencias humanas* (Segunda ed.). (E. C. Frost, Trad.) México: Siglo XXI.
- Grattan Guinness, I. (1996). Numbers, Magnitudes, Ratios, and Proportions in Euclid's Elements: How Did He Handle Them? *Historia Mathematica*, 355-375.
- Guacaneme Suarez, E. A. (2010). congreso Nacional de investigación en educación en ciencias y tecnología. *¿Qué tipo de historia de las matemáticas debe ser apropiada por un profesor?* .
- Macbeth, D. (2004). Viète, Descartes, and the Emergence of Modern Mathematics. *Graduate Faculty Philosophy Journal*, 88-117.
- Patty, M. (1997). Memorias del seminario en conmemoración de los 400 años del nacimiento de Rene Descartes. *Mathesis Universalis e integibilidad en Descartes* (págs. 135-170). Bogotá: Academia colombiana de ciencias Exactas, físicas y naturales.
- Serfati, M. (2010). Symbolic revolution, scientific revolution: mathematical and philosophical aspects. En A. Heffer, & M. Van Dyck (Edits.), *Philosophical Aspects of Symbolic Reasoning in Early Modern Mathematics* (Vol. 26, págs. 103-123). London: College Publications.