

## “ANÁLISIS DE LAS TRANSFORMACIONES SEMIÓTICAS EN EL APRENDIZAJE DE LA FUNCIÓN LOGARÍTMICA”

Zenón Eulogio Morales Martínez

morales.ze@pucp.edu.pe

Instituto de Investigación sobre la Enseñanza de las Matemáticas, IREM-PUCP-Perú.

Pontificia Universidad Católica del Perú.

Modalidad: Comunicación Breve (CB)

Nivel Educativo: Medio (11 a 17 años).

Tema: I.1 Pensamiento algebraico.

**Palabras claves:** Representaciones semióticas, Transformaciones semióticas, Dificultades del aprendizaje, Función logarítmica.

### Resumen

*El presente trabajo analiza las dificultades presentadas cuando el alumno realiza actividades de aprendizaje sobre la función logarítmica, estas dificultades se analizaron a través de los registros de representación semiótica y las transformaciones que se realizan sobre estas representaciones. El fundamento cognitivo de este análisis se basa en la Teoría de Registros de Representaciones Semióticas propuesta por Duval (1995), es un enfoque cognitivo aplicado sobre la actividad matemática en búsqueda de encontrar las fuentes de las dificultades en el aprendizaje de los objetos matemáticos. Comprobamos algunas hipótesis de esta teoría: la actividad matemática se fundamenta en las transformaciones sobre los registros semióticos, otra que nos menciona que las mayores dificultades se presentan cuando la actividad matemática se realiza sobre registros multifuncionales. Observamos que algunos alumnos tuvieron dificultades en la realización de las transformaciones, principalmente en las conversiones no congruentes y también cuando se invierte el sentido de la conversión de registros. Concluimos que mediante este enfoque encontramos la naturaleza y localización de las dificultades de la actividad matemática, por esto centraremos nuestra enseñanza en la formación de alumnos con capacidades de realizar transformaciones sobre los objetos matemáticos en estudio, esto asegura el éxito del aprendizaje de las matemáticas.*

### Introducción.

La presente investigación se realiza luego de una larga experiencia en la enseñanza de las matemáticas en las aulas de clase; haremos una reflexión sobre nuestra práctica docente dirigiendo una mirada a la actuación de los alumnos frente al objeto matemático que nos hemos propuesto analizar: la función logarítmica. Apoyados en la Teoría de los

Registros de las Representaciones Semióticas de Duval estudiaremos las dificultades cognitivas que se presentan en el aprendizaje de la función logarítmica. En nuestra experiencia en la enseñanza de las matemáticas, encontramos que las dificultades sobre la comprensión de las nociones matemáticas se presentan en el alumno y en muchos casos el profesor no puede explicar la causa de estas dificultades y nosotros los profesores le hacemos muchas preguntas al alumno, como: ¿Por qué no estudias? ¿Qué es lo que no entiendes? ¿Por qué no te concentras? Y muchas interrogantes nos hacemos los profesores cuando nuestros alumnos no tienen éxito en el aprendizaje del objeto matemático enseñado. En la búsqueda de un marco teórico encontramos que la causa de estas dificultades según la teoría de Duval tienen dos fuentes principales: la complejidad de los tratamientos en los registros multifuncionales y la complejidad cognitiva de las conversiones de un registro a otro.

### **Importancia del Objeto Matemático**

Nosotros elegimos la función logarítmica por según el Diseño Curricular Nacional, DCN (Perú, 2009), esta función está al finalizar el estudio de las funciones en la etapa escolar, es con la que culmina el estudio de las funciones en la educación básica y es la función que requiere de mayor cantidad de conocimientos previos como las nociones de función exponencial, criterios de función inversa, descomposición canónica de los números, así como presentar propiedades muy particulares como las que permiten convertir un producto en adición, un cociente en una diferencia o una expresión exponencial en otra expresión no exponencial.

### **Dificultades cognitivas identificadas en investigaciones sobre el Aprendizaje de la Función Logarítmica.**

En nuestra práctica docente en la enseñanza de matemáticas, encontramos que cuando el alumno aprende matemáticas, tiene dificultades para realizar transformaciones en los distintos registros en que el objeto matemático está representado. En nuestra investigación, analizaremos dichas dificultades y las observaremos cuando el alumno estudia la función logarítmica. Citamos que investigadores que nos anteceden han explicado algunas de estas dificultades.

Sobre estas dificultades, Almouloud citado por Marques (2011) propone que “si en un nivel cognitivo, el alumno consigue realizar las transformaciones sobre los registros en la más variadas posibilidades para un determinado objeto matemático, entonces aprenderá Matemática”. (p. 18).

### **Preguntas de investigación**

De acuerdo a las justificaciones planteadas, las preguntas de investigación en el presente trabajo son:

¿Qué problemas de aprendizaje se presentan en los alumnos cuando estudian la función logarítmica?

¿Qué transformaciones entre los distintos registros de representación semiótica se deben realizar cuando se aprende la función logarítmica y cuáles presentan mayores dificultades?

### **Objetivos de la Investigación**

Para lograr responder la pregunta de investigación, nos planteamos el siguiente objetivo general:

Identificar los procesos involucrados en la enseñanza y aprendizaje de la función logarítmica, analizando la complejidad de los tratamientos realizados en un registro multifuncional y la complejidad cognitiva de la conversión de las representaciones. Esto permitirá entender las dificultades en la comprensión de este tema.

Para alcanzar nuestro objetivo general, nos proponemos cumplir con los siguientes objetivos específicos:

- Elaborar una entrevista para el profesor del curso, para que nos informe sobre la identificación de las dificultades encontradas cuando los alumnos realizan el aprendizaje de la función logarítmica. La experiencia que tiene el profesor en las aulas de clase, permitirá brindarnos una información consistente sobre los problemas de aprendizaje encontrados y que será tomada en cuenta en el diseño de las actividades que conforman los instrumentos de investigación.
- Diseñar actividades para identificar los procesos involucrados en la enseñanza y aprendizaje de la función logarítmica, centrandó nuestra atención en las transformaciones y de manera especial, en analizar la complejidad cognitiva de la conversión de las representaciones. que se emplean en el estudio de la función logarítmica.

### **Teoría de los registros de representaciones semióticas.**

La Teoría de Registros de Representación Semiótica ha sido desarrollada por Raymond Duval, es filósofo y psicólogo de formación. Trabajó en el Instituto de Investigación en Educación Matemática (IREM) de Estrasburgo, en Francia, de 1970 a 1995, donde desarrolla estudios fundamentales relativos a Psicología Cognitiva, que lo lleva a producir, dentro de otras publicaciones, en su obra *Sémiosis et pensée humaine*. Tal obra ha logrado hasta la actualidad servir de marco teórico a numerosas investigaciones de corte cognitivo en diversos países de nuestro continente y de Europa.

Según Duval (2006) este “estudio propone que las representaciones semióticas, incluidas cualquier lenguaje, aparecen como herramientas para producir nuevos conocimientos y no sólo para la comunicación de cualquier representación mental en particular”. El papel desempeñado por los signos, o más exactamente por los sistemas semióticos de representación, no es sólo para designar objetos matemáticos, sino también para trabajar con ellos. Lo importante no es la representación de un objeto matemático sino las transformaciones que se pueden realizar sobre ellos.

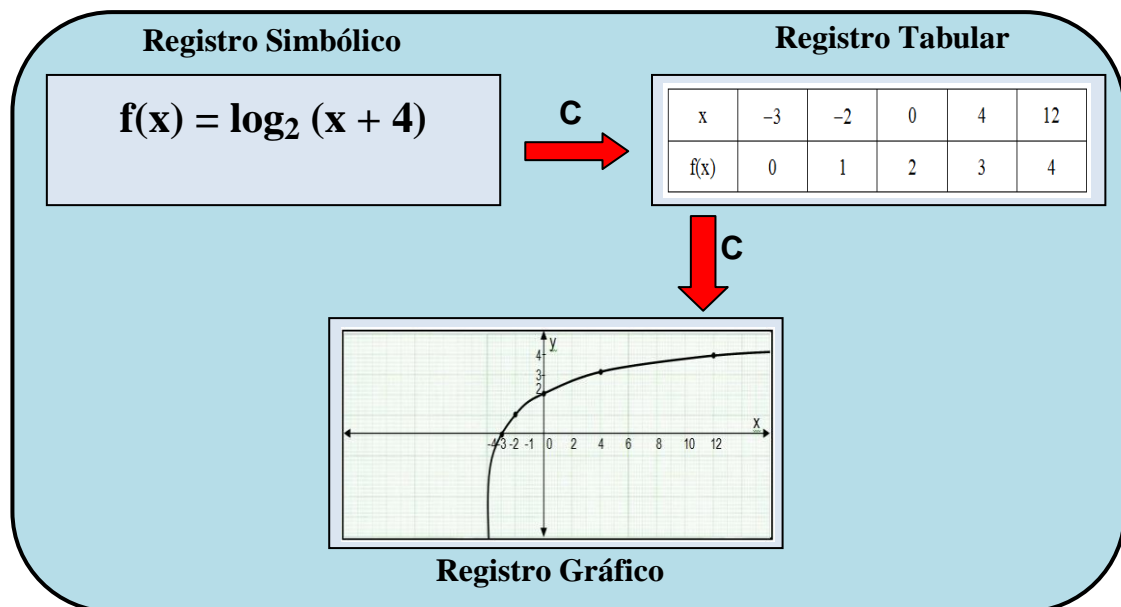
### **Procedimientos de Investigación.**

Con la finalidad de identificar los procesos involucrados en el aprendizaje de la función logarítmica, de manera particular, la complejidad de los tratamientos realizados en un registro multifuncional y la complejidad cognitiva de la conversión de las representaciones, nos planteamos el método de investigación que presenta los siguientes pasos a seguir:

1. Análisis de los libros didácticos para observar posibles dificultades didácticas en la presentación de la definición de logaritmos así como de las actividades propuestas analizando las transformaciones presentadas.
2. Análisis de tesis anteriores que hayan investigado los problemas de aprendizaje de la función logarítmica. Se tomarán en cuenta los aportes y conclusiones de estas investigaciones para el diseño de las actividades del primer y segundo instrumento de investigación, que se detallan más adelante.
3. Diseño de la Prueba diagnóstica, esta prueba es el primer instrumento de investigación, que será aplicado a los alumnos participantes y que nos permitirá saber

si ellos poseen los conocimientos previos, necesarios para el estudio de la función logarítmica.

4. Diseño de las actividades del segundo instrumento de investigación. Este instrumento es el que nos permitirá contestar nuestras preguntas de investigación. Su diseño tomará en cuenta los resultados del análisis de libros didácticos, de los resultados de la prueba diagnóstica y de las respuestas obtenidas en la entrevista al profesor del curso.
5. Análisis de los resultados obtenidos en las actividades del segundo instrumento de investigación y su contraste con los análisis preliminares basados en los resultados del análisis de libros didácticos, de los resultados de la prueba diagnóstica y de las respuestas del profesor del curso.
6. Presentación de conclusiones y recomendaciones finales.



### Actividades del Experimento

#### Actividad-1: tratamientos en el registro simbólico.

Halle el valor de  $x$  en las siguientes expresiones:

a)  $\log_2(\log_4 x) = 4$

b)  $\log(x + 4) = \log x + \log 4$

**Actividad-2: conversiones del registro algebraico al registro gráfico y visualización sobre el registro gráfico.**

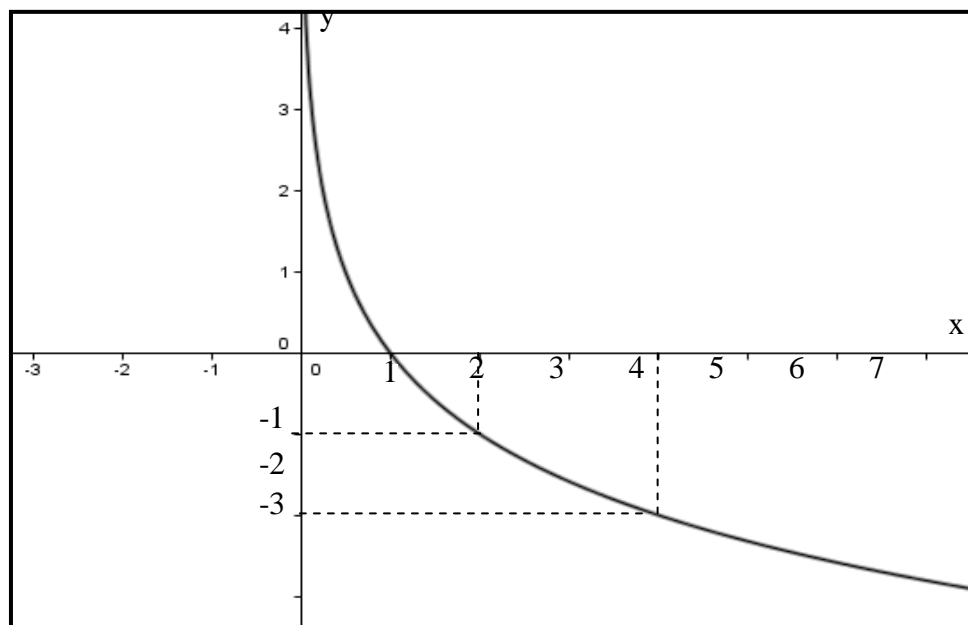
Construya el gráfico de las siguientes funciones y determine su dominio y rango.

a)  $f(x) = \log_2(x + 4)$

b)  $g(x) = \log_{\frac{1}{9}} x$

**Actividad-3: conversión del registro gráfico al registro algebraico y visualización sobre el registro gráfico.**

Obtenga la regla de correspondencia de la función logarítmica cuyo gráfico se muestra a continuación y determine su dominio y rango:



.....

**Actividad-4: coordinación de registros con logaritmos decimales y conversión al registro numérico.**

La ley de Ebbinghaus del olvido establece que si una tarea se aprende en un inicio a un nivel de desempeño  $P_0$ , entonces, después de cierto intervalo de tiempo  $t$  por efecto del olvido, el nivel del desempeño  $P$  cumple con la siguiente expresión:

$$\log P = \log P_0 - c \cdot \log(t + 1)$$

Siendo:  $c$  = constante que depende del tipo de tarea;

$t$  = tiempo en meses.

- a) Despeje la variable  $P$ .

- b) Si su puntuación en una prueba de biología es 16. ¿qué puntuación se espera obtener en una prueba similar después de un año? Asuma:  $c = 2$ .

**Actividad-5: coordinación de registros con logaritmos en base no decimal y conversión al registro numérico.**

Los técnicos del Instituto Peruano del Medio Ambiente y Recursos Naturales, evaluando la velocidad de deforestación de cierta región, relacionaron a través de la siguiente fórmula, el número “x” de hectáreas que serán deforestadas en “t” años:

$$t(x) = \log_{0,25} \left( \frac{10000 - x}{10000} \right), \text{ con } x < 10000$$

- a) Para un tiempo igual a 4 años, determine cuántas hectáreas fueron deforestadas.  
b) Determine el tiempo de deforestación de 7500 hectáreas.

**Consideraciones finales.**

- El aprendizaje de la función logarítmica se realiza mediante transformaciones sobre los registros semióticos. Las actividades planteadas sobre esta función se han desarrollado con el uso de los registros simbólicos, registros numéricos y los registros multifuncionales: registro verbal y el registro figural o gráfico.
- El aprendizaje de la función logarítmica hace uso de registros multifuncionales empleados también en otras disciplinas científicas, como los registros verbales y los registros figurales o gráficos. En nuestro trabajo se han encontrado dos dificultades notables que comprueban la hipótesis de Duval (2006) quien plantea que las conversiones de registros presentan una mayor dificultad cognitiva.

La primera dificultad encontrada fue observada cuando los alumnos estaban obligados a realizar una conversión del registro gráfico al registro simbólico, ellos debían realizar una aprehensión perceptiva sobre el gráfico dado para obtener la información necesaria para realizar dicha conversión. En esta transformación se les presentó la primera dificultad notable. Esta dificultad es explicada por Duval (2006) porque estamos ante el caso de la conversión no-congruente. En la mayoría de casos la no congruencia puede ocasionar la incapacidad para el cambio de registro.

La segunda dificultad fue observada cuando a los alumnos se les presentó una actividad contextualizada en coordinación con los registros en lengua natural y el registro simbólico.

Ellos debían realizar una aprehensión lingüística sobre el texto del problema planteado para así de esta manera poder interpretar la información dada el registro simbólico. Con esta coordinación entre los dos registros logrará la conversión al registro numérico donde se realizarían los tratamientos finales para obtener la respuesta esperada.

- Esperamos que esta investigación propicie una reflexión sobre nuestra actividad docente, dejando el tipo de enseñanza en un solo registro y recurrir más a la coordinación entre diversos registros para lograr un mejor aprendizaje de las matemáticas. Esperamos lograr que nuestros alumnos aprendan a darle el uso debido a las representaciones semióticas, no sólo empleadas para comunicar saberes matemáticos sino principalmente para realizar transformaciones sobre dichas representaciones semióticas. Entendiendo que estas transformaciones son el motor de la actividad matemática que esperamos que nuestros alumnos realicen.

### **Referencias Bibliográficas**

Duval, R. (2005). Registros de Representações Semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. En: Alcántara S. (2005) *Aprendizagem em Matemática. Registros de Representação Semiótica*. Papirus editora. Sao Paulo. Brasil.

Duval, R. (2006). *A Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in a Learning of Mathematics*. Educational Studies in Mathematics. 103-131. Springer.

Guzmán, I. (1998). Registros de Representación, el aprendizaje de nociones relativas a funciones: voces de estudiantes. En: *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, Marzo, número 1. Distrito Federal, México.

Lima, E. (1999). *Logaritmos*. Instituto de Matemáticas y Ciencias Afines, IMCA. Universidad Nacional de Ingeniería. Lima, Perú.