

## **LA GENERACIÓN DE PREGUNTAS: UNA ESTRATEGIA DE ENSEÑANZA Y DE APRENDIZAJE DEL ÁLGEBRA LINEAL**

Lic. Vicente Messina, Lic. Gloria Cittadini, Lic. Isabel Pustilnik,  
Lic. Alicia Sara, Lic. Carlos Pano

UDB- Matemática, Facultad Regional Buenos Aires, UTN. Buenos Aires - Argentina  
vrmessina@rnet.com.ar; cittadini@uolsinectis.com.ar  
Nivel Superior Universitario

### **Resumen**

Esta experiencia busca indagar sobre el proceso de lectura académica de los estudiantes de ingeniería en un curso de Álgebra Lineal y Geometría Analítica.

El estudiante universitario, al cursar las diferentes asignaturas, debe desarrollar prácticas de lenguaje y pensamientos propios del ámbito académico superior, ya que cada disciplina tiene su propia lógica de producción de escritos, de encarar la lectura de los textos y de establecer la comunicación entre quienes pertenecen a la misma comunidad científica o profesional. Como docentes investigadores no esperamos que los alumnos se inicien solos en estas prácticas; debemos ocuparnos, responsabilizarnos por esto que se dio en llamar su alfabetización académica.

Aprender a leer y leer para aprender las disciplinas, son partes inseparables de una misma unidad. En el proceso estratégico de leer, el que lee anticipa e infiere, se interroga, no sólo como método indagatorio de lo que sabe y no sabe acerca del tema, sino también como manifestación del deseo de aprender sobre ese tema; formula hipótesis sobre el contenido que luego serán confirmadas o no según avance la lectura.

La generación de preguntas por parte de los alumnos a partir de la lectura de un texto es una eficaz estrategia de aprendizaje y como tal tiene impacto en la comprensión de textos académicos.

Palabras clave: Alfabetización académica, Álgebra Lineal, comprensión lectora, generación de preguntas.

### **Planteo del problema**

Los trabajos de Sons (1996) señalan que los alumnos llegan a la universidad sin los conocimientos ni las habilidades matemáticas básicas e indispensables para emprender una carrera de ingeniería o licenciatura. Como respuesta a esta situación *la Mathematical Association of America* (MAA) y el *Committee on the Undergraduate Program in Mathematics* (CUPM) ofreció una serie de recomendaciones que apuntan al establecimiento de un programa de alfabetización matemática que logre que los alumnos:

- interpreten modelos matemáticos tales como fórmulas, gráficos, tablas, diagramas matemáticos, y las inferencias que se deducen de ellos
- representen la información simbólicamente, visualmente, numéricamente y verbalmente
- utilicen métodos aritméticos, algebraicos, geométricos y estadísticos para solucionar problemas
- estimen y comprueben las respuestas de problemas matemáticos para determinar su factibilidad

De la misma manera, el trabajo de Abate y Badenes (2001) analizando la comprensión lectora de alumnos ingresantes a carreras de Ingeniería de la Universidad Nacional de La Plata, muestra que surgen dos dificultades de distinto orden en el planteo de problemas:

- la traducción entre lenguaje coloquial usual y el formalizado de la matemática y
- el hallazgo de la solución que conteste al problema.

Se puede formular como hipótesis que la primera dificultad se debe a que en la práctica habitual de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática no se considera sistemáticamente el manejo de los lenguajes.

Nos preguntamos:

- ¿Por qué los alumnos que comienzan a cursar la asignatura Álgebra y Geometría Analítica encuentran dificultades para comprender los textos utilizados y para expresar por escrito sus producciones?
- ¿Cómo se puede, en esta disciplina, alfabetizar académicamente?

La alfabetización académica

*“Señala el conjunto de nociones y estrategias necesarias para participar en la cultura discursiva de las disciplinas así como en las actividades de producción y análisis de textos requeridas para aprender en la universidad. Apunta de esta manera, a las prácticas de lenguaje y pensamiento propias del ámbito académico superior. Designa también el proceso por el cual se llega a pertenecer a una comunidad científica y/o profesional, precisamente en virtud de haberse apropiado de sus formas de razonamiento instituidas a través de ciertas convenciones del discurso”* (Carlino, 2007).

La llegada del estudiante universitario a la disciplina que eligió para formarse académicamente es considerada por Carlino como la incursión de un inmigrante en una cultura nueva, con las características que ello impone, es decir, vivenciar valores, adherir a normas de comportamiento específicas y aprender todo aquello que permita interactuar en ella correctamente hasta lograr ser miembro de la misma, apropiándose de esa cultura.

Esa apropiación se logra a través de la producción y el análisis de textos; por eso leer y escribir en educación superior es parte del quehacer académico.

Investigaciones de las últimas décadas consideran que la lectura es básicamente un proceso estratégico realizado por el lector con un propósito. Este proceso es indivisible y global, no una mera suma de partes identificables en forma separada. No hay separación entre el lector y el texto, como no hay separación entre el observador de un fenómeno subatómico y el fenómeno observado, sino que uno modifica al otro. Este proceso es dinámico y en él, lector y texto se confunden en un tiempo único y surgen del mismo transformados. Esta relación recíproca entre lector y texto es llamada por Rosenblatt (Dubois, 2001) *transacción*. Esta palabra significa a la lectura como un círculo dinámico fluido, un proceso recíproco en el tiempo, una interfusión de lector y texto en una síntesis única que constituye el sentido, ya se trate de un informe científico o de un poema.

El lector trae al texto su experiencia pasada y su personalidad presente. Utiliza sus propios recursos de memoria, pensamiento y sentimiento. Tiene propósitos que guían la lectura, a partir de esto construye un texto paralelo al texto del autor seleccionando lo relevante según sus conocimientos previos y su experiencia. Este texto construido no es idéntico al editado, pero es el que el lector comprende. Comprensión y lectura no están separadas: juntas estimulan el pensamiento y la reflexión sobre el contenido a aprender; por lo que la lectura de textos académicos en la universidad es, como indica Carlino, un componente intrínseco al aprendizaje de cualquier disciplina.

En el proceso estratégico de leer, el que lee anticipa e infiere, se interroga, no sólo como método indagatorio de lo que sabe y no sabe acerca del tema, sino también como

manifestación del deseo de aprender sobre ese tema; formula hipótesis sobre el contenido que luego serán confirmadas o no según avance la lectura.

Taboada (2007) plantea que la generación de preguntas por parte de los alumnos a partir de la lectura de un texto es una eficaz estrategia de aprendizaje y como tal tiene impacto en la comprensión de textos. Esta autora señala que desde el punto de vista cognitivo la estrategia tiene múltiples beneficios. Entre otros favorece la iniciativa, la independencia y busca integrar información, también es un indicador para el alumno de lo que sabe y de lo que le falta saber. Desde el punto de vista motivacional considera como beneficios el despertar la curiosidad por el tema y el gusto por el desafío intelectual. Los factores motivacionales se entrecruzan con los cognitivos formando una trama en la que no es posible separar uno del otro y ocurren interactuando entre sí.

La comprensión lectora fue definida por Taboada como *construcción de conocimiento conceptual*. Esta construcción de conocimientos es posible evaluarla en términos de la representación que el lector hace del texto; es decir, niveles altos de conocimiento conceptual implican representaciones que incluyen principios y conceptos. Por el contrario, niveles bajos de conocimiento conceptual o comprensión lectora están caracterizados por la mención de hechos aislados y detalles presentados en forma desordenada. Las preguntas generadas por los alumnos revelan el estado de esta construcción de conocimiento conceptual.

En tanto la formulación de preguntas demanda conocimiento y reflexión sobre el propio proceso comprensivo, se encuadra dentro de las actividades metacognitivas que acompañan la comprensión oral o escrita. Así, para realizar una pregunta productiva es necesario haber desarrollado habilidades específicas: por una parte, la capacidad de evaluar la propia comprensión y de identificar la fuente de los problemas; por otra, poseer conocimiento estratégico acerca del valor de la pregunta como procedimiento reparador unido a la capacidad de formulación precisa (Graesser, Swamer, Bagget & Sell, 1996). Estas habilidades metacomprendivas no se desarrollan espontáneamente, sino que se aprenden. Es por eso importante incorporar, en el proceso educativo, actividades que requieran de la formulación de preguntas para favorecer la construcción de conocimientos. En estas actividades el alumno debe transformar lo leído a partir de lo que conoce y comprende en preguntas productivas, construye un conocimiento para lo cual podrá requerir de la ayuda docente.

Este trabajo pretende ser un estudio exploratorio acerca de las preguntas que formulan los estudiantes a partir de la lectura de un texto de Matemática, de modo de obtener información acerca de las representaciones mentales que construyen y analizar si dominan las habilidades metacomprendivas que se encuentran en la base de la formulación de preguntas.

Nuestra investigación se ubica en el Álgebra Lineal. Esta disciplina implica un elevado grado de abstracción, lo cual provoca un elemento de especial dificultad para el estudiante: el formalismo (Sierspinska-Dreyfus-Hillel, 1999). Su lenguaje es particular y nuevo para los alumnos. Es una asignatura básica para la formación matemática de los ingenieros

### **La actividad indagatoria**

Para conocer sobre el proceso de lectura de los alumnos que cursan Álgebra y Geometría Analítica en la FRBA hemos construido una actividad que pusimos a prueba en el segundo cuatrimestre de 2009 en dos cursos de la asignatura, en la Facultad Regional Buenos Aires

de la Universidad Tecnológica Nacional. Esta experiencia se inscribe en el modelo de investigación-acción.

La actividad se inicia cuando indicamos a los alumnos, con una semana de anticipación, la lectura de un texto. El texto seleccionado es la sección *Aplicación: Rototraslación de una cónica* de Kosac et al (2007). Esta sección fue elegida porque evoca e integra conceptos fundamentales del Álgebra Lineal y de la Geometría Analítica. El tema de esta sección no fue trabajado en los cursos.

El día destinado a la actividad los alumnos debieron responder tres preguntas propuestas por la docente y se les solicitó también que ellos formularan tres preguntas. Respuestas y preguntas fueron presentadas por escrito.

Construimos una escala para categorizar las preguntas formuladas por los alumnos. Para eso establecimos como conceptos principales desarrollados en el texto a los siguientes: 1). Matriz simétrica, 2) Ecuación general de segundo grado en dos variables, 3) Término rectangular, 4) Diagonalización ortogonal. 5) Matriz ortogonal propia. 6) Cambio de base ortonormal y rotación de un sistema de coordenadas cartesiano ortogonal. 7) Traslación de un sistema de coordenadas cartesiano ortogonal. También tuvimos en cuenta la inclusión de los conceptos del área de incumbencia predefinidos y no presentes en el texto que, por su carácter abstracto o abarcativo, los hace pertinentes, transferibles y aplicables ampliamente al del tema elegido. Las preguntas fueron clasificadas en niveles teniendo en cuenta la complejidad de la elaboración de los conceptos señalados requerida por las respuestas. Resultaron de esta manera cinco niveles ordenados de menor a mayor según complejidad conceptual de las respuestas dadas a las preguntas. Así en el *nivel cero* las respuestas a las preguntas no involucran los conceptos señalados como principales en el texto, se refieren a nociones inexistentes en el texto sin ninguna conexión con él, revelan incomprensión de los conceptos presentes en el texto o requieren una aclaración. Ejemplos: *Si los autovalores de la matriz  $P$  dan, en los dos órdenes,  $\text{Det}(P) = 1$ , ¿modifica el gráfico?* Esta pregunta revela incomprensión del concepto de matriz ortogonal y requiere aclaración sobre la expresión “dos órdenes”. *¿Cómo se expresa un nuevo sistema de coordenadas en una cónica?* Muestra incomprensión de los conceptos de sistema de coordenadas y ecuación de una cónica. *¿Todas las matrices son permutables?* No tiene relación con el texto. En el *nivel 1* ubicamos las preguntas que son de formulación simple y tales que sus respuestas requieren un concepto contenido en el texto: preguntas que fueron elaboradas transformando en pregunta afirmaciones contenidas en el texto o preguntas que requieren una respuesta inmediata como un sí o un no, un cálculo sencillo o la aplicación de un algoritmo. Ejemplos: *¿Importa el orden de los autovalores en la matriz del cambio de base?* Se responde con una afirmación; *¿Qué pasos debo seguir para efectuar una rototraslación?* Se responde con el algoritmo de la rototraslación, el cual no implica un conocimiento conceptual de la teoría que lo sustenta. *¿Cuál es la fórmula de cambio de base?* Se responde reproduciendo un párrafo del texto. En el *nivel 2*, las preguntas requieren, para su respuesta, información ligada directamente a un concepto contenido en el texto y una reflexión sobre el mismo. Por ejemplo: *¿Qué sucede si luego de rototrasladar los ejes, el término de grado cero de la ecuación canónica es nulo?* Debe hacer una reflexión acerca de la ecuación canónica de una cónica. En el *nivel 3* las preguntas solicitan información sobre interrelaciones entre conceptos, por lo que requiere respuestas que se alejan del concepto aislado (nivel 2). En este sentido, involucran más de un concepto contenido en el texto y los vínculos entre ellos para establecer la respuesta. Por ejemplo: *¿Por qué una matriz cuadrada es diagonalizable ortogonalmente si y sólo si es simétrica?* Esta pregunta

requiere como respuesta una demostración que como tal, enlaza conceptos diversos contenidos en el texto a través de principios que rigen el pensamiento matemático.

En *el nivel 4* la pregunta está correctamente formulada en términos matemáticos e indica la existencia de un conocimiento previo que está implícito o explícito en la misma pregunta y la respuesta necesita que se lo relacione con uno o más de los conceptos tratados por el texto. Y aquí, en la construcción de este nivel (que es el más elevado) tomamos la noción de aprendizaje significativo crítico sustentado por Moreira (2003), quién señala que en él juega un papel esencial el lenguaje, pues no alcanza con la interacción entre nuevos conocimientos y aquellos específicamente relevantes ya existentes en la estructura cognitiva del alumno para aprender ciencias de manera significativa si no hay en simultáneo un aprendizaje del lenguaje científico. Es decir, un episodio de enseñanza solamente ocurre cuando profesor y alumno comparten significados y para eso el lenguaje es indispensable.

Un ejemplo de este nivel: *¿Las matrices asociadas a las formas cuadráticas de la ecuación de la cónica antes de la rotación y después de ella tienen el mismo determinante? ¿por qué?* La respuesta recupera un concepto previo que es el matrices semejantes, enlaza varios conceptos y requiere una demostración.

Cómo indicador del valor de la lectura para responder a las preguntas propuestas por la docente se utilizó la variable cantidad de respuestas correctas. Cómo medida de la construcción de conocimiento conceptual y dominio de la estrategia metacognitiva de formulación de preguntas utilizamos el máximo nivel alcanzado en nuestra escala por las preguntas formuladas por el alumno. La tabla muestra la distribución conjunta de ambas variables.

		Máximo nivel alcanzado en las preguntas					
		0	1	2	3	4	Total preg
Respuestas correctas	0	2	1	0	0	0	3
	1	10	10	3	6	0	29
	2	6	5	1	1	0	13
	3	0	0	0	0	0	0
Total nivel		18	16	4	7	0	45

Si bien esperábamos una asociación positiva entre estas variables, el análisis estadístico de la tabla no da evidencia de alguna relación considerable.

Los resultados muestran que los estudiantes encuestados en ese momento y en el contexto antes descrito, elaboraron preguntas poco profundas y mostraron poseer escasa habilidad o desconocimiento de la estrategia de formulación de preguntas para mejorar la comprensión o profundizar un tema.

De todos modos, una escasa habilidad en la formulación de preguntas era predecible en estos cursos en los que se experimentó la experiencia por primera vez. En el comienzo de su formación, los estudiantes inexpertos suelen plantear pocas preguntas, que a su vez atañen casi exclusivamente al contenido explícito del texto. Nuestra hipótesis es que se trata de un obstáculo habitual en esta etapa de aprendizaje, ya que – si no se ha comprendido satisfactoriamente el sentido del texto nuevo – será imposible hacerlo interactuar con conocimientos previos y realizar inferencias más elaboradas.

El texto elegido es, a nuestro juicio, algorítmico, en el sentido de presentar los temas como una secuencia cerrada con respuesta única, lo cual puede haber constituido un factor poco inspirador de preguntas complejas.

Creemos que con esta experiencia hemos abierto una puerta al debate docente sobre la importancia de considerar la lectura académica en la tarea cotidiana y continuamos un camino de investigación sobre esta cuestión en la Facultad. En particular, sobre la necesidad de incorporar a las prácticas de enseñanza la generación de preguntas sobre los textos por parte de los alumnos, con el objeto de desarrollar en ellos esta habilidad, componente esencial para el adecuado proceso de aprender a comprender un texto, desde sus niveles más superficiales -es decir, construcción de representaciones de nociones explícitas en él- a los más profundos, ya que permite modificar el conocimiento preexistente sobre el tema. Estamos convencidos en el valor metacognitivo de esta actividad, pues para realizar una pregunta de los niveles descriptos – salvo, tal vez, el nivel cero- es necesario haber desarrollado ciertas habilidades específicas: 1) la capacidad de evaluar la propia comprensión y de identificar la fuente de los problemas comprensivos; 2) poseer conocimiento estratégico acerca del valor de la pregunta como procedimiento reparador de las dificultades de comprensión unido a la capacidad de formulación precisa (Graesser, Swamer, Bagget & Sell, 1996).

### **Referencias Bibliográficas**

- Abate, S.M. y Badenes, A.R. (2001) *Una experiencia referida a la comprensión lectora en las actividades de ingreso*. Departamento de Educación. Universidad Nacional de Luján. Luján: Recuperado el 25/03/09 de <http://www.unlu.edu.ar/~redecom/capitulo2>
- Carlino, P. (2007). *Escribir, leer y aprender en la universidad: Una introducción a la alfabetización académica*. Buenos Aires: Fondo de Cultura Económica,
- Dubois, M. E. (2001). *El Proceso de la lectura: De la teoría a la práctica*. Buenos Aires: Aique.
- Graesser, A., Swamer, S., Bagget, W. & Sell, M. (1996). *New models of deep comprehension*. En B. Britton & A. Graesser (Eds.), *Models of understanding text* (pp. 1-32). Hillsdale, NJ.: Erlbaum
- <http://www.lecturayvida.org.ar/LyVHome.html>
- [http://www.maa.org/past/ql/ql\\_toc.html#summary](http://www.maa.org/past/ql/ql_toc.html#summary)
- Kozac, A.M., Pastorelli, S.P., Vardanega, P. E (2007). *Nociones de Geometría Analítica y Álgebra Lineal*. Buenos Aires: McGraw- Hill..
- Moreira, M. A. (2003). *Lenguaje y aprendizaje significativo*. Belo Horizonte: Editora UFMG. (Traducción: M<sup>a</sup> Luz Rodríguez Palmero).
- Sierspinska, A., Dreyfus, T., Hillel, T., (1999) *Evaluation of a teaching design in linear algebra: the case of linear transformations*. Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol. 19, n° 1, pp 41-76.
- Sons, L. (1996). *Quantitative Reasoning for College Graduates: A Complement to the Standards*. Mathematical Association of America. Recuperado el 25/03/09 de
- Taboada, A., (2007) *La generación de preguntas y la comprensión lectora*. Lectura y Vida. Revista Latino Americana de Lectura, Vol. 4, pp 18-28, Buenos Aires.