

## **LA CLASIFICACIÓN DE LOS CUADRILÁTEROS EN EL DISCURSO MATEMÁTICO ESCOLAR, ¿ES ÚNICA?**

Mónica Lorena Micelli y Cecilia Rita Crespo Crespo  
I. S. P. “Dr. Joaquín V. González” - Argentina  
monikmathis@gmail.com, crccrespo@gmail.com  
Nivel Medio y Superior

### **Resumen**

La presente comunicación reporta una investigación que se está llevando a cabo relacionada con la presencia y forma de abordaje de los cuadriláteros en el discurso matemático escolar. Presenta uno de los aspectos trabajados, como es la clasificación de los cuadriláteros. La investigación tiene sus inicios a partir de la observación de las dificultades que presentan los alumnos del profesorado de nivel primario a la hora de aplicar las propiedades de los cuadriláteros. A partir de la profundización en el tema es que surge esta necesidad de ver que sucede con la clasificación, clasificación que uno a primera vista puede creer que es única y acabada pero que a partir del análisis de libros de texto se plantea si es cierta la afirmación de que es única. Además de los libros de texto escolares se realizará el estudio de caso que da evidencia de la dificultad señalada.

Palabras clave: cuadriláteros, clasificación, propiedades

### **Introducción**

En nuestra concepción, la matemática se comprende como un conocimiento construido socialmente, conocimiento que surge para dar respuesta a las diferentes preguntas que se presentaron de distintos orígenes y contextos. Pero estas preguntas pasaron a ser parte del conocimiento cultural de la sociedad. Dentro de esta construcción social, la geometría ha tendido un papel importante a través de los tiempos. Una geometría que ha tenido características propias según el seno donde ha nacido, pudiendo distinguir una geometría con una finalidad práctica en los pueblos como en Egipto o la Mesopotamia asiática, o una geometría de corte racional y abstracto orientada a la generalización de propiedades y que no se restringe al tratamiento de casos particulares como es la geometría que se desarrolla en Grecia. Pero ¿cuál es la situación actual de la geometría dentro del aula?

Para dar respuesta a esta pregunta, se tomará las palabras de Villani sobre la situación actual: “durante la segunda mitad de este siglo, la geometría parece tener una pérdida progresiva de su posición formativa central en la enseñanza de las matemáticas de la mayoría de los países. Este decaimiento ha sido tanto cualitativo como cuantitativo” (2001). Entre las causas que se mencionan, una de las analizadas es la distancia, cada vez va en mayor aumento, que existe entre la investigación actual en el tema y la geometría enseñada, la geometría que llega al aula. Esta distancia que separa cada vez más el saber erudito con el saber enseñado (Chevallard, 1998).

El presente trabajo es parte de una investigación que se encuentra en proceso pero donde se han analizado varios aspectos de este conocimiento matemático escolar. La investigación se origina en la observación de la dificultad que presentan los alumnos del profesorado de nivel primario a la hora de aplicar las propiedades o trabajar con las definiciones de los cuadriláteros. Es pensado que habiendo terminado sus estudios medios e iniciar una carrera donde se preparan para ser futuros docentes, deben tener un buen manejo de dichos contenidos pero que a la hora de aplicarlos se ha observado dificultades para relacionar ya sea tanto las definiciones o propiedades de los cuadriláteros. Con respecto a la enseñanza

de la geometría, ya en 1908, Blandford escribía: “A mí me parece un método radicalmente violento de la geometría, si no es que también en otras materias, proporcionarle al niño definiciones ya hechas, que debe memorizar después de haberle dado una explicación más o menos cuidadosa. Hacer esto es, con toda seguridad, desechar deliberadamente uno de los agentes más valiosos de la disciplina intelectual. El desarrollo de una definición factible mediante la propia actividad del niño, estimulada por preguntas adecuadas es interesante y altamente educativa. Intentemos descubrir el tipo de concepción que ya existe en la mente del niño (claro que es vaga y basta, pero si no fuera así ¿cuál sería la función de la educación?), observemos cuidadosamente sus defectos y después ayudemos al mismo niño a reformar la concepción...” (citado en Flores, n.d., pp.7-8).

### **Los cuadriláteros en la escuela**

Uno de los puntos abordados en la investigación de cuadriláteros es el referido a la clasificación de los mismos donde se pone en juego la definición planteada para cada cuadriláteros, que a su vez tiene un papel importante a la hora de deducir las propiedades. Relacionado con lo que plantea Blandford, pudo observarse que los alumnos tenían un buen manejo de las definiciones de los cuadriláteros pero no podían establecer relaciones entre dichas definiciones memorizadas, relaciones que son necesarias al momento de clasificarlos teniendo en cuenta distintos criterios. Volviendo a la clasificación, uno puede creer que estas clasificaciones es única pero el análisis de textos escolares demuestra que no es así como se piensa en un principio.

Antes de pasar al análisis de las distintas clasificaciones, se requiere establecer como pueden ser dichas clasificaciones. Para profundizar más en la clasificación de cuadriláteros, se ha tomado en cuenta las dos clasificaciones que describe De Villiers para conceptos matemáticos:

- Clasificación jerárquica: “los conceptos más particulares forman subconjuntos de los conceptos más generales”
- Clasificación por partición: “los subconjuntos de conceptos son considerados disjuntos unos de otros” (De Villiers citado en Renzulli y Scaglia, 2007, p.5).

Una vez planteada la distinción entre las clasificaciones, se ha analizado distintos componentes del discurso matemático escolar, entendiendo como tal a “es aquel que atiende formación de consensos en la nosfera en torno a un saber escolar y a aspectos relativos a su tratamiento y características, incluyendo aspectos de organización temática y profanidad expositiva” (Castañeda, 2006, p.255). Entre los componentes que se han tenido en cuenta para la presente investigación se encuentran los libros de textos escolares y las producciones de los alumnos, este último aspecto trabajado a través de estudio de casos, así como también las producciones realizadas a partir de una secuencia didáctica realizada a una determinada muestra de alumnos del profesorado de primaria donde se buscó recoger información sobre el tipo de clasificación de cuadriláteros que los alumnos manejaban entre otros puntos relacionados con las propiedades de los mismos.

### **Las presentaciones de cuadriláteros a través de la historia de la geometría**

Huerta (1996) presenta las variaciones que a sufrido la clasificación de cuadriláteros que como se ha mencionado no se sido estática a través de los años y este cambio puede observarse en los libros de texto como lo presenta en su análisis de libros que datan desde siglo XIX hasta la actualidad.

Para observar dicho cambio se recuerdan las definiciones planteadas por Euclides en su obra Elementos, donde en el libro primero plantea que se entiende por cuadrilátero para luego definir cada uno de los cuadriláteros construibles.

Definición 19: “Son figuras rectilíneas las comprendidas por rectas. Triláteras, las comprendidas por tres; cuadriláteras las por cuatro; multiláteras las comprendidas por más de cuatro” (Euclides, 1944, p. 9).

Definición 22: “De entre las figuras cuadriláteras, el cuadrado es figura equilátera; el alterolátero es equiangular, mas no equilátera; el rombo es equilátera, mas no rectangular; el romboide es la que tiene los lados y los ángulos opuestos iguales, sin ser equilátero ni equiangular. Las restantes figuras cuadriláteras llámense trapecios” (Euclides, 1944, pp. 9, 11).

Clasificación que difiere a la que actualmente se trabaja en las aulas, la clasificación que presenta Euclides plantea una partición de clases, ya que como se plantea los cuadrados no son rombos, por ejemplo, definiciones que impactan al momento de demostrar o deducir una propiedad pues si el cuadrado y el rombo pertenecen a clases distintas por lo tanto las propiedades que pueden cumplir habría que demostrarlas para cada caso en forma independiente una de otra.

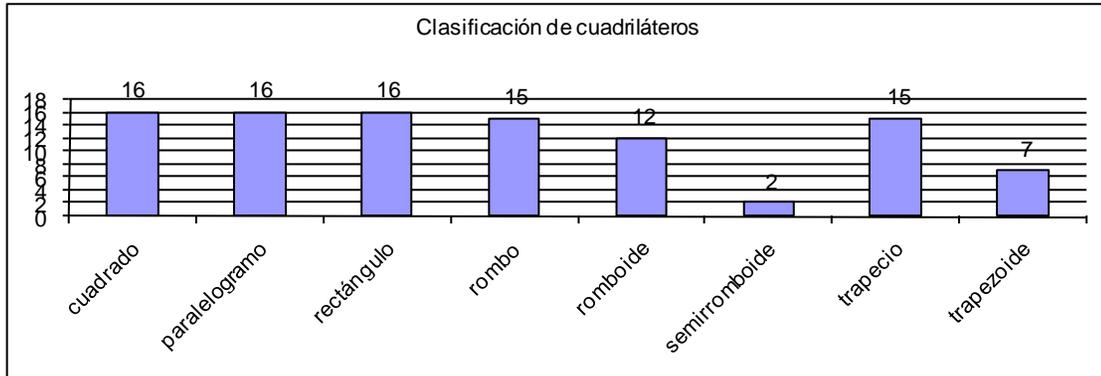
Para ver otro caso y no remontarnos a una obra tan antigua como es los Elementos, Huerta (1996), analiza que sucede con la definición de los cuadriláteros pero en libros de texto escolares: “Cuando los ángulos adyacentes a un mismo lado son desiguales, e iguales los lados adyacentes a un mismo ángulo, se llama rombo, cuando los ángulos adyacentes a un mismo lado son iguales y los lados adyacentes a un mismo ángulo desiguales, se llama rectángulo; y cuando los lados contiguos a un mismo ángulo son iguales, y los ángulos contiguos o adyacentes a un mismo lado también son iguales, recibe el nombre de cuadrado” (Vallejos citado por Huerta, 1996, p.56).

Puede verse que esta definición tiene algunas similitudes comparada con las planteadas por Euclides, ya que en ambos casos se plantea una clasificación por partición, en este caso de los paralelogramos en función de la igualdad o no de los ángulos adyacentes a un lado y los lados adyacentes a un ángulo.

### **Definiciones y clasificaciones en los libros de texto**

¿Qué tipo de clasificación se aborda al trabajar en el aula? ¿Qué clase de clasificación existe en nuestras aulas? Para dar respuestas a estas preguntas se ha seleccionado una muestra de libros de texto de escuela media que consta en total 16 libros, editados en Buenos Aires, entre los años 1987 a 2007. Dicha selección se debe a la intención de describir el discurso matemático escolar transmitido a través de los libros de texto de escuela media en una franja de 20 años, ya sea tanto libros previos a la reforma de la Ley Federal de Educación como a los libros editados posteriormente.

Se ha notado que no todos los libros mencionan a todos los cuadriláteros y se ha encontrado con términos poco comunes como el término “semirromboide”, cuadrilátero que responde a una definición equivalente a los trapezoides. El siguiente gráfico se señala la cantidad de libros donde aparecen mencionados cada uno de los cuadriláteros, aunque es importante destacar que para dicho registro solo se ha tenido en cuenta la mención del cuadrilátero y no que se explicita su definición.



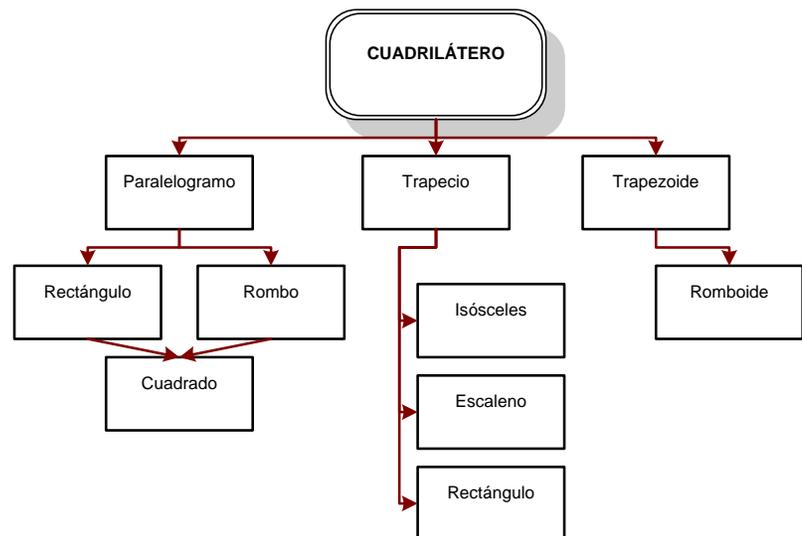
Puede observarse en la gráfica que los trapezoides o en su defecto los semirromboides, son los menos abordados, en una cantidad considerable (en un 56,25%). Otro cuadrilátero poco menos trabajado en comparación con otros es el romboide, aunque aquí el porcentaje es más alto que para los trapezoides (75%), mientras que hay cuadriláteros que son mencionados en toda la muestra, como es el caso de los cuadrados, paralelogramos y rectángulos.

Como se ha planteado más arriba, las distintas definiciones trabajadas en los libros de texto escolares, origina una clasificación específica, para dar un ejemplo perteneciente a la muestra se tomará la definición dada para trapecio, para presentar las diferencias se extraen las siguientes definiciones, ambas de un libro de matemática de segundo año de la escuela secundaria (previa a la reforma de la Ley Federal de Educación):

- Trapecio es el cuadrilátero que tiene “solamente dos lados paralelos” (Amadori, 1995, p.106).
- Trapecio, “cuadrilátero que tiene por lo menos un par de lados paralelos” (Tapia, 1993a, p.244).

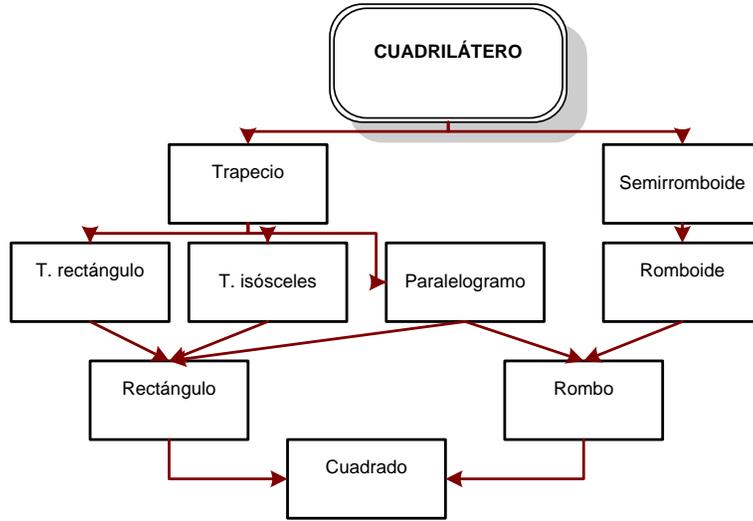
El cumplimiento del paralelismo en la cantidad de lados de un cuadrilátero da lugar a una clasificación por partición o jerárquica según se ha planteado en la definición, como se observa en los ejemplos citados. Para el primer caso, los paralelogramos no se encuentran incluidos en la clase de los trapecios mientras que para el segundo caso, una clasificación jerárquica, esto si ocurre.

En la muestra de libros analizados se han observado diferentes tipos de clasificaciones los siguientes esquemas resumen algunas de las clasificaciones presentadas en forma explícita o que se deducen de las mismas definiciones. La siguiente clasificación puede encontrarse en los libros de: Cortés (1987), Bogan, Estévez de Destuet y Oráis (1993), así como

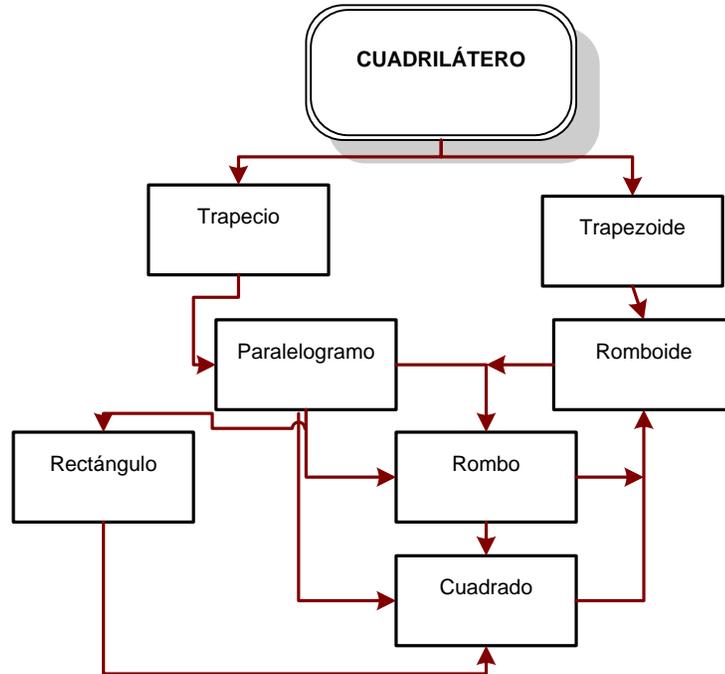


también en Lozano y Ghiglione (1995).

En cambio puede encontrarse ésta nueva clasificación en el libro de Tapia (1993a).



Otra clasificación diferente encontrada en la muestra de libros analizados es la que se presenta en Sarico (1988).



También se ha notado que las actividades de clasificación se ven destacadas especialmente en los libros en los cuales se trabaja con la teoría conjuntista aunque esta afirmación no es excluyente pues existen libros que sin presentar un trabajo conjuntista si plantean ejercicios que se centran en la clasificación de los cuadriláteros.

El tipo de representación de los diagrama de Venn también varía en los distintos libros, por ejemplo en el libro de Tapia en el mismo diagrama puede observarse a partir de las figuras de análisis las propiedades que se analizan mientras que en el diagrama presentado en la obra de Sarico, el análisis es mucho más complejo.

Diagrama de Venn tomado de Tapia (1993b)

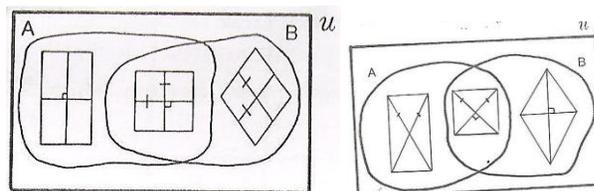
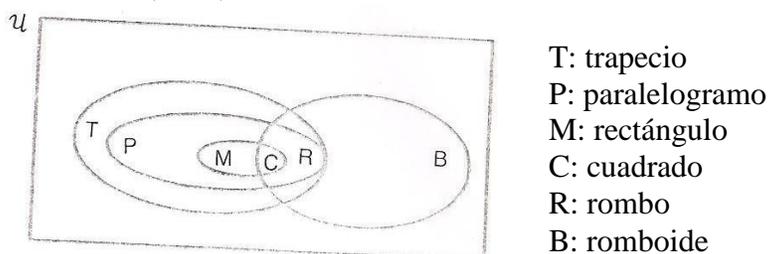


Diagrama de Venn tomado de Sarico (1988)

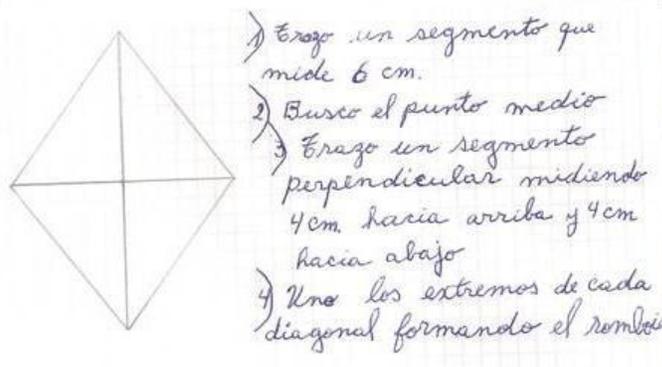


En resumen, se ha observado la presencia de diferentes definiciones para un mismo cuadrilátero lo cual deriva en una determinada clasificación de los cuadriláteros, estas diferencias no guardan una relación con una determinada época histórica pues se ha observado diferencias en libros que fueron editados con un año de diferencia. La pregunta que surge es si esta falta de unificación no es una de las causas que puede provocar la confusión en los alumnos.

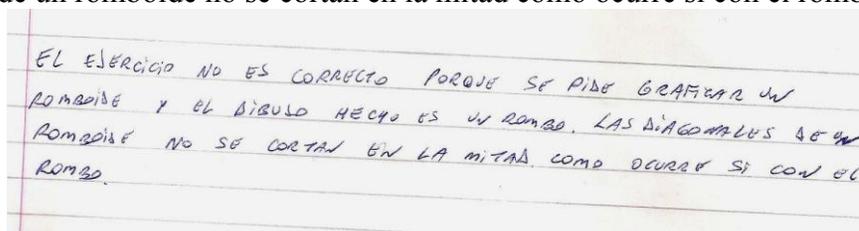
### **Un estudio de caso**

Para analizar el discurso matemático escolar, se ha tomado otro componente, además de los libros de texto escolares, como es el análisis de un caso en particular, donde se pone en juego la clasificación de los cuadriláteros. La actividad se planteo a alumnos de nivel superior, más precisamente del profesorado de nivel primario, en la materia Matemática II, en la cual se trabajaban los contenidos de geometría (plan no actual). La consigna era la siguiente: “Construir el cuadrilátero según los datos dados, detallar los pasos seguidos en la misma construcción y analizar posibles soluciones. Una vez terminado intercambiar con el compañero para que realice la corrección fundamentando su respuesta. En este caso en particular, ya que cada alumno tenía que construir diferentes cuadriláteros, los datos eran: “Construir un romboide sabiendo que una de las diagonales mide 6 cm y la otra 4 cm.”

La construcción con su explicación de la primera alumna es la siguiente



Mientras que la corrección de su compañera se transcribe a continuación: “El ejercicio no es correcto porque se pide graficar un romboide y el dibujo hecho es un rombo. Las diagonales de un romboide no se cortan en la mitad como ocurre si con el rombo”



Es sabido que el significado que se le da a la palabra romboide depende del discurso matemático escolar en el cual se encuentran inmerso, ya que por ejemplo en otros escenarios académicos se hace referencia a los romboides para designar a los paralelogramos que no son ni rombo, ni rectángulo (Puig Adam, 1965), denominación que no coincide con el discurso de donde el caso fue extraído, pues el tema había sido trabajado anteriormente y la definición utilizada por la docente para romboide fue: cuadrilátero con dos pares de lados consecutivos iguales (Puig Adam, 1965).

La dificultad del trabajo con el romboide coincide con lo observado en los libros de texto, ya que era uno de los cuadriláteros que menos se trabajaba. Además a la hora de trabajar con sus propiedades no se plantea, en la mayoría de los libros que el rombo es un caso particular de los romboides y por ende que ambas diagonales, en este caso en particular se cortan en el punto medio. Otra propiedad que se trabaja de los romboides es la simetría de la diagonal que une los vértices donde concurren los lados iguales (que según los estereotipos observados, generalmente, coincide con la diagonal mayor del romboide) o que ésta corta a la otra diagonal en su punto medio, pero en ningún caso se relaciona estas propiedades analizando el caso particular donde ambas diagonales son eje de simetría.

### **Algunas reflexiones finales**

Para los casos del rombo y romboide en ninguno de los libros analizados se estudia las propiedades en común, o que el rombo puede ser un caso particular del romboide, aunque en algunos de ellos en la clasificación si se relacionan pero no se deja explícito al momento de estudiar las propiedades. Tal vez, ante esta falta de relación en el discurso matemático escolar (deducido de la muestra de libros de texto analizados) es que la alumna comete el error de establecer que la construcción realizada no responde a lo pedido, sin poder establecer que el rombo es un caso particular de todas las posibles soluciones al ejercicio dado.

Por lo tanto a la pregunta que se ha planteado en el título de este trabajo, ¿si la clasificación de los cuadriláteros es única?, se ha dejado establecido que no, y que esta falta de unicidad se ve reflejado en los contenidos de los libros de texto, por lo cual se plantea que es imprescindible establecer claramente las definiciones con las cuales se esta trabajando a la hora de trabajar con cuadriláteros, hacer explícita la clasificación derivada de dichas definiciones para que al momento de trabajar con las propiedades de dichos cuadriláteros sea más fácil establecer sus relaciones y al plantear estas relaciones se combate que sea todo un estudio memorístico, sino que se busca un trabajo reflexivo.

### **Referencias Bibliográficas**

- Amadori, L. (1995). *Matemática 2*. Buenos Aires: Aique.
- Bogan, A., Estévez de Destuet, E. y Oráis, M. (1993). *Matemática 2*. Buenos Aires: Plus Ultra.
- Castañeda, A. (2006). *Formación de un discurso escolar: el caso del máximo de una función en la obra de L'Hospital y María G. Agnesi*. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 9(2), 253-265.
- Chevallard, Y. (1998). *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires: Aique
- Cortés, D. (1987). *Matemática 2*. Buenos Aires: Kapelusz.
- Euclides (1944). *Elementos de geometría. Obras completas de Euclides*. Universidad Nacional Autónoma de México.
- Flores, A. (n.d.). *La importancia de las definiciones el caso de la geometría*. Colegio de Ciencias y Humanidades-UNAM. Recuperado el 7 de junio de 2009 de <http://www.matedu.cinvestav.mx/~maestriaedu/docs/asig4/importancia%20de%20las%20definiciones.pdf>
- Huerta, P. (1996). *Los cuadriláteros a comienzos del siglo XIX, a comienzos del siglo XX y a finales del siglo XX, ¿qué ha cambiado?* Suma, 21, febrero 1996, 55-62.
- Lozano, V. y Ghiglione, L. (1995). *Matemática 2*. Buenos Aires: Métodos.
- Renzulli, F. y Scaglia, S. (2007). *Clasificación de cuadriláteros en estudiantes de EGB3 y futuros profesores de nivel inicial*. Revista de Educación Matemática, 22 (2).
- Sarico, D. (1988). *Matemática 2*. Guía de aprendizaje y evaluación. Buenos Aires: Kapelusz
- Tapia, N. (1993a). *Matemática 2*. Buenos Aires: Editorial Estrada.
- Tapia, N. (1993b). *Matemática 2. Equipo de actividades*. Buenos Aires: Estrada.
- Villani, V. (2001). *Perspectives en l'Ensenyament de la Geometria pel segle XXI*. Documento de discusión para un estudio ICMI PMME-UNISON Recuperado el 13 de abril de 2008 de <http://www.euclides.org/menu/articles/article2.h>