

## **LA MATEMATICA EN LA BUSQUEDA DE SOLUCIONES APROXIMADAS DE UN PROBLEMA DE LA VIDA COTIDIANA**

Marisa Quiroga, Estela Sorribas, María Ines Gonzalez  
Facultad de Ciencias Bioquímicas y Farmacéuticas, Facultad de Ciencias Exactas,  
Ingeniería y Agrimensura – Universidad Nacional de Rosario – Argentina  
estelasorribas@hotmail.com ; marisaquiroga@hotmail.com  
Niveles Medio, Terciario y Universitario

### **Resumen**

Este trabajo se lleva a cabo en el marco del proyecto “La significación de los contenidos conceptuales en la enseñanza y el aprendizaje del Cálculo en carreras de Ingeniería y Agrimensura”. Facultades de Ingeniería y Bioquímica UNR.

Los alumnos ingresantes presentan dificultades generales inherentes a la crisis educativa que estamos viviendo más las relativas al cambio de ciclo.

En el dictado de la asignatura Matemática, la resolución de problemas constituye un espacio permanente de discusión y exploración en cuanto a las posibilidades de mejorar la calidad del proceso educativo.

El trabajo apunta a analizar la aptitud de los estudiantes para enfrentar situaciones respecto a: la clase de problemas “esperables”; su capacidad de estimar el orden de magnitud de la solución previo a la resolución; y su capacidad de discernir si están trabajando en forma exacta o aproximada.

La actividad didáctica diseñada se desarrolla a partir del concepto de “aproximación”. Se plantea una situación problemática de la vida cotidiana para, a partir de allí, proceder a la discusión y análisis de la misma. Se pretende analizar si el alumno es capaz de resolver un problema “sencillo” aplicando sus conocimientos previos y el sentido común.

La enseñanza de la Matemática en la Educación Media y Superior debe contribuir a desarrollar en los alumnos capacidades: elaborar estrategias personales para analizar situaciones concretas y valorar la conveniencia de la elección de la misma en función de la situación a resolver.

Consideramos significativo trabajar la capacidad de estimar y resolver problemas reales en forma aproximada.

Palabras clave: resolución de problemas, aproximación, estimación, cálculo de área

### **Introducción**

Este trabajo se lleva a cabo en el marco del proyecto “La significación de los contenidos conceptuales en la enseñanza y el aprendizaje del Cálculo en las carreras de Ingeniería y Agrimensura” que se desarrolla en la Facultad de Ingeniería y en la Facultad de Bioquímica de la Universidad Nacional de Rosario.

Los alumnos de primer año de esta Universidad presentan las dificultades generales inherentes a la crisis educativa que estamos viviendo más las particulares y relativas al cambio de ciclo y a la falta de coordinación entre ciclo medio y superior.

En el marco de las actividades curriculares propuestas para el dictado de la asignatura Matemática -asignatura de 1er año del Ciclo Básico Común de la Facultad de Ciencias Bioquímicas y Farmacéuticas-, la resolución de problemas constituye un espacio permanente de discusión y exploración en cuanto a las posibilidades que brinda para mejorar la calidad del proceso educativo, ya que pensamos que la presentación de la Matemática como se venía haciendo hasta ese momento, más que potenciar las capacidades

que se supone debe desarrollar, actúa como elemento paralizante, o cuanto menos, obstaculizador de tal desarrollo.

La idea de la enseñanza de la matemática que surge de esta concepción es que los estudiantes deben comprometerse en actividades con sentido, originadas a partir de situaciones problemáticas. Estas situaciones requieren de un pensamiento creativo, que permita conjeturar y aplicar información, descubrir, inventar y comunicar ideas, así como probar esas ideas a través de la reflexión crítica y la argumentación. Esta visión de la educación matemática está en agudo contraste con aquella en la cual el conocimiento y manejo de conceptos y procedimientos es el objetivo último de la instrucción.

Resolver problemas es “hacer matemáticas”. Creemos que los estudiantes deben tener la oportunidad de resolver problemas en los que primero imaginen la situación planteada y luego apliquen conceptos matemáticos de acuerdo a su nivel. La matemática suele aparecer como un juego de imaginación: hay que imaginar un teorema matemático antes de probarlo; hay que imaginar la idea de la prueba antes de ponerla en práctica. Los aspectos matemáticos son primero imaginados y luego probados. Esta idea de la actividad matemática es sostenida por Polya, con su trabajo a través del libro “How to solve it” (Polya,1954), en el cual introduce el término “heurística” para describir el arte de la resolución de problemas, concepto que desarrolla luego en “Matemática y razonamiento plausible” (Polya,1957) y “Mathematical Discovery” (Polya,1981).

Para Polya, la pedagogía y la epistemología de la matemática están estrechamente relacionadas y considera que los estudiantes tienen que adquirir el sentido de la matemática como una actividad; es decir, sus experiencias con la matemática deben ser consistentes con la forma en que la matemática es hecha. Evidentemente, Polya considera que se debe enseñar vía la resolución de problemas.

Es innegable la importancia de los contenidos del Cálculo en la formación de estos estudiantes. Pero también es importante que los mismos sean aprendidos de manera significativa. Es decir, de modo que el alumno recurra a ellos para resolver problemas que se presenten en situaciones cotidianas o en su futura labor profesional.

El trabajo apunta a analizar la aptitud de los estudiantes para enfrentar situaciones como las señaladas con respecto a: la clase de problemas que son “esperables” para el alumno en función de su experiencia escolar; su capacidad de estimar el orden de magnitud de la solución previo a la resolución; y su capacidad de discernir si está trabajando en forma exacta o aproximada.

La actividad didáctica diseñada se desarrolla a partir del concepto de “aproximación”. El interés por este concepto surge por ser uno de los temas de mayor importancia en la matemática a partir del nivel medio superior. Es considerado fundamental en el Cálculo y otras ramas de la matemática, con diferentes aplicaciones en otras áreas de la ciencia.

Varios autores (Vicente, Van Dooren y Verschaffel, 2008) han analizado las reglas y presupuestos ocultos que gobiernan (implícita o tácitamente) la interacción docente-alumno al enfrentar la resolución de problemas. Entre estos presupuestos se destacan:

- Todo problema presentado por el docente o por el libro de texto puede resolverse y tiene sentido.
- Cada problema tiene una única respuesta correcta, y ésta es precisa y numérica.

- La solución de cada problema puede y debe obtenerse ejecutando una o más operaciones aritméticas con los números del problema, y casi con toda seguridad con todos ellos.
- La tarea puede realizarse con las herramientas matemáticas que han aprendido como estudiantes, en la mayoría de los casos aplicando los conceptos, fórmulas, y algoritmos expuestos en las clases de Matemática más recientes.
- La solución final, e incluso algún resultado intermedio, implica números “limpios” (generalmente números enteros pequeños).
- El problema por sí mismo contiene toda la información necesaria para generar la interpretación matemática correcta y llegar a su solución de modo que no debe buscarse información “extraña”.
- Las personas, objetos, lugares y razonamientos son diferentes en los problemas de Matemática de la escuela que en las situaciones del mundo real, por lo que no hay que preocuparse demasiado si la situación propuesta por el problema viola los conocimientos previos o las intuiciones basadas en las experiencias cotidianas.

Acorde a las ideas expuestas, la propuesta que presentamos consiste esencialmente en el planteo de una situación problemática de la vida cotidiana para, a partir de allí, proceder a la discusión y análisis de la misma.

Para indagar en el tema, propusimos a alumnos ingresantes a carreras de Ingeniería una situación problemática (Experiencia N°1, analizada en profundidad en otro trabajo) y a los alumnos de las Licenciaturas una segunda experiencia (que analizaremos en este trabajo) con la intención de analizar, por un lado, su actitud frente al problema, y por otro su capacidad de diferenciar entre un cálculo exacto y uno aproximado.

## **Descripción de las experiencias**

### **Experiencia N° 1**

Una primera experiencia se planteó a un grupo de alrededor de 60 alumnos ingresantes a carreras de Ingeniería de la Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura de la Universidad Nacional de Rosario, en el marco de una segunda clase de Análisis Matemático I. En la primera se había realizado una introducción a los temas que trata el Cálculo, en un laboratorio de informática. La actividad se realizó en presencia de dos docentes.

Como ya dijimos, esta actividad se analizó en profundidad en otro trabajo, pero la conclusión fundamental fue que los alumnos, a pesar de tener muy buena predisposición, no pudieron reconocer que la realidad puede ser descripta de manera aproximada. El problema planteado apuntaba a que los alumnos debían calcular la superficie lateral y el volumen de una pileta de forma “rara” (podríamos decir “no esperable” para una clase de matemática), que debían ser calculados en forma aproximada. Esto los “paralizó”, no pudiendo la mayoría encarar la resolución del mismo.

Viendo los resultados obtenidos en la Facultad de Ingeniería, decidimos reformular el problema para los alumnos de las Licenciaturas en Biotecnología y en Química de la Facultad de ciencias Bioquímicas y Farmacéuticas de la Universidad Nacional de Rosario, de manera más guiada, de modo que pudieran trabajar en grupos sin la intervención del docente.

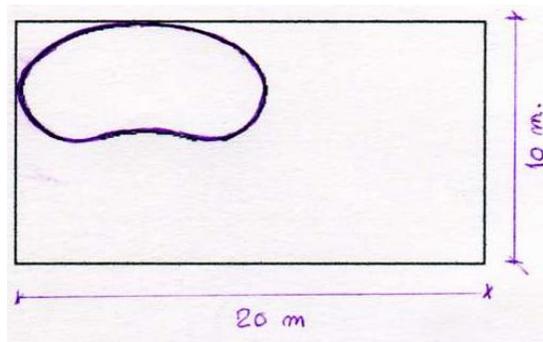
Se pretende analizar si un alumno ingresante a la Universidad es capaz de resolver un problema “sencillo” aplicando sus conocimientos previos y el sentido común.

La experiencia se planteó a una comisión de 120 alumnos que se dividieron en grupos de 4 o 5 alumnos cada uno.

El nuevo planteo fue el siguiente:

### **Experiencia N° 2**

En un patio rectangular de 10 mts x 20 mts. Se construyó una pileta en forma de riñón que está emplazada en  $\frac{1}{4}$  del patio como se muestra en el dibujo:



- ¿Podrías decir entre qué valores está aproximadamente el área que ocupa la pileta?
- ¿Podrías “ajustar” más dichos valores?
- Si sabemos que con un litro de pintura se pintan aproximadamente 2 m<sup>2</sup> ¿Cuántos litros, optimizando lo más posible, se deberán comprar para pintar el piso?
- ¿Cuántos litros de agua entran en la pileta si ésta tiene 1 m. de profundidad?
- ¿Cuántas horas llevará llenarla si se tiene una bomba que tira 1000 lts/h.?
- ¿Puedes calcular la superficie exacta que ocupa la pileta?

Los alumnos se mostraron muy entusiasmados y predispuestos para realizar la actividad y aunque se les dijo que no hacía falta poner los nombres de los integrantes, casi todos los grupos los escribieron. Como pretendíamos, no pidieron ningún tipo de ayuda sino que se sintieron motivados frente al desafío planteado.

### **Análisis de los resultados de la experiencia N°2**

En el ítem (a) se les pedía que acoten la superficie de la pileta. Como pretendíamos se dieron cuenta que no podían calcular la superficie en forma exacta y que por eso se les pedía acotar; pero la mayoría sólo dieron una cota superior del área a pesar de que se les preguntó explícitamente “entre qué valores está aproximadamente el área que ocupa la pileta”. Sólo 3 de los 24 grupos entendieron la consigna y acotaron correctamente. Como consecuencia de esto, en el ítem (b) mejoraron solamente el valor dado en (a).

Luego en el ítem (c) se les pedía la cantidad de pintura que debían comprar para pintar el piso de la pileta, lo que pudieron responder sin problemas, claro que con las respuestas de los ítems anteriores. No pudimos analizar si al “optimizar” elegían la cota superior ajustada en el ítem (b) de manera de asegurarse que les alcance la pintura. Los 3 grupos que acotaron correctamente en el ítem (a) eligieron bien.

Para responder (d) todos los grupos calcularon correctamente el volumen de la pileta de acuerdo a los valores que habían dado. Nuevamente no pudimos apreciar si elegían la cota correcta (en este caso la menor) para que no se rebalse la pileta, ya que la mayoría de ellos había dado sólo un valor. Los 3 grupos que acotaron correctamente en el ítem (a) eligieron bien. Cabe aclarar que casi todos los alumnos dieron correctamente el resultado en litros, cuando el volumen lo habían calculado en  $m^3$ .

Respecto al ítem (e) ocurrió algo similar a los anteriores, ya que calcularon correctamente las horas de llenado de la pileta pero no pudimos corroborar si hubiesen elegido la cota correcta.

En cuanto al ítem (f), a si podían calcular la superficie exacta, 15 grupos contestaron correctamente, 6 no respondieron y 3 respondieron mal.

Es importante señalar que hubo alumnos que decidieron, y no de manera inmediata sino luego del análisis detallado del problema, que utilizando integrales podían resolver el mismo. Pero tuvieron en cuenta que: el tema integrales no fue tratado en el curso (sólo se dio una clase sobre números reales), ni es un contenido del curso de ingreso y, que, por ende, suponen que carece de sentido que se les plantee un problema que lo requiriera para su resolución. Además aclararon que no conocían la curva para integrar. Desestimando entonces esta situación, buscaron resolver el problema mediante las fórmulas conocidas para figuras cerradas y acotadas con fronteras poligonales como la presentada.

### **Conclusiones**

Consideramos importante que en el material ofrecido al alumno estuvieran clara y explícitamente expuestos los objetivos del problema. Creemos que tanto la presentación como la metodología con que se implemente una actividad es la que finalmente determina su carácter. Que es muy importante presentar el material con claridad, lógica, orden, consistencia y sencillez ya que la estructura del mismo debe guiar al alumno, servirle como “organizador” de las tareas a realizar. Así, al diseñar el problema pusimos especial cuidado en estas cuestiones.

La enseñanza de la Matemática en la Educación Media y en la Superior debe contribuir a desarrollar en los alumnos capacidades. Una de estas capacidades es la de elaborar estrategias personales para el análisis de situaciones concretas y valorar la conveniencia de la elección de la misma en función de la situación a resolver. Advertimos que en general los alumnos están intentando resolver problemas “de Matemática” (más que problemas, a secas) y en este contexto se ven en la necesidad de encuadrar tanto la forma de resolución como la respuesta. Pareciera que este es el legado de la escuela en el ámbito de la Matemática: lo que debería ser algo natural se va perdiendo a medida que se escolariza: así como la geometría se algebrizó, la matemática toda se “endureció”, adquirió una rigidez que, de hecho, no es propia de la matemática. Sí, en todo caso, de su lenguaje. Es decir: adquirió rigidez donde no debía: la matemática debe ser precisa en el uso de los símbolos, en aquello que debe comunicarse.

Así como actualmente parece haber consenso entre los docentes sobre la importancia de que la Geometría vuelva al aula, como promotora del razonamiento lógico, de la

orientación en el espacio, como indispensable para describir, analizar y comprender el mundo, consideramos muy significativo que se trabajen la capacidad de estimar y la posibilidad de resolver problemas reales en forma aproximada.

Purcell, Varbeg y Rigdon (2001) plantean en su libro de Cálculo apoyar y desarrollar la habilidad para reconocer una respuesta absurda y sugieren cómo hacer estimaciones mentales, y cómo llegar a una respuesta numérica.

Cuando el alumno enfrenta un problema; es decir, una cuestión para la que no tiene una respuesta inmediata y la cual no presenta un camino directo entre los datos del problema y la solución, la resolución le demandará una serie de acciones y operaciones que deberá ser capaz de imaginar o proponer y que, de poder hacer, darán cuenta de que ha logrado una asimilación significativa del saber involucrado, un efectivo desarrollo de sus capacidades intelectuales.

La enseñanza de las matemáticas es una de las actividades que dentro de los procesos educativos presenta mayor complejidad. Esto se evidencia considerando que existe una problemática real girando en torno a este aspecto. Durante el transcurso de las últimas décadas se han desarrollado diferentes estrategias para tratar que de una u otra manera la enseñanza de las matemáticas sea una labor no sólo “cómoda” sino también efectiva, es decir, que (como en el caso del sistema educativo colombiano) cumpla con ciertos estándares.

Es así como para la década de 1980 el “National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)” propone que la resolución de problemas como método integral, debe intervenir en la enseñanza de las matemáticas. Esto podría indicar que la resolución de problemas es un proceso que debe incluirse dentro de todo el diseño curricular y proveer el contexto en el cual los conceptos y las actitudes puedan ser aprendidos, permitiendo que los alumnos posean la habilidad de plantear y resolver problemas con una variedad de estrategias y recursos, al mismo tiempo que aprenden matemáticas.

### **Referencias Bibliográficas**

- Cabañas, Ma. Guadalupe. (2000). *Los problemas...¿Cómo enseño a resolverlos?*. México, D.F.: Grupo Editorial Iberoamérica - S.A. de C.V.
- Chevallard, Y., Bosch, M, Gascón, J. (1997) *Estudiar Matemáticas- El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*. Ice Horsori- Universitat de Barcelona- España
- Gonzalez, M. I., Introcaso, B., Braccialarghe, D., Emmanuele, D. (2010). *Entre lo exacto y lo aproximado. Una experiencia aúlica*. Rosario. Facultad de Ciencias Exactas e Ingeniería. 4º Jornadas de Matemática FCEIA-IPS
- Polya G. (1976). *Cómo plantear y resolver problemas*. Editorial Trillas.
- Polya, George (1954). *How to solve it*. Princeton:Princeton University Press.
- Polya, George (1957). *Mathematics and plausible reasonig*. Princeton:Princeton University Press.
- Polya, George (1981). *Mathematical Discovery. On understanding, learning and teaching problem solving*. New York: Wiley & Sons, Inc.
- Pozo, Juan. (1999). *La Solución de Problemas*. Argentina: Santillana.
- Purcell. E., Varbeg, D., Rigdon, S. (2001). *Cálculo* (8va. Edición). México: Pearson
- Quiroga, M., Sorribas, E., Gonzalez, M.(2008) *Análisis de resultados de la implementación del aula taller*. I. Zapico y S. Tajeyan (Ed.) Buenos Aires: VII CAREM- SOAREM
- Vicente, S., Van Dooren, W. y Verschaffel, L. (2008). *Utilizar las matemáticas para resolver problemas reales*. Cultura y Educación Vol. 20 N° 4 pp. 391-406.