

## EVALUACIÓN DEL TRABAJO ADICIONAL DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICA

María Elena Villanueva Pinedo  
villanuepi@lamolina.edu.pe  
Universidad Nacional Agraria La Molina

Modalidad: CB

Nivel educativo: Terciario - Universitario

Tema: Los procesos de Comunicación en el aula de Matemática y su impacto sobre el Aprendizaje del Alumnado.

Palabras clave: Educación Matemática, Rendimiento Académico, Prueba de Independencia, No Paramétrica.

### Resumen

*Este trabajo surge de la necesidad de iniciar un proceso de innovación de la enseñanza tradicional e incorporar metodologías activas, como **el trabajo en grupo**, para el logro de un aprendizaje eficaz. Se realizó una actividad en grupo en el curso de Cálculo Diferencial, con estudiantes ( $n = 42$ ) de carreras relacionadas con el agro, que tienen diferentes habilidades y conocimientos con la finalidad de que verifiquen y afiancen sus avances y puedan aprender unos de otros sobre todo de los que se van convirtiendo en expertos en los temas desarrollados. Luego, se realizó la evaluación a través del estudio de la relación entre el cumplimiento del trabajo y el rendimiento (puntaje en cada ejercicio) empleando la prueba de independencia de la estadística no paramétrica. Los resultados obtenidos fueron que el trabajo en grupo y el rendimiento, para el primer ejercicio, son dependientes y para el segundo son independientes, ambos casos para un nivel de significación de 0.05. Hubo una mejora en el rendimiento después de realizar la actividad. Se recomienda incorporar trabajos en grupo para los contenidos del curso que lo permitan y podrían ser presenciales o en línea aprovechando las alternativas que nos brindan las TIC.*

### Introducción

Este trabajo surge de la necesidad de iniciar un proceso de innovación de la enseñanza tradicional e incorporar metodologías activas, como por ejemplo **el trabajo en grupo**. La mayoría de los estudiantes tiene muchos problemas durante su primer curso de matemática en la universidad, lo que se refleja en la poca cantidad de estudiantes que tienen éxito al final del período lectivo. Uno de los factores que afectan este desempeño académico podría ser el grado de asimilación de los **conocimientos procedimentales**, en otras palabras, los métodos de **resolución de los ejercicios y problemas**. Se evalúa el trabajo en grupo realizado para proporcionar información con la finalidad de evitar cualquier resultado desfavorable, dado que dichos resultados frecuentemente desmotivan al estudiante, provocando bajo rendimiento académico y dudas acerca de su capacidad de aprendizaje de la matemática superior. Los trabajos adicionales o

cualquier otra estrategia adoptada deberían incidir en la mejora del rendimiento. Así, el objetivo de este estudio es confirmar si esto ocurrió. La pregunta que se va a responder es: ¿Cuál fue la relación entre la realización del trabajo adicional de **resolución de problemas** y el rendimiento de los estudiantes?

En la calificación se ha considerado la parte que corresponde a los **contenidos procedimentales** porque permite la resolución de problemas que se encuentran bien definidos. El desarrollo y la evaluación del curso Cálculo Diferencial<sup>1</sup>, en el cual están contenidos los temas del estudio, sigue un patrón tradicional.

### Revisión de Literatura

Los estudiantes requieren de conocimientos y el desarrollo de habilidades que les permitan un desempeño eficiente en el ambiente estudiantil y profesional. Una de estas habilidades importantes es la **resolución de problemas**, que implica obtener **conocimientos procedimentales** a través de **contenidos procedimentales** que se incluyen en el diseño instruccional.

El **conocimiento procedimental**<sup>2</sup> es una de las maneras en la que se almacena la información en la memoria a largo plazo<sup>3</sup>. El **contenido procedimental** es el conjunto de actividades y acciones que sirven para ir adquiriendo de forma gradual y mediante la práctica algunas destrezas para “saber cómo hacer” algo (conocimiento procedimental).

El estudiante realizará los procedimientos para la resolución de problemas matemáticos en forma secuencial y sistemática. Estos contenidos requieren de la repetición de las actividades y acciones, con la meta de llevar al estudiante a dominar la técnica, habilidad o destreza requerida. Los procedimientos se pueden clasificar como: i) Procedimientos generales, que sirven para la búsqueda y procesamiento de la información obtenida; ii) Procedimientos para la comunicación de información; iii) Procedimientos algorítmicos, que indican el orden y el número de pasos que han de realizarse para resolver un problema y iv) Procedimientos heurísticos, que son contextuales y no aplicables de manera automática.<sup>4</sup>

---

<sup>1</sup> Cálculo Diferencial es el segundo curso de matemática de los ingresantes a la UNALM.

<sup>2</sup> Es el conocimiento relacionado con cosas que sabemos hacer pero no conscientemente. Entrada con título Conocimiento Procedimental, *Wikipedia*. Obtenido el 25 de julio de 2013 de: [http://es.wikipedia.org/wiki/Conocimiento\\_procedimental](http://es.wikipedia.org/wiki/Conocimiento_procedimental)

<sup>3</sup> La memoria a largo plazo se almacena probablemente de manera *semántica*. Los fragmentos de información que tienen alguna relación tienden a asociarse entre sí. Tomado de: ELLIS, J. (2005). *Aprendizaje Humano*. Cuarta Edición. México: Pearson Prentice Hall.

<sup>4</sup> Tomado de: <http://ideascompilativas.blogspot.com/2009/06/contenidos-conceptuales-procedimentales.html>

Según Ellis (2005), los conceptos básicos que ayudan a entender la **resolución de problemas** son: los componentes del problema, los algoritmos, los heurísticos y la definición buena o mala del problema. Los componentes del problema son por lo menos tres: los datos o información que proporciona el problema; el objetivo, que debe ser proporcionado por la solución final y las operaciones que se tienen que realizar para obtener la respuesta. Los algoritmos son conjuntos de operaciones concretas que llevan a la resolución del problema. Los heurísticos son aproximaciones de procedimientos para resolver los problemas que incluyen estrategias generales basadas en la experiencia sobre resolución de problemas similares. Y por último, los problemas pueden variar de acuerdo a como estén definidos o estructurados. Los problemas bien definidos son aquellos en los que el objetivo y los datos están establecidos claramente, se presenta la información necesaria y existe un algoritmo que lleva a la solución correcta. Los problemas mal definidos son aquellos en los que el objetivo es ambiguo, falta la información necesaria para resolverlo y no existe un algoritmo válido. Asimismo, la **resolución de problemas** es una forma de transferencia en la que el conocimiento previamente aprendido se aplica para resolver situaciones problemáticas. Según algunos teóricos conductistas y cognitivos, las personas normalmente aplican los procedimientos de **resolución de problemas** de forma más eficaz y apropiada cuando entienden la lógica que subyace en los procedimientos. Las técnicas como el aprendizaje por descubrimiento, el aprendizaje cooperativo y las actividades realistas pueden facilitar el desarrollo y transferencia de habilidades eficaces de **resolución de problemas**.

Para el área de Matemática, los contenidos procedimentales se fundamentan específicamente en las habilidades operativas. Esto lleva a considerar que los estudiantes obtienen mayor nivel de rendimiento si se han preparado mejor en esta habilidad, la cuál se va desarrollando y afianzando a lo largo de los niveles educativos. En el nivel superior, dicha habilidad se mide a través del éxito en la **resolución de ejercicios y problemas** (Villanueva, 2009).

Según Rue (2009), con frecuencia los profesores organizan y realizan determinadas actividades en sus cursos mediante pequeños **grupos** de estudiantes. Esto se realiza de acuerdo a criterios intuitivos y el profesor puede anticipar algunas dificultades en su desarrollo, tal como la inseguridad acerca de la participación efectiva de todos los estudiantes en el trabajo final realizado. Se acepta que trabajando en grupo más

estudiantes aprenden. Además, los profesores observan la manifestación de un conjunto de habilidades y conocimientos más complejos.

## Materiales y Métodos

### Materiales

El estudio se llevó a cabo con los estudiantes de los Ciclos **2012-II**, siendo la muestra compuesta por 42 estudiantes. Estos pertenecen a las diferentes facultades que ofrece la Universidad Nacional Agraria La Molina (UNALM): Trece estudiantes son de la Facultad de Agronomía, seis pertenecen a la Facultad de Ciencias, seis a la Facultad de Economía y Planificación y el resto de los estudiantes (diecisiete) pertenece a otras facultades. Las variables consideradas fueron: El trabajo adicional en grupo (TAG) realizado sobre los temas planteados, categorizado de la siguiente forma: Realizó (R) y No realizó (NR) (filas) y los puntajes obtenidos en las preguntas correspondientes a estos temas, cuyas categorías también fueron dos: Aprobados (puntaje  $\geq 4,5$ ); y Desaprobados (puntaje  $< 4,5$ ) (columnas), para la pregunta 2; y Aprobados (puntaje  $\geq 3,5$ ) y Desaprobados (puntaje  $< 3,5$ ) (columnas), para la pregunta 3. La información fue obtenida de las listas de asistencia al trabajo y de notas. Ver Cuadro 1.

TEMAS	EVALUACION	PROB. No	PUNTAJE
- Límites de funciones	Sexta Práctica	2	5
- Teoremas de Valor Medio	Sexta Práctica	3	4

**Cuadro 1: Temas, Evaluación, Número de Problema y Puntaje.**

Para el estudio se planteó la siguiente hipótesis y su alternativa:

- Hipótesis propuesta ( $H_p$ ): Existe independencia entre la realización del TAG y el puntaje obtenido en la pregunta de la práctica correspondiente al tema.
- Hipótesis alternativa ( $H_a$ ): Existe relación entre la realización del TAG y el puntaje obtenido en la pregunta de la práctica correspondiente al tema.

### Métodos

Dados el objetivo, las variables y las hipótesis planteadas, para el tratamiento de la información se utilizó la estadística no paramétrica. Las ventajas de este método radican en que se puede utilizar para muestras pequeñas y grandes de datos cuantitativos y cualitativos. Se eligió la Prueba de Independencia, que determina si dos variables o cualidades referidas a individuos de una misma población están relacionadas.

Su aplicación se realiza de la siguiente manera:

Primero, se elabora una Tabla de Contingencia, donde se ubican dos variables y cada una de estas con  $r$  y  $k$  categorías. A continuación, se clasifican las observaciones

muestrales según al conjunto al que pertenecen, y se completa la tabla. La Tabla A presenta un esquema.

	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	...	A <sub>k</sub>	Total
B <sub>1</sub>	n <sub>11</sub>	n <sub>12</sub>	...	n <sub>1k</sub>	n <sub>1.</sub>
B <sub>2</sub>	n <sub>21</sub>	n <sub>22</sub>	...	n <sub>2k</sub>	n <sub>2.</sub>
...	...	...	...	...	...
B <sub>r</sub>	n <sub>r1</sub>	n <sub>r2</sub>	...	n <sub>rk</sub>	n <sub>r.</sub>
Total	n <sub>.1</sub>	n <sub>.2</sub>	...	n <sub>.k</sub>	n

**Tabla A: Tabla de Contingencia**

Por último, se elabora la tabla de Frecuencias Esperadas, como en la Tabla B.

	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	...	A <sub>k</sub>
B <sub>1</sub>	e <sub>11</sub>	e <sub>12</sub>	...	e <sub>1k</sub>
B <sub>2</sub>	e <sub>21</sub>	e <sub>22</sub>	...	e <sub>2k</sub>
...	...	...	...	...
B <sub>r</sub>	e <sub>r1</sub>	e <sub>r2</sub>	...	e <sub>rk</sub>

**Tabla B: Frecuencias Esperadas**

Donde: 
$$e_{rk} = \frac{n_{r.} \times n_{.k}}{n}$$

Se comparan las frecuencias observadas haciendo uso de una prueba de contraste de hipótesis usando Chi – Cuadrado, con un nivel de significación de 0,05.

$$x^2_{calc} = \sum \sum \frac{(n_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}} \text{ con } (k-1)(r-1) \text{ grados de libertad}$$

$x^2_{calc} < x^2_{tab}$ , no se rechaza la H<sub>p</sub>

## Resultados

Los resultados se presentan en las siguientes tablas:

### Pregunta No. 2: Cálculo de límites

TRABAJO ADICIONAL EN GRUPO	PUNTAJE DE LA PREGUNTA		Total
	APROBADOS	DESAPROBADOS	
REALIZÓ	10	9	19
NO REALIZÓ	5	18	23
Total	15	27	42

**Tabla 1:** Tabla de Contingencia para los resultados de la pregunta 2

TRABAJO ADICIONAL EN GRUPO	PUNTAJE DE LA PREGUNTA	
	APROBADOS	DESAPROBADOS
REALIZÓ	6.79	12.21
NO REALIZÓ	8.21	14.79

**Tabla 2:** Frecuencias Esperadas para los resultados de la pregunta 2

$$x^2_{calc} = 4,32 \qquad x^2_{tab} = 3,84$$

Se obtiene que para la pregunta No. 2,  $x^2_{calc} > x^2_{tab}$ , entonces, la  $H_p$  es rechazada. Esto significa que existe **dependencia** entre las variables trabajo adicional y los puntajes obtenidos en las preguntas correspondientes al tema.

### Pregunta No. 3: Teoremas de Valor Medio

TRABAJO ADICIONAL EN GRUPO	PUNTAJE DE LA PREGUNTA		Total
	APROBADOS	DESAPROBADOS	
REALIZÓ	8	11	19
NO REALIZÓ	12	11	23
Total	19	23	42

**Tabla 3:** Tabla de Contingencia para los resultados de la pregunta 3

TRABAJO ADICIONAL EN GRUPO	PUNTAJE DE LA PREGUNTA	
	APROBADOS	DESAPROBADOS
REALIZÓ	9,05	9,95
NO REALIZÓ	10,75	12,05

**Tabla 4:** Frecuencias Esperadas para los resultados de la pregunta 3

$$x^2_{calc} = 0,42 \qquad x^2_{tab} = 3,84$$

Se obtiene que para la pregunta No. 3,  $x^2_{calc} < x^2_{tab}$ , entonces la  $H_p$  no se rechaza. Esto significa que existe **independencia** entre las variables trabajo adicional y los puntajes obtenidos en las preguntas correspondientes al tema.

### Conclusiones

- El TAG está relacionado con el puntaje obtenido en la pregunta 2, correspondiente al tema de Límites. Esto se debería a que estos ejercicios tienen un procedimiento simple y bien definido que se inicia con la determinación de la existencia de una

forma indeterminada (FI) y concluye con la elección de las operaciones algebraicas pertinentes y/o teoremas que permitan determinar el límite.

- El TAG **no** está relacionado con el puntaje obtenido en la pregunta 3, correspondiente al tema de Teoremas de Valor Medio del curso Cálculo Diferencial, dado que a diferencia de la anterior pregunta este es un problema más complejo y que implica más de un procedimiento. El primero es para determinar las constantes de las reglas de correspondencia aplicando las condiciones que debe cumplir la función, esto es, la continuidad y la derivabilidad para un intervalo definido. El segundo procedimiento, consiste en la determinación de los valores intermedios “c” que cumplen con el mencionado teorema.

### **Recomendaciones**

- Es necesario que en los niveles anteriores se desarrollen los temas poniendo atención al desarrollo de habilidades operativas, que servirán como herramienta para el desarrollo posterior de la matemática superior.
- Se debe tener en cuenta que al principio, las habilidades operativas desarrolladas anteriormente pueden resultar irrelevantes, pero posteriormente, dichas habilidades se convertirán en una herramienta necesaria e indispensable para procurar la asimilación de nuevos conocimientos no sólo en Matemática sino también en otras áreas.
- Se debe realizar este tipo de trabajos para los contenidos del curso que lo permitan, con el objetivo de afianzar los conocimientos mediante los contenidos procedimentales. Dichos trabajos podrían ser realizados de forma presencial, o aprovechando las alternativas que nos brindan las TIC, en línea.

### **Referencias bibliográficas**

- Calzada, J. (1970). *Métodos Estadísticos para la Investigación*. Cuarta Edición. Lima: UNALM.
- Delgado, J. (2000). *Didáctica de las Matemáticas*. Lima: UPC.
- Delgado, J. (2000). *Medición y Evaluación del Aprendizaje*. Lima: UPC.
- Ellis, J. (2005). *Aprendizaje Humano*. Cuarta Edición. México: Pearson Prentice Hall.
- Hernández, R. y otros. (1998). *Metodología de la Investigación*. México: McGraw Hill.
- Quispe, J. y Eyzaguirre, R. (2004). *Estadística No Paramétrica*. Lima: Laboratorio de Simulación - UNALM.



- Rue, J. (2009). *El aprendizaje Autónomo en Educación Superior*. Madrid: NARCEA, S.A. de Ediciones.
- Sánchez, H. y Reyes, C. (2006). *Metodología y Diseños en la Investigación Científica*. Lima: Editorial Visión Universitaria.
- Torres, P. (2003). *Estrategias de Resolución de Problemas*. Lima: UPC.
- Villanueva, M. (2003). Una Propuesta Metodológica para la Enseñanza del Tema “Funciones”. *Libro de resúmenes*. Santiago de Chile: RELME 17.
- Villanueva, M. (2009). Relación entre las notas de matemática obtenidas en el nivel secundario y en curso de matemática de los estudiantes que recién ingresan a la universidad. *Actas Enseñanza de las matemáticas IV Coloquio Internacional*. Lima: Departamento de Ciencias – PUCP.
- <http://ideascompilativas.blogspot.com/2009/06/contenidos-conceptuales-procedimentales.html>. Obtenido en julio 25, 2013.



**Anexo**

**Pregunta 2.** Usando la Regla de L'Hospital, calcular:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\sin^2 3x} - \frac{1}{x^2} \right) \qquad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 1^+} (2^x - 1)^{\frac{1}{x^2 - 1}}$$

**Pregunta 3.** Dada la función  $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + 3 & ; 0 \leq x < 1 \\ bx^2 + 4 & ; 1 \leq x \leq 3 \end{cases}$ . Determinar los

valores de  $a$  y  $b$  para que la función  $f$  satisfaga en su dominio las condiciones del teorema de Valor Medio. También determinar el(los) valor(es) de “ $c$ ” que satisfacen el teorema.