

## EXPLORAÇÕES GEOMÉTRICAS LÚDICAS COM POLIMINÓS

Jessica de Abreu Barbosa – Ana Maria Redolfi de Gandulfo  
jessica.xml@hotmail.com – gandulfo@uol.com.br  
Universidade de Brasília – UnB – Brasil

Tema: V.2 - Jogos y Estrategias en Matemática.

Modalidade: Póster (P).

Nível educativo: Formación y actualización docente.

Palavras-chave: geometria; poliminós; material didático.

### Resumo

*Os modelos pedagógicos têm importante papel no ensino-aprendizagem da geometria e oferecem possibilidades motivadoras na hora de experimentar. São importantes os recursos pedagógicos que visam à melhoria da qualidade de ensino mediante a abordagem de experiências lúdicas e motivadoras. Os poliminós são figuras planas formadas por agrupamentos de um número  $n$  de quadrados congruentes justapostos com ao menos um lado inteiramente comum. Na formação de figuras únicas prevalece a regra que se um poliminó pode ser obtido de outro mediante uma rotação ou uma reflexão, então as figuras, ambas, são consideradas iguais. Os poliminós são classificados segundo o número de quadrados que compõem cada figura: monominó (1), dominó (2),...,  $n$ -minó ( $n$  peças). Os poliminós são ferramentas lúdicas manipuláveis para a construção e exploração de conceitos e propriedades geométricas das figuras, tais como: polígonos, perímetro, área, simetria, congruência, semelhança, preenchimento do plano e do espaço, dissecção e equicomposição de figuras, além de sua importância no tratamento da interdisciplinaridade. As atividades com poliminós podem ser adaptadas aos diversos níveis de escolaridade, favorecem a compreensão dos conceitos, a aquisição de técnicas de percepção visual, promovem o trabalho coletivo e colaborativo, fortalecem a interdisciplinaridade e melhoram a qualidade de ensino.*

### Introdução

As novas tendências pedagógicas relacionadas à Educação Matemática propõem estratégias de ação que sirvam de auxílio ao ensino da geometria, sendo capazes de melhorar o processo de ensino-aprendizagem, assim como atuar no desenvolvimento de habilidades e de capacidades dos alunos.

Os modelos pedagógicos se demonstram muito importantes nesse processo. Oferecem múltiplas e variadas possibilidades motivadoras de experimentação, são utilizados na explicação dos fenômenos naturais, na verificação empírica dos conceitos e na resolução de problemas.

Na metodologia ativa, o processo de ensino fundamenta-se na atividade criativa do aluno, na sua atividade investigativa e nas suas descobertas; o professor é o orientador desse processo propondo estratégias de ação que impulsionem o desenvolvimento de capacidades e de habilidades na aprendizagem da geometria.

Nesse contexto, os recursos pedagógicos que buscam uma melhoria na qualidade de ensino através de experiências lúdicas e motivadoras se demonstram muito importantes, pois o uso de conhecimentos geométricos e de materiais didáticos manipuláveis possibilita a aquisição de ferramentas para desenvolver o raciocínio lógico, o estímulo ao pensamento independente, o exercício da criatividade, como também a capacidade de resolver problemas.

Os poliminós são ferramentas lúdicas e manipuláveis que podem ser usadas na construção e na exploração de conceitos e de propriedades geométricas de figuras. Sua abordagem na Geometria Plana é muito ampla, envolvendo aplicações em assuntos diversos, tais como: polígonos, suas classificações e propriedades, simetria, semelhança, recobrimento do plano, área e perímetro, preenchimento do plano e do espaço, dissecção e equicomposição de figuras, a realização de atividades, desafios e jogos matemáticos, além de exercer um papel de importância no tratamento da interdisciplinaridade.

### **Histórico**

O termo poliminó foi lançado pela primeira vez por Solomon W. Golomb, em 1953, no Clube de Matemática da Universidade de Harvard. Mas o primeiro problema com pentaminós foi publicado por Henry Ernest Dudeney, um dos maiores inventores de quebra-cabeças, em 1907, na sua obra *Canterbury Puzzles*.

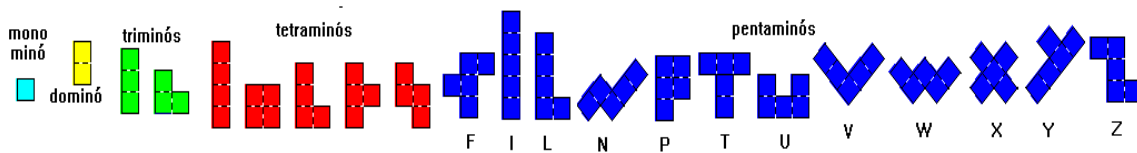
Durante os anos 1930 e 1940, uma extensa literatura sobre esse assunto, sob o título de “problemas de dissecção”, ao invés de “poliminós”, apareceu no *Fairy Chess Review*, uma revista britânica de quebra-cabeças.

Os poliminós foram divulgados a partir de 1957 pela coluna de Martin Gardner no *Jornal Scientific American*. Desde essa época diversos grupos de estudantes de ensino médio, de estudantes de ensino superior e de professores procuram palestras, artigos, como também participam de discussões sobre essa recreação matemática. Houve também a formação de grupos internacionais para a resolução dos problemas geométricos, impulsionando as pesquisas na área de análise combinatória.

### **Os poliminós**

Os poliminós são figuras planas formadas pelos agrupamentos de um número  $n$  de quadrados congruentes justapostos com pelo menos um lado comum. São classificados segundo o número de quadrados que compõem cada figura: monominó (1), dominó (2),

triminó (3), tetraminó (4), pentaminó (5), hexaminó (6),..., n-minó (formado por um número  $n$  de peças). Os pentaminós são associados com letras para identificação.



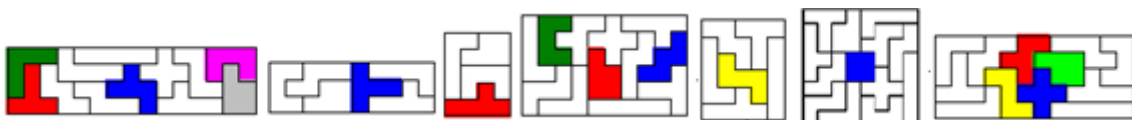
Os padrões encontrados em poliminós são na verdade exemplos de “geometria combinatória”, ramo da matemática que lida com as maneiras nas quais as formas geométricas podem ser combinadas.

Os poliminós que são imagem de outro mediante uma rotação ou uma reflexão são considerados figuras iguais.

### Polígonos: propriedades e construções

Um polígono pode ser definido como uma poligonal (segmentos não colineares e consecutivos que se sucedem) em que as seguintes três condições são satisfeitas: o primeiro vértice coincide com o último, os lados da poligonal se interceptam somente em suas extremidades, cada vértice é extremidade de dois lados e dois lados com mesma extremidade não pertencem a uma mesma reta.

O uso dos poliminós serve de grande auxílio ao se tratar de propriedades e construções de polígonos. Podem ser trabalhadas atividades de classificação dos poliminós como polígonos e também a construção de diferentes polígonos a partir de conjuntos determinados de poliminós, como nos seguintes exemplos:

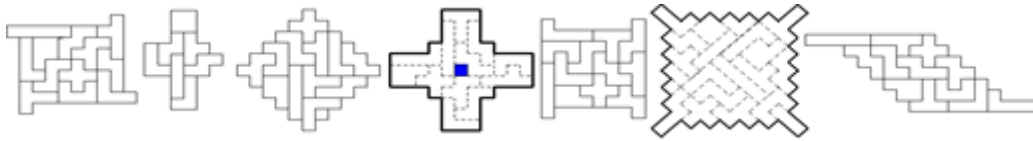


Também podem ser trabalhadas atividades de identificação e relação entre seus elementos, como lados, ângulos, vértices e diagonais, a classificação de polígonos em convexos e em não convexos, pelo número de lados, pelas propriedades em regulares e semirregulares, etc.

### Simetria

Atividades de simetria envolvendo o uso de poliminós podem ser desenvolvidas pretendendo-se encontrar o centro de simetria das figuras, a determinação dos eixos de simetria, se estes existem, entre outras aplicações. Por ser mais prático quanto

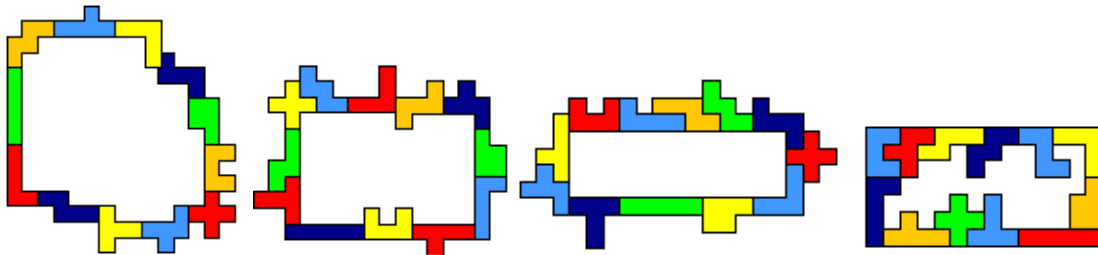
à manipulação e à variedade de aplicações, os pentaminós podem ser bem explorados nesse ramo da geometria.



### Perímetro e área

O comprimento do lado de cada quadrado dos poliminós é igual a uma unidade,  $1u$  e a superfície de cada quadrado dos poliminós mede uma unidade de área,  $1u^2$ .

O cálculo e a comparação dos perímetros dos pentaminós e das figuras construídas com eles podem ser trabalhados, como também a construção de todos os pentaminós ou combinações de poliminós (com ou sem restrição sobre a forma poligonal externa ou interna) e a determinação da área cercada e dos perímetros interno e/ou externo da cerca.

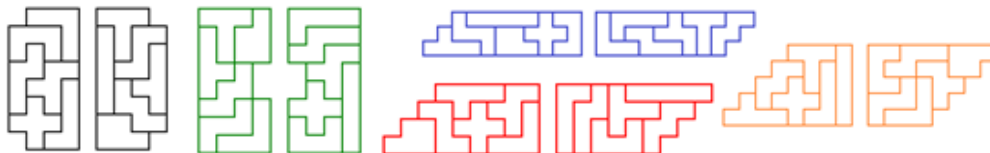


### Isometrias no plano

Determinação de todas as simetrias axial, central e de rotação dos poliminós e das figuras construídas com eles. Construção de figuras com simetrias determinadas.

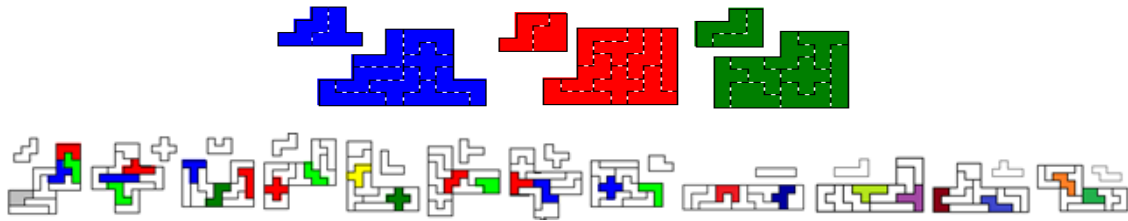
### Congruência

Separação dos pentaminós em conjuntos com o mesmo número de peças e construção de figuras congruentes com cada conjunto.



### Semelhança

Construção de figura semelhante a cada um dos pentaminós. Comparação das áreas das figuras semelhantes. Construção de regiões poligonais semelhantes com pentaminós.

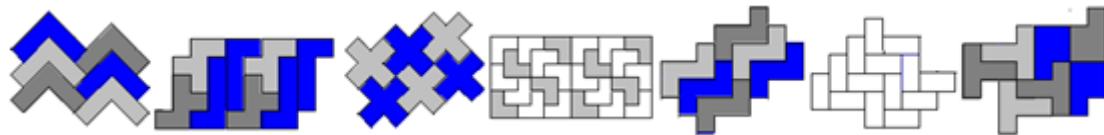


**Dissecção e equicomposição de polígonos**

Por definição, todos os poliminós do mesmo tipo são figuras equicompostas. Por exemplo, todos os pentaminós são figuras equicompostas por estarem construídos pelo mesmo número de quadrados congruentes.

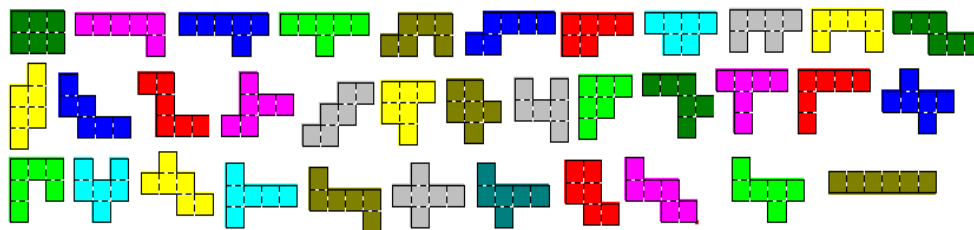
**Mosaicos**

Construção de pavimentações do plano ou mosaico com poliminós de diferentes tipos. Construção de mosaicos unicelulares com cada um dos pentaminós. Análise das simetrias axiais dos mosaicos.



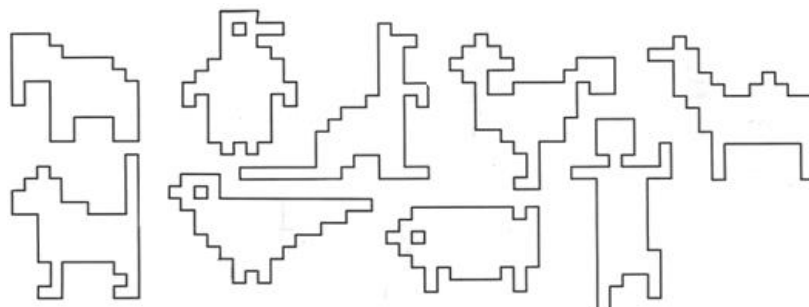
**Visualização espacial**

Construção de cubo com cada um dos hexaminós, quando for possível.

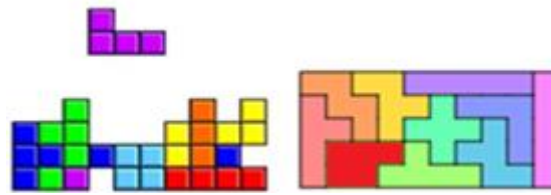


**Desafios**

Construção de diferentes figuras com pentaminós.



## Jogos matemáticos



Além do Tetris, existem diversos jogos de estratégia, jogados em tabuleiro e cujas peças são poliminós; por exemplo, “O Jogo dos Pentaminós”, jogo esse para duplas onde se dispõe de um tabuleiro 8x8 e cada jogador deve colocar um dos pentaminós tal que um dos seus vértices toque um dos vértices de outro pentaminó já colocado e que todos os seus quadrados estejam contidos no tabuleiro. Esse jogo tem diferentes versões, como segue: ganha (perde) quem (não) conseguir colocar o último (mais nenhum) pentaminó no tabuleiro.

### Considerações finais

Os poliminós são importantes ferramentas motivadoras para o ensino da matemática escolar. O uso dos poliminós como recurso pedagógico é muito amplo e vai além do que foi mostrado. As atividades envolvidas na aplicação desse recurso podem sofrer reformulação, simplificação ou uma complicação; a escolha entre essas três mudanças dependerá do nível de conhecimento no qual os alunos se encontram.

Procura-se, com a utilização desse tipo de recurso, concretizar alguns conceitos geométricos necessários à formação escolar, como também favorecer o desenvolvimento de raciocínio lógico, de pensamento estratégico, de criatividade dos alunos, despertando interesse por parte deles.

As atividades com poliminós podem ser adaptadas aos diversos níveis de escolaridade, favorecem a compreensão dos conceitos, a aquisição de técnicas de percepção visual, promovem o trabalho coletivo e colaborativo, transformam assim as aulas e as tornam mais atrativas, fortalecem a interdisciplinaridade e melhoram a qualidade de ensino.



# EXPLORAÇÕES GEOMÉTRICAS LÚDICAS COM POLIMINÓS

Gabriela Aparecida Parreira, Jessica de Abreu Barbosa, Ana Maria Redolfi de Gandulfo

e-mail: gabriela\_apar@yahoo.com.br, jessica.xml@hotmail.com, gandulfo@uol.com.br

## INTRODUÇÃO

Os modelos pedagógicos têm importante papel no ensino-aprendizagem da geometria, oferecem muitas possibilidades motivadoras na hora de experimentar, são utilizados na explicação dos fenômenos naturais, na verificação empírica dos conceitos e na resolução de problemas. "Modelos são aqueles materiais pedagógicos que servem diretamente para observar e precisar conceitos e aprofundar propriedades que, de outra forma, seriam difíceis de imaginar" (Alsina, 1998).

Na metodologia ativa o processo de ensino fundamenta-se na atividade criativa do aluno, na sua atividade investigativa e nas suas descobertas; o professor é o orientador desse processo propondo estratégias de ação que impulsionem o desenvolvimento de capacidades e habilidades no aprendizado da geometria.

Nesse contexto, são importantes os recursos pedagógicos que visam a melhoria da qualidade de ensino mediante a abordagem de experiências lúdicas e motivadoras. Os poliminós são ferramentas lúdico-manipuláveis para a construção e exploração de conceitos e propriedades geométricas das figuras, tais como: perímetro, área, simetria, semelhança, preenchimento do plano e do espaço, dissecação e equicomposição de figuras, além de sua importância no tratamento da interdisciplinaridade.

## HISTÓRICO

O primeiro problema com pentaminós foi publicado por Henry Ernest Dudeney, em 1907, na sua obra *Canterbury Puzzles*.

O termo poliminó foi lançado pela primeira vez por Solomon W. Golomb, em 1953, no Clube de Matemática da Universidade de Harvard. Os poliminós foram divulgados a partir de 1957 pela coluna de Martin Gardner no *Jornal Scientific America*. Grupos internacionais se formaram para a resolução dos problemas geométricos, impulsionando as pesquisas na área de análise combinatória.

## OS POLIMINÓS

Os poliminós são figuras planas formadas pelos agrupamentos de um número  $n$  de quadrados congruentes justapostos com pelo menos um lado comum. São classificados segundo o número de quadrados que compõem cada figura.



Os pentaminós são associados com letras para identificação.

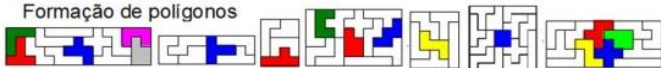


Os poliminós que são imagem de outro mediante uma rotação ou uma reflexão são considerados figuras iguais.

## ATIVIDADES GEOMÉTRICAS

**Polígonos.** Construção de polígonos com poliminós e determinação dos seus elementos: lados, vértices, diagonais. Classificação dos polígonos em convexos e não convexos, pelo número de lados, pelas suas propriedades em regulares, semiregulares, etc.

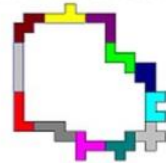
Formação de polígonos



Actas del VII CIBEM

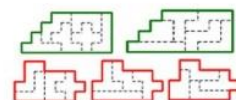
**Perímetro e área.** Cálculo e comparação dos perímetros dos pentaminós e das figuras construídas com eles.

Construção de cercas com todos os pentaminós ou com combinações de poliminós (com ou sem restrição sobre a forma poligonal externa ou interna) e determinação da área cercada e dos perímetros interno e/ou externo da cerca.

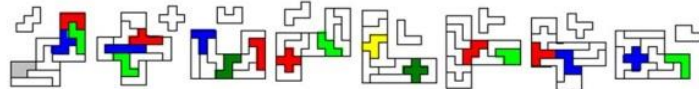


**Isometrias no plano.** Determinação de todas as simetrias axial, central e de rotação dos poliminós e das figuras construídas com eles. Construção de figuras com simetrias determinadas.

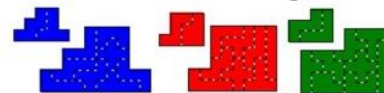
**Congruência.** Separação dos pentaminós em conjuntos com o mesmo número de peças e construção de figuras congruentes com cada conjunto.



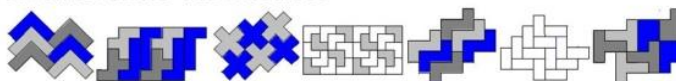
**Semelhança.** Construção de figura semelhante a cada um dos pentaminós. Comparação das áreas das figuras semelhantes.



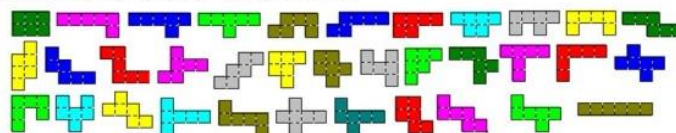
Construção de regiões poligonais semelhantes com pentaminós.



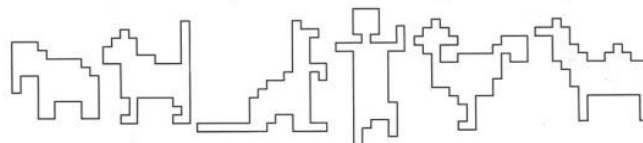
**Mosaicos.** Construção de pavimentações do plano ou mosaicos com poliminós de diferentes tipos. Construção de mosaicos unicelulares com cada um dos pentaminós. Análise das simetrias axiais dos mosaicos



**Visualização espacial.** Construção de cubo com cada um dos hexominós, quando for possível.



**Desafios.** Construção de diferentes figuras com pentaminós.



**Jogos matemáticos.** Existem diversos jogos de estratégia, jogados em tabuleiro e cujas peças são poliminós.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os poliminós são importantes ferramentas motivadoras para o ensino da matemática escolar. As atividades com poliminós podem ser adaptadas aos diversos níveis de escolaridade, favorecem a compreensão dos conceitos, a aquisição de técnicas de percepção visual, promovem o trabalho coletivo e colaborativo, transformam assim as aulas e as tornam mais atrativas, fortalecem a interdisciplinaridade e melhoram a qualidade de ensino.

## REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, V. L. M. C. de; GUIMARÃES, D. D. M.; BESERRA, V. de S. Pentaminós como uma ferramenta didática. Disponível em <<http://www.unesp.br/prograd/PDFNE2005/artigos/capitulo%2010/pentaminos.pdf>> Acesso em : 21 de abr. 2013
- GOLOMB, S.W. *Polyominoes*. Princeton: Princeton University Press, 1996.
- GEN, A. C.; SILVA, E.B.; SANTOS, M. B. dos; PORTANTO, S. Pentaminós, uma experiência enriquecedora. *Revista da Graduação*, vol. 2, nº 1, 2009.

### Referências bibliográficas

Alsina, C. et al. (1998). *Enseñar matemáticas*. Barcelona: Editora Grão.

Alsina, C., Burgu, C. e Fortuny, J. M. (1991). *Materiales para construir La Geometria*. Madrid: Síntesis.

Barbosa, J. L. M. (2006). *Geometria euclidiana plana*. Rio de Janeiro: SBM.

Cofré, A., Tapia, L. (2006). *Matemática recreativa en el aula*. México: Alfaomega.

Gerard's Universal Polyomino Solver.

<http://gp.home.xs4all.nl/PolyominoSolver/Polyomino.html> Consultado  
12/07/2013

Golomb, S.W. (1996). *Polyominoes*. Princeton: Princeton University Press.

Martin, G.E. (1996). *Polyominoes: a guide to puzzles and problems in tiling*. New York: MAA.

Recio, A.M. et al. (1989). *Una metodología activa y lúdica para la enseñanza de la geometria*. Madrid: Síntesis.