

## ¿POR QUÉ ENSEÑAMOS EL CONCEPTO DE LÍMITE DE LA MANERA EN QUE LO HACEMOS?

Verónica Molfino Vigo – Gabriela Buendía Ábalos

veromolfino@gmail.com – buendiag@hotmail.com

Instituto de Profesores ‘Artigas’, Consejo de Formación en Educación, Uruguay

Modalidad: Conferencia Regular

Nivel Educativo: Terciario - Universitario

Tema: IV.3 - Práctica Profesional del Profesorado de Matemática.

Palabras clave: Proceso social de institucionalización escolar, concepto de límite

### Resumen

*Al planificar un curso, muchas veces nos cuestionamos ¿cuál es la mejor manera de abordar determinado tema? Dado que somos miembros de una comunidad, la respuesta a esta pregunta está condicionada por prácticas de diferentes grupos de esa comunidad, vinculados de alguna manera con la enseñanza de la Matemática. Desde un punto de vista más general, en esta conferencia proponemos delinear herramientas que nos permitan responder ¿por qué se enseña un determinado tema, en la institución escolar, de la manera en que se hace?*

*Tomamos como fuente principal una investigación desarrollada en el marco de la socioepistemología, cuyo objetivo era responder en particular esa pregunta para el concepto de límite, en el contexto del sistema educativo uruguayo. La misma condujo a la consideración de todo un proceso, denominado proceso social de institucionalización, en particular del concepto de límite. Poniendo el foco de interés en las prácticas de los actores involucrados y a través del análisis del discurso matemático escolar, se logró desentrañar cómo influye el discurso de los diferentes grupos sobre el discurso de aula de cada profesor.*

### Introducción

Los profesores, en particular los de Matemática, vamos tomando en nuestra práctica cotidiana una serie de decisiones, algunas en forma explícita y otras no tanto. Lo hacemos a través de la formulación y respuesta de preguntas, algunas globales, que guían nuestro actuar a lo largo del año, como ¿qué es lo que espero de los estudiantes al finalizar el curso? Otras más detallistas, como ¿qué problema considero adecuado para introducir este contenido?, pasando también por preguntas que nos ayudan en la planificación, como ¿cómo voy a dar determinado contenido siendo coherente con lo exigido por Inspección y con mis propios objetivos para el curso?

Todas estas preguntas son respondidas por nosotros mismos, en ocasiones en forma individual, otras en forma colectiva en las salas docentes de las instituciones en las que trabajamos. Ahora, ¿cuánto hay de nosotros mismos en esas respuestas?, ¿qué otros actores están influyendo y cómo?, ¿cómo se va conformando la concepción que hoy

tenemos sobre la enseñanza de un determinado tema, tanto en forma individual de cada profesor como a nivel colectivo de la comunidad escolar? Programas, libros de texto, Inspección, profesores durante la formación docente y previa, intercambios con compañeros de estudio en la carrera y en el colectivo docente de cada institución de trabajo... son muchos los aspectos que conforman el discurso matemático escolar, lo que da forma a la manera en que en la actualidad se trabaja un determinado tema en un sistema educativo como el uruguayo. Proponemos en esta conferencia un análisis sobre cómo cada uno de ellos incide sobre los demás, y, en particular, sobre la respuesta a la pregunta inicial: ¿por qué enseñamos el concepto de límite de la manera en que lo hacemos?

### **Una explicación desde la perspectiva socioepistemológica**

Entendemos que las respuestas a estas preguntas están íntimamente vinculadas con el proceso a través del cual un determinado conocimiento matemático, constituido socialmente en ámbitos no escolares, se introduce en el sistema de enseñanza. Partimos del supuesto de que la estructura y funcionalidad del saber se modifican continuamente en el transcurso de tal introducción (Cantoral y Farfán, 2003), lo que se detecta al comparar el llamado saber sabio, acuñado por matemáticos en ámbitos científicos, con el saber escolar observable a través del discurso matemático escolar.

Concebimos a la Matemática como una actividad propia del ser humano en su interacción con la sociedad y en permanente construcción. Es por esto que para poder entender las razones e implicancias de la brecha existente entre el saber sabio y el saber escolar, consideramos necesario estudiar los fenómenos de producción, adquisición y difusión de los conocimientos matemáticos a través de las prácticas de cada uno de los actores involucrados en el proceso. En particular, consideramos a las *prácticas sociales* de cada uno de ellos, las que cumplen un rol normativo en la explicación del proceso de trasposición de dichos conocimientos matemáticos: permite explicar por qué los humanos, individual o grupalmente, actúan de la forma en que lo hacen (Covián, 2005; Cantoral, Farfán, Lezama y Martínez Sierra, 2006). Las prácticas sociales se constituyen así en el centro de la explicación de corte socioepistemológico de la trasposición del conocimiento matemático.

A partir del reconocimiento del hombre haciendo matemáticas en un escenario cultural e históricamente situado, buscamos analizar por qué enseñamos hoy a un determinado conocimiento de la manera como lo hacemos. Esa es la pregunta central que ha motivado la creación de todo un modelo teórico-metodológico (Molfino, 2010).

En particular, proponemos una explicación de por qué se enseña el concepto de límite de la forma en que se hace en el contexto educativo uruguayo a través del estudio de un proceso que denominamos *proceso social de institucionalización*, que permite que se reconozca que lo que el docente enseña en el aula alrededor de ese saber matemático es producto de tal proceso.

El modelo que proponemos permite describir la naturaleza social del proceso de institucionalización que sufre un conocimiento –tomando como ejemplo el concepto de límite-: qué actores intervienen y de qué manera, qué es lo que los hace actuar de la manera en que lo hacen y conduce a determinadas consecuencias en las decisiones sobre qué y cómo se enseña actualmente.

Se retoma el modelo epistemológico de prácticas propuesto por Montiel (2011) el cual articula prácticas sociales, prácticas de referencia y actividades para explicar la construcción del conocimiento matemático. Una actividad es explícita y se observa en los individuos y grupos humanos; el conjunto articulado de actividades intencionales que siguen un propósito específico se denomina práctica de referencia; finalmente, la práctica social se asume como la práctica normativa. En su conjunto dan una explicación acerca de por qué el humano hace lo que hace en escenarios y situaciones específicas.

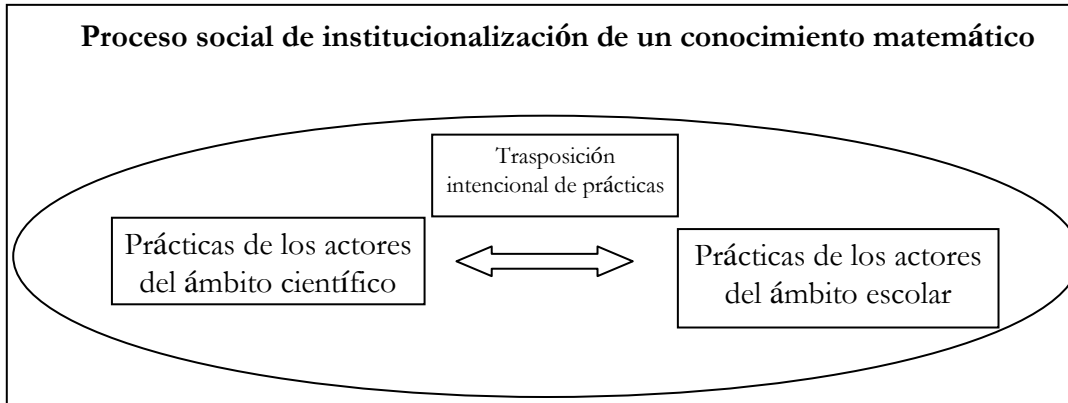
### **Instituciones y proceso social de institucionalización**

Según Berger y Luckmann (2001), las instituciones son entidades que posibilitan la conservación de saberes en las sociedades a través del tiempo, como formas organizadas que establecen roles a los participantes, en los cuales existen prescripciones (restricciones) y licencias. En este sentido, la institución Escuela que es la que consideramos en esta investigación, se presenta como la institución por excelencia.

Desde esta perspectiva fue que se planteó el proceso social de institucionalización del concepto de límite en Molino (2010) lo que implicó, por un lado, desentrañar cómo un saber matemático –el límite- se constituye como un saber validado, parte de un cuerpo ordenado de conocimientos social y culturalmente aceptados; para ello se analizaron las prácticas sociales inherentes a la evolución del concepto al seno de la comunidad científica matemática (*ámbito científico*). Por otro lado, se estudió y describió cómo esas prácticas que norman el actuar de los actores del ámbito científico son traspuestas según lo que viven los actores del sistema educativo (*ámbito escolar*), y cómo a su vez norman sus prácticas de referencia, específicas del paradigma en el que actúan. Las actividades concretas observables de los grupos o individuos involucrados son las que

permiten describir tales prácticas de referencia a través de las cuales se materializa la manera en que las prácticas sociales norman la construcción de conocimiento.

La propuesta para considerar un proceso social de institucionalización de un conocimiento matemático se resume en la siguiente figura:



Presentación del proceso social de institucionalización de un conocimiento matemático

### Ámbito científico: epistemología de prácticas

Dentro del ámbito científico, las *actividades* de medir, modelar, aproximar, calcular, buscar explicaciones de fenómenos específicos, elaborar conjeturas y justificarlas o refutarlas, enunciar definiciones y axiomas, se nuclean en las *prácticas de referencia* desarrolladas por un matemático o grupo de matemáticos en torno a un concepto, con el fin de dar respuesta sobre diversas temáticas, como el cálculo de perímetros, áreas y volúmenes o problemas de optimización, características también de cada etapa en el desarrollo histórico del concepto de límite.

Este análisis (presentado en profundidad en permitió reconocer que el concepto de límite surge como una herramienta que permite *formalizar, generalizar y difundir* resultados, prácticas sociales que promovieron el desarrollo de actividades matemáticas en cada etapa como el cálculo de áreas y volúmenes, la refutación o demostración rigurosa a través del método de exhaustión, el cálculo de máximos y mínimos en problemas que respondían a necesidades de cada etapa, el trabajo con métodos infinitesimales, la formalización del concepto de función, la confección de libros de texto y dictado de cursos, la extensión y generalización del concepto a nuevos contextos matemáticos, la formulación de conjeturas y demostración de teoremas, entre otros. Dichas prácticas también promovieron el tránsito entre una y otra etapa. Sin que necesariamente sean explícitas en cuanto a objetivos a cumplir por un matemático determinado, sí cumplieron un papel normativo en el quehacer de los diferentes grupos

sociales que participaron en la actual configuración del concepto. Es por este doble rol – generador de conocimientos y normativa del actuar humano- que proponemos considerarlas como prácticas sociales.

### **Ámbito escolar: análisis crítico del discurso**

Con el fin de analizar cómo las prácticas sociales de formalizar, generalizar y difundir norman el quehacer de los actores en el ámbito escolar, se decidió estudiar el discurso matemático escolar reflejado a través de algunas de sus actividades concretas: programas, libros de texto, entrevistas y cuestionarios a docentes. Según explican Cantoral et al. (2006), el discurso matemático escolar (dme) está conformado por los discursos relacionados con la difusión de un saber matemático. La estructura de dichos discursos no se reduce a la organización de los contenidos temáticos o programas, ni a su función declarativa en el aula a través del discurso del profesor, sino que implica el establecimiento de bases de comunicación para la formación de consensos y la construcción de significados compartidos.

Para su análisis optamos por el Análisis Crítico del Discurso (ACD), una herramienta metodológica utilizada en investigaciones donde el marco teórico implica entender al discurso como acción social (Van Dijk, 2001). El ACD es un tipo particular de investigación analítica sobre el discurso que estudia el modo en que el abuso del poder social, el dominio y las desigualdades son practicados, reproducidos y combatidos por los textos y el habla en el contexto social y político. Busca establecer nexos entre las propiedades de un texto y las estructuras y procesos sociales y culturales (Fairclough y Wodak, 2001). Sus ocho principios básicos fueron descritos en Molfino y Buendía (2011a), en donde se ejemplifican para el caso particular del análisis del proceso de institucionalización del concepto de límite.

### **El proceso social de institucionalización del límite**

Al entender el discurso matemático escolar alrededor del límite de funciones como acción social podemos entender cómo aquellas prácticas sociales *-formalización, generalización y difusión-* norman las prácticas de referencia de los actores del ámbito escolar. Ello dio lugar a la identificación de tres ‘momentos’ en este proceso social de institucionalización: diferentes fases que se pueden distinguir cuando queremos reinterpretar las prácticas sociales en la institución escuela.

Los mismos pueden describirse en función de los actores de la noósfera que participan con más protagonismo en cada uno y de los roles que dichos actores desempeñan:

**a) el tránsito del concepto “límite funcional” desde la comunidad científica hacia la escuela;**

En este momento los actores protagonistas son los miembros de organismos internacionales de educación, autoridades educativas uruguayas, inspectores de matemática, autores de libros de texto y de programas y comunidad de matemáticos internacional y específicamente uruguaya.

Como ejemplo señalamos que hemos constatado que los actuales libros de texto de Análisis o Cálculo están basados en los que nosotros denominamos ‘de antaño’ en cuanto a su estructura formal, y éstos a su vez son libros extranjeros, que imponen determinadas prácticas escolares que no fueron pensadas para la situación específica de Uruguay ni para la actualidad (Molfino y Buendía, 2011b). Los autores de libros de texto se constituyen pues en otro grupo de poder que influye sobre el tránsito del concepto de límite de la comunidad científica a la escolar. Sugieren a través de esos elementos discursivos una determinada ideología (influenciada a su vez fuertemente por la comunidad científica-matemática) acerca de cómo se debe enseñar la matemática, cuáles son los contenidos a tratar y cuál es la estructuración que se le debe dar a los mismos, fuertemente normada por la práctica social de formalización, ‘heredada’ del ámbito científico. También en los programas de Bachillerato se ve tal influencia en lo que hace a la estructuración tradicional del cálculo (límite como concepto medular para estructurar formalmente el resto de los conceptos tratados: continuidad, derivabilidad, asintoticidad, entre otros).

**b) las interacciones entre docentes y entre docentes y autoridades educativas;**

En este momento los protagonistas son las autoridades educativas nacionales y los docentes. Está conformado por los discursos de uno y otro grupo que se explicitan en reuniones de coordinación entre profesores y salas con Inspección.

A modo de ejemplo, en este momento es estudiada la relación de poder que las autoridades educativas entablan, a través de su discurso y de sus prácticas, con los docentes. Los inspectores de Matemática son quienes se encargan de difundir los programas y su implementación a través de reuniones con docentes. En estas reuniones se sugieren determinados lineamientos en cuanto al orden y jerarquía de los temas y sugerencias metodológicas. A su vez, estos mismos inspectores evalúan a los docentes durante el año lectivo a través de visitas puntuales (se observa una hora de clase y se analiza la ‘libreta del profesor’, libreta en la cual el docente debe llevar anotado el

desarrollo del curso y las evaluaciones de sus alumnos). El proceso de institucionalización del límite, fundamentándose en la versión oficial del mismo, toma vigencia en tanto poder de los inspectores, debido a que de su juicio dependen las oportunidades laborales que pueda tener el profesor en un futuro cercano.

*c) el desarrollo del concepto de límite en el aula.*

En este momento el grupo protagonista es el colectivo docente y el foco de análisis son sus prácticas de aula, entendidas como prácticas de referencia del ámbito escolar. Es a través de sus actividades, de las decisiones que toma, jerarquizando u omitiendo, que podemos detectar la influencia de las prácticas sociales del concepto de límite, formalización, generalización y difusión, sobre sus prácticas escolares.

Hay un aspecto en el discurso matemático escolar que complejiza el análisis para el caso uruguayo y que en este momento se hace aún más patente: el peso que la tradición oral respecto a cómo se trabaja un tema en clase. Recordemos que la formación docente en Uruguay se caracteriza por una fuerte componente de práctica docente, en donde los estudiantes, futuros docentes, asisten durante dos años enteros a las clases de nivel secundario de un profesor ya egresado, con más experiencia. Por otra parte, muchas veces hasta su formación específica de Matemática en el instituto de formación docente se ve cargada de esa tradición oral, ya que es bastante común que en lugar de utilizar libros de texto, se utilicen apuntes de los cursos para su preparación. Estos son algunos de los aspectos que se consideraron en el análisis de este momento, desde la perspectiva del ACD. También se analizaron las concepciones de los docentes sobre la enseñanza del concepto de límite, especialmente su reacción frente a los cambios programáticos propuestos en la reformulación 2006.

### **Consideraciones finales**

En suma, lo concluido respecto a las prácticas sociales que normaron la construcción del concepto de límite en el ámbito académico y el análisis de cómo ellas influyen en las prácticas del ámbito escolar nos ha permitido detectar y evidenciar tres momentos a través de los cuales se produce la institucionalización social del concepto de límite en el contexto educativo uruguayo. Y, con ello, aportar hacia la consideración de lo social en el conocimiento matemático.

Asimismo, el análisis del discurso desde la perspectiva del ACD ha permitido detectar algunos grupos de poder que influyen sobre el quehacer docente y describir de qué manera lo hacen: cómo el discurso escolar conformado por programas, libros de texto,

comunidad de matemáticos, inspectores, profesores, compañeros, padres, alumnos y sociedad en general norman las prácticas escolares de los docentes en torno al concepto de límite. La consideración de tales prácticas, bajo una visión socioepistemológica, forma parte de considerar la naturaleza social de la matemática, aportando más allá de explicaciones que no suelen considerar a la matemática misma.

### Referencias bibliográficas

- Berger, P. y Luckmann, T. (2001). *La construcción social de la realidad*. Buenos Aires: Amorrortu Editores
- Cantoral y Farfán (2003). Matemática Educativa: Una visión de su evolución. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 6(1), 27-40.
- Cantoral, R., Farfán, R., Lezama, J y Martínez Sierra, G. (2006). Socioepistemología y representación: algunos ejemplos. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa, Número especial*, p. 83-102.
- Covián, O. (2005). *El papel del conocimiento matemático en la construcción de la vivienda tradicional. El caso de la cultura maya*. Tesis de maestría no publicada, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. México.
- Fairclough, N. y Wodak, R. (2001). Capítulo 10. Análisis crítico del discurso. En T. Van Dijk (Comp.) *El discurso como interacción social. Estudios sobre el discurso II. Una integración multidisciplinaria*. Barcelona/Buenos Aires: Gedisa.
- Molfino, V. (2010) - *Procesos de institucionalización del concepto de límite: un análisis socioepistemológico*. Tesis de doctorado no publicada, Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del IPN. México.
- Molfino, V. y Buendía, G. (2011a). Análisis del Discurso como Acción Social: su rol en la construcción y difusión de conocimiento matemático. In G. Buendía (coord.) *Reflexión e Investigación en Matemática Educativa*. México DF: Lectorum.
- Molfino, V. y Buendía, G. (2011b). Análisis del discurso como acción social con relación al concepto de límite: un estudio de libros de texto. *Premisa*, 13, n. 51, 3-15.
- Montiel, G. (2011). *Construcción de conocimiento trigonométrico. Un estudio socioepistemológico*. México: Ediciones Díaz de Santos.
- Van Dijk, T. (comp.) (2001). *El discurso como interacción social. Una introducción multidisciplinaria*. Barcelona/Buenos Aires: Gedisa.