

MATEMATIZACIÓN DE FENÓMENOS: CONFIGURACIÓN, CONFECCIÓN Y OSTENTACIÓN DE PATRONES

Luis Mauricio Rodríguez-Salazar & Carmen Patricia Rosas-Colín

luismauriciors@gmail.com cprosasc2012ny@gmail.com

CIECAS-IPN, México. CINVESTAV-IPN, México.

Modalidad. Comunicación libre

Nivel. Medio (11 a 17 años)

Tema. VII.2 Papel de la Teoría en la Investigación en Educación Matemática

Palabras Clave. Patrones, Matematización, Experimentación, Imaginación.

Resumen

El objetivo del trabajo es mostrar nuestra caracterización del proceso cognitivo responsable del establecimiento de patrones en la matematización de un fenómeno de estudio, como una propuesta educativa en la que se promueve la estructuración matemática de los objetos de la realidad. El estudio fue llevado a cabo en un espacio educativo semi- escolarizado (Educación No-formal), en vinculación con The City College of New York. En él se planteó la estructuración matemática de conceptos científicos y de ingeniería como la torsión mecánica y la torsión geométrica, fomentando la configuración, confección y ostentación de patrones de regularidades. La base epistemológica de esta propuesta se orienta a la reflexión y toma de conciencia de las regularidades de las acciones del sujeto sobre el objeto que permiten la atribución de invariantes como propiedades atribuidas al objeto debido al efecto de las acciones ejercidas sobre él. Para ello se tomó el caso del diseño, construcción y rediseño de un artefacto denominado “wind-up”, un artefacto de cuerda hecho con materiales de uso cotidiano, con el fin de mostrar la estructuración de su mecanismo, pasando de una explicación por sentido común acerca de cómo funciona, a una explicación formalizable de sus principios de funcionamiento.

Introducción

Existe gran diversidad de posturas y opiniones sobre lo que puede entenderse por Matemáticas¹. No hay consenso en su definición, en las ramas de conocimiento y subdivisiones que derivan de ella, ni tampoco si hay un tipo de pensamiento común o específico a estas (Nickerson, 2011). A nuestro juicio, esto hace relevante que todo estudio en Matemática Educativa señale explícitamente su conceptualización de

¹ Emplearemos Matemática con mayúscula para referirnos a ese campo del saber.

Matemáticas. Con base en varios autores (Paulos, 1995; Whitehead, 1956; Lakoff & Núñez, 2000 citados por Nickerson, 2011, p.1-3), señalamos que la discusión sobre la conceptualización de la Matemática para aquellos interesados en caracterizar el pensamiento matemático, gira en torno a convencer que la Matemática no es primordialmente cuestión de transformar números en fórmulas y desarrollar grandes cálculos, sino una forma de pensar y cuestionar que para la mayoría de nosotros no es familiar, pero que está al alcance de todos.

El problema radica en que para la mayoría de los estudiantes la Matemática es un conjunto de reglas rígidas, algunas de las cuales se deben aprender antes de las evaluaciones escolares y que después se podrán olvidar (Polya, 1954 citado por Nickerson, 2011, p.1). Esta visión de la Matemática al parecer predomina cuando se promueve como un algo completamente ajeno al ser humano², como algo que no surge de manera natural en él y que forma parte de la actividad humana. De ahí que muchos estudiantes, sin saberlo, dice Nickerson (2011), estén de acuerdo con la definición que da Bertrand Russell: “la Matemática es esa materia de la que nunca se sabe de qué están hablando, ni tampoco se sabe si lo que se dice es verdad” (p. 3).

Del panorama anterior, Nickerson se pregunta, al igual que muchos autores desde hace tiempo lo han hecho –entre ellos Piaget (1953/1982; 1967/1992; 1969/1984; 1974)-, si las verdades matemáticas existen independientemente de las mentes que las descubren o si son invenciones humanas, y si la segunda opción es cierta, cómo es que la mente humana las descubre o inventa. Las respuestas han sido muchas y motivaron el estudio de lo que se ha venido denominando pensamiento o razonamiento matemático³. En este sentido, Nickerson (2011) postula que hay ciertas conceptualizaciones sobre la Matemática que ayudan más que otras a hablar de un tipo de pensamiento matemático que puede ser caracterizado y promovido a través de la educación: 1) La Matemática entendida como el estudio de patrones; 2) la Matemática como solución de problemas; 3) la Matemática como elaboración de conjeturas; y 4) la Matemática como elaboración de pruebas.

² El *Topos Uranus* de Platón.

³ En este trabajo usaremos indistintamente los términos pensamiento matemático y razonamiento matemático para referirnos a lo mismo.

El presente trabajo, si bien maneja aspectos de las cuatro ideas anteriores, da primacía a la perspectiva que promueve el primer grupo, es decir, la Matemática entendida como el estudio de patrones. La mayoría de los estudios concluyen rápidamente que si se toma la Matemática como la ciencia que estudia patrones, el reto educativo entonces es formar generaciones que tengan la habilidad de explorar, identificar, reproducir, comparar y en general representar patrones. En el presente artículo se acepta esta idea anterior, sin embargo, se plantea la imperiosa necesidad de la toma de postura epistemológica explícita para abordar el problema bajo dos inquietudes interrelacionadas: el problema ontológico de si los patrones “están ahí”, es decir, si están dados por la naturaleza o si son inventados por el sujeto. El problema epistemológico en el primer caso es cómo y con qué se descubren los patrones, mientras que el problema epistemológico en el segundo caso es cómo y con qué los inventa el sujeto.

El pensamiento matemático como capacidad para reconocer patrones: estudios psicológicos en marcos educativos.

Dada la naturaleza de la Matemática Educativa, ésta se ha nutrido de académicos y marcos teóricos de otras disciplinas, como lo señalan Gutiérrez y Botero (2006). Los estudios cognitivos del aprendizaje de las matemáticas, dicen, para fundamentar sus planeamientos, principalmente toman propuestas teóricas y metodológicas provenientes de la psicología general, la psicología cognitiva, la psicología del desarrollo, y en menor medida de la sociología y la filosofía de la ciencia. De hecho, una de las comunidades de investigadores más relevante para la Educación Matemática está conformada en buena parte por psicólogos. Nos referimos al *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, mejor conocido como Grupo PME.

Para el Grupo PME, durante sus treinta años de existencia, los estudios cognitivos del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas conforman una de las tendencias de investigación más relevantes en la Educación Matemática. Una de las líneas de dicha tendencia se ha centrado en la cognición relacionada con conceptos específicos de las matemáticas, como el álgebra, la geometría, la medición y números. Mientras que la otra línea de investigación, que es a la que puede suscribirse este trabajo doctoral, la proponen como estudios en áreas transversales, es decir, no se centran en conceptos matemáticos específicos, sino que estudian el desarrollo de las nociones matemáticas en

los niños, el pensamiento matemático (general y avanzado), el razonamiento deductivo, la visualización, la intuición matemática, entre otros. Dicho en otros términos, se enfocan en caracterizar un tipo de pensamiento que permea toda la actividad matemática (Gutiérrez & Boero, 2006; Hershkowitz & Breen, 2006).

Además del Grupo PME, muchos otros psicólogos investigadores se han dedicado al estudio del pensamiento matemático, buscando contribuir directa e indirectamente al mejoramiento de la Educación Matemática. Estos estudios parten de desarrollos teóricos propios de la psicología cognitiva, la cual destaca el papel de los procesos psicológicos básicos, particularmente la atención, la percepción, la memoria y la inteligencia que se presumen involucrados en la intuición y razonamiento matemáticos. Por motivos de espacio, presentaremos brevemente sólo algunas de estas posturas, iniciando con la de Burton (1984), quien afirma que el pensamiento matemático no se refiere a pensar en matemáticas, sino que refiere un estilo de pensamiento que es función de operaciones particulares, procesos y dinámicas matemáticas. Considerando esta perspectiva, Burton (1984) señala que todo estudio enfocado en este tema debe atender a tres cuestionamientos: Qué es pensamiento matemático, qué tiene que ver con los contenidos matemáticos, y si es posible enseñarlo.

Esta visión que da Burton como sugerencia para abordar el problema nos ha permitido orientar el objetivo y cauce de nuestra investigación hacia esos tres cuestionamientos, solo que abordados desde nuestra propuesta, lo cual quedará señalado explícitamente al final del presente artículo. En un trabajo posterior, Burton en co-autoría con Mason y Stacey, deja de referirse a “pensamiento matemático” y opta por referirlo como “pensar matemáticamente”, tal vez para evitar el malentendido que existe respecto al término que mencionamos en líneas anteriores y dar a entender desde el principio que se trata de un proceso. De esta manera, definen “pensar matemáticamente” como un proceso de cuestionamiento sobre las cosas, que tiene que ver con los procesos matemáticos y no con conceptos matemáticos ni con alguna rama particular de la Matemática (Mason, Burton & Stacey, 1985). Consideran que el pensar matemático involucra tanto aspectos físicos, como emocionales e intelectuales y que el establecimiento de patrones es una característica importante de esa forma de pensar.

Una postura más reciente planteada por Kinard (2000), señala que el pensamiento matemático es la síntesis y utilización de las operaciones mentales que derivan en *insights* relativos a patrones y relaciones. La estructuración y manipulación creativa de patrones y relaciones para cada situación de examinación, análisis, introspección y monitoreo de estructuras, operaciones y procesos propios de la Matemática moderna, es posible gracias al desarrollo y dinamismo del pensamiento matemático. Otra postura es la de Mulligan y Mitchelmore (2009), quienes plantean que el pensamiento matemático es lo que permite la abstracción de patrones, los cuales son la base para el conocimiento estructurado propio de la Matemática y de las demás ciencias. Por tanto, dicen estos autores, el desarrollo de este tipo de pensamiento debe ser la principal meta de la educación matemática. En cambio, para Olson, Regis & Papick (2007), el pensamiento matemático es un tipo de pensamiento creativo normado por ciertas reglas de formalización; es un hábito de la mente que permite cierto lenguaje simbólico para describir y comprender, a partir de cierta colección de datos, estructuras fundamentales llamadas patrones, así como sus propiedades y relaciones.

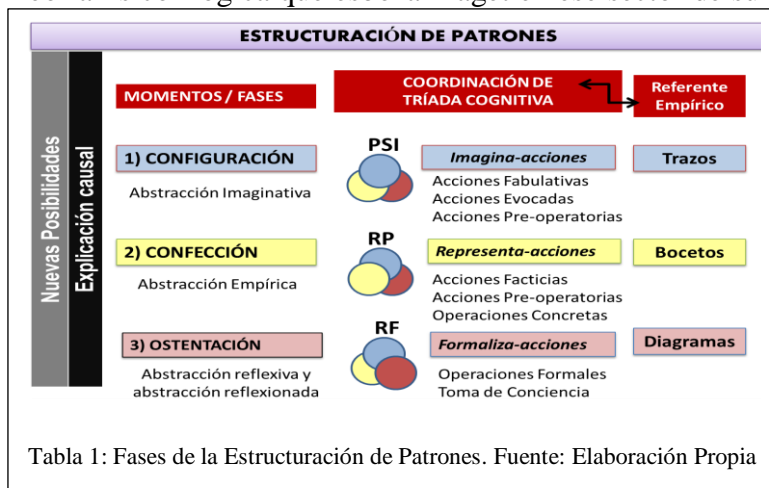
Finalmente, nos referiremos a Devlin (2012), quien afirma que el pensamiento matemático es más que ser capaces de hacer aritmética y de resolver problemas algebraicos: es toda una forma de mirar las cosas, planteándolas en términos numéricos, estructurales o lógicos. Significa ser capaces de analizar los patrones subyacentes a partir de un proceso cognitivo poderoso que el ser humano ha venido desarrollando desde hace miles de años. Echando mano de una analogía, Devlin explica que el pensamiento matemático es como hacer arquitectura, es decir, se necesitan de aquellas habilidades para construir una casa: se requiere diseñarla, edificarla y finalmente darle buenos acabados. Más que analogía parece una alegoría, que nosotros proponemos, desde la epistemología de la imaginación, como la confección, configuración y ostentación de patrones.

Bases Teóricas de la Propuesta de Configuración, Confección y Ostentación de Patrones para la Estructuración Matemática de Fenómenos

El presente artículo, como propuesta post-piagetiana, retoma el sentido epistemológico experimental piagetiano y lo direcciona, no ya a las nociones científicas infantiles como

lo hizo Piaget, sino al estudio de las concepciones científicas⁴ de los adolescentes, que en este trabajo, en términos teóricos lo denominamos “sujeto cognoscente pre-epistémico” y en términos pragmáticos “experimentador novato”. Bajo esta perspectiva, volvimos a la revisión integral de la propuesta epistemológica piagetiana, la cual nos llevó a detectar una brecha entre el origen del desarrollo cognitivo del sujeto cognoscente que propuso Piaget en su Psicogénesis, y el desarrollo del sujeto epistémico implícito en su Epistemología Genética.

A nuestro juicio, es necesario matizar el desarrollo de las estructuras cognitivas a partir de los 15 años de edad y hasta lo que se puede considerar un adulto científico, que fue el lapso que nos parece inconcluso en la propuesta de Piaget. Así, nos dimos cuenta que la Teoría Psico-Lógica que esboza Piaget en ese sector de su obra, es el puente que une su



teoría psicogenética y su epistemología genética. Con base en lo anterior, proponemos que el proceso de estructuración de patrones tiene tres momentos: configuración, confección y ostentación del fenómeno. La Tabla 1

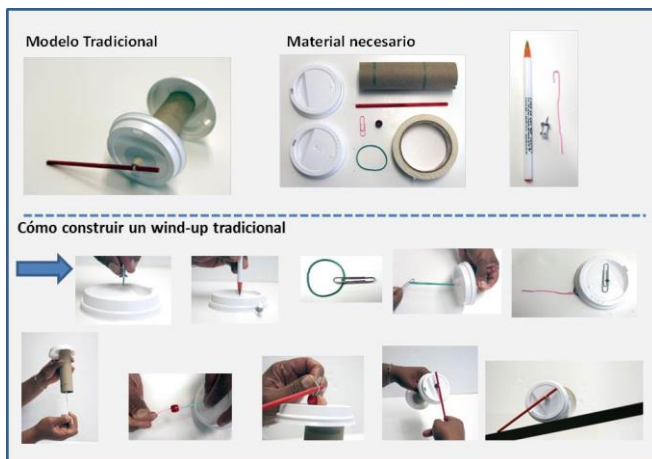
muestra los momentos del proceso de estructuración de patrones del cual partimos para plantear el windup como referente empírico.

El “wind-up”: de material didáctico a instrumento para la experimentación epistemológica

En el contexto del *41st Annual Meeting of The Jean Piaget Society: Cultural Supports for Mathematical and Scientific Reasoning*, llevada a cabo en junio de 2011, asistimos con el interés de darnos a la búsqueda de ideas de tareas diseñadas e implementadas bajo marcos piagetianos que pudieran aportarnos algún referente empírico de utilidad para nuestros propósitos. Orientados con tal interés, contactamos con un grupo de

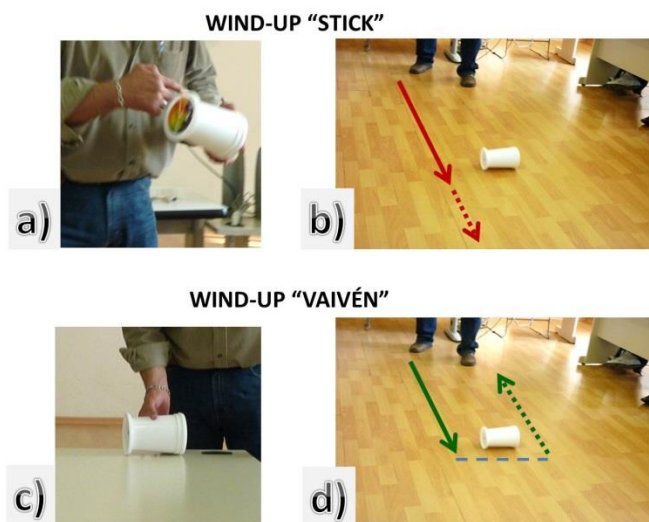
⁴ Se trata de un término piagetiano para diferenciar entre concepción y conceptualismo de los sujetos (Piaget, 1976/1985), como se explicará más adelante.

ingenieros, educadores de la ciencia y docentes de escuela elemental que unían esfuerzos en el marco del proyecto *Physical Science Comes Alive!* dirigido por Gary Benenson del *Department of Mechanical Engineering* del *City College of New York*. De esta manera, proporcionan procedimientos y materiales didácticos diversos que implican el diseño, construcción, rediseño y reconstrucción de prototipos, que ayudan al estudiante a comprender su funcionamiento.



En su origen y desarrollo, el “*wind-up*” fue conceptualizado por The City College of New York como material didáctico a nivel educación elemental, utilizado por ellos para la enseñanza de conceptos como energía y movimiento en relación somera con aspectos matemáticos, tales

como unidades de medida y geometría, mientras que nuestro interés fue dar un marco teórico epistemológico al “*wind-up*”. Por lo tanto, la intención de usarlo fue determinar, en primera instancia, si era un dispositivo que causaría interés a los adolescentes y adultos jóvenes, así como ver las posibilidades de extraer datos epistemológicos que nos interesaban. En segunda instancia, sus aspectos matemáticos.



Para nosotros en cambio, es un dispositivo que utilizamos en nuestro estudio, en el que los modelos de *wind-up stick* y *wind-up vaivén* que se muestran en la figura 1, responden tanto a su mecanismo interno como a su comportamiento. Fue con este dispositivo, con el que se llevaron a cabo los estudios acerca de

los procesos de estructuración de patrones. Los pasos llevados a cabo en la estructuración de patrones, fueron ostentados como trazos, bocetos y diagramas, que se

desarrollan a partir de la confección, configuración y ostentación de los procesos cognitivos.

Referencias

- Burton, L. (1984). Mathematical Thinking: The Struggle for Meaning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15 (1), 35-49.
- Devlin, K. (1994). *Mathematics. The Science of Patterns*. New York: Scientific American Library.
- Gutiérrez, A. & Boero, P. (2006). Introduction. In A. Gutiérrez & P. Boero (eds.). *Handbook of Re-search on the Psychology of Mathematics Education. Past, Present and Future. PME 1976-2006*. Róterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Hershkowitz, R. & Breen, Ch. (2006). Presentation. In A. Gutiérrez & P. Boero (eds.). *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education. Past, Present and Future. PME 1976-2006*. Róterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Kinard, J. T. (2000). *Creating Rigorous Mathematical Thinking: A dynamic that drives mathematics and science conceptual development*. Conference Paper. Recuperado el 11 de diciembre de 2012 de <http://www.umanitoba.ca/unevoc/conference/papers/kinard.pdf>
- Mason, J., Burton, L. & Stacey, K. (1985). *Thinking Mathematically*. England: Pearson Education Limited.
- Mulligan, J. & Mitchelmore, M. (2009). Awareness of Pattern and Structure in Early Mathematical Development. *Mathematics Education Research Journal*, 21 (2), 33-49.
- Nickerson, R. S. (2011). *Mathematical Reasoning. Patterns, Problems, Conjeturs and Proofs*. New York, USA: Psychology Press.
- Olson, T. A., Regis, T. P. & Papick, I. J. (2007). Some Perspectives on Patterns in Middle School Mathematics Curricula. *Math Forum, Greece Proceedings*. Recuperado el 11 de diciembre de 2012 de <http://mathforum.org/regis/GreeceProceedings.pdf>
- Piaget, J. (1969/1984). *Psicología y Pedagogía*. España: SARPE Económica.
- Piaget, J. (1953/1993). *Estudios sobre lógica y psicología*. Madrid, España: Alianza Editorial.
- Piaget, J. (1967/1999). *La Psicología de la Inteligencia*. Barcelona, España: Crítica.
- Piaget, J. (1974/1985). *La Toma de Conciencia*. (3ª ed.). Madrid, España: Morata.
- Piaget, J. (1979). Lógica. En J. Piaget (ed.). *Tratado de Lógica y Conocimiento Científico*. Vol. VII. Buenos Aires, Argentina: Paidós.