

## UMA INCURSÃO NA HISTÓRIA DA EVOLUÇÃO DO PENSAMENTO ESTOCÁSTICO PARA EVIDENCIAR DIFICULDADES EPISTEMOLÓGICAS

Ana Lucia Nogueira Junqueira  
anajunqueira@gmail.com

Universidade Bandeirante do Brasil-UNIBAN - Brasil

Tema: 15

Modalidade: CB

Nível educativo: 5

Palavras chave: pensamento estocástico, história, dificuldades epistemológicas.

### Resumo

*O artigo visa mostrar que voltar o olhar para a história e evolução das ideias envolvendo o acaso, a incerteza, a aleatoriedade e imprevisibilidade, evidencia os caminhos tortuosos de desenvolvimento do pensamento estocástico, como também explicita algumas dificuldades, que se refletem até hoje, na compreensão de processos não determinísticos. Nessa direção, trata-se de um recorte da pesquisa de doutorado, desenvolvida com professores de matemática da rede estadual de ensino, participantes do Programa Observatório da Educação da UNIBAN, em convênio com a CAPES/MEC e parceria com a Secretaria de Estado da Educação de São Paulo. Na revisão de literatura, busquei com certa avidez livros e pesquisas que pudessem tanto subsidiar a fundamentação teórica, como auxiliar na compreensão das dificuldades epistemológicas que surgiram. O artigo traz uma síntese de pontos de vista encontrados em livros de autores que, embora pesquisadores, ficam um pouco 'outliers' das referências comumente encontradas, destacando iniciativas preponderantes para o surgimento da Estatística e da Probabilidade ao longo da evolução do conhecimento científico. Sinaliza alguns conflitos apresentados pelos professores, relativos ao ensino de Probabilidades, que puderam ser mais bem compreendidos à luz desse percurso e conclui que alguns aspectos da evolução do conhecimento são fundamentais na formação de educadores matemáticos.*

### Introdução

A formação em Matemática, a experiência de muitos anos como professora universitária e a vivência com formação de professores na modalidade presencial e a distância, não me impediram de ter a sensação de não dominar bem o campo que trata do pensamento estocástico, a exemplo do que relata o matemático Steven Strogatz no início do artigo sobre probabilidades em seu livro *A Matemática do dia a dia: transforme o medo de números em ações eficazes para a sua vida*:

Você já teve aquele sonho no qual de repente percebe que tem de fazer a prova final em algum curso que nunca frequentou? Para os professores, acontece o contrário: sonham que estão ensinando uma matéria sobre a qual nada sabem. Acontece comigo sempre que ensino probabilidades. O assunto não faz parte da minha formação, portanto, ter de ensiná-la é hoje divertido e assustador, como um castelo mal-assombrado dos parques de diversão. (Strogatz, 2013, p. 137)

Essa constatação metaforicamente aí refletida reforçou a impressão de que não eram em vão minhas inquietações acerca do tema. Assim e não por acaso, a pesquisa de doutorado aborda um recorte dessa temática desenvolvida num curso de formação para professores de matemática, participantes do Programa Observatório da Educação da UNIBAN, em convênio com a CAPES/MEC e parceria com a Secretaria de Estado da Educação de São Paulo. Na revisão de literatura, busquei com certa avidez livros, artigos e pesquisas que pudessem tanto subsidiar a fundamentação teórica como me confortar em relação às inquietações que motivaram a pesquisa, que apresento a seguir.

A inserção de conceitos de Estatística e Probabilidade na Educação Básica (Ensino Fundamental e Médio) sugerida pelos Parâmetros Curriculares Nacionais e currículos oficiais tem provocado discussões e gerado dúvidas em professores e formadores sobre a abordagem a ser dada a esse conteúdo nos diferentes níveis de escolaridade. Além disso, nas escolas o professor de Matemática costuma trabalhar o ensino de probabilidade, em geral, associado à fórmulas, situações conhecidas e repetidas, definições sem justificativa plausível, o que provoca desinteresse por não dar sentido ao aluno. Por exemplo, o enfoque combinatório dado ao conceito de probabilidade exerce um forte peso quando da abordagem da teoria das probabilidades no contexto escolar. Ao tratar dessa maneira esse conteúdo, de acordo com Azcárate (1996), não se estaria possibilitando perceber seu caráter estocástico, deixando de considerar as percepções aleatórias trazidas pelo azar. Vale ainda ressaltar que podem levar à equívocos (*misconceptions*) sobre o conceito de probabilidade, como os levantados em algumas pesquisas da área. Por exemplo, Shaughnessy (1977), aponta a inexperiência dos alunos com a expressão combinatória e com leis da probabilidade além de que “há evidências consideráveis que sugerem que os equívocos sobre probabilidade são, por vezes, de um tipo psicológico, e que a mera exposição às leis da probabilidade pode não ser suficiente para superar alguns equívocos de probabilidade” (p. 295) [tradução nossa].

Pensar estocasticamente é ter condições de desenvolver a capacidade de reconhecer a existência da imprevisibilidade, variabilidade e de interpretar informações; é pensar em situações envolvendo o acaso, a incerteza e aleatoriedade e ter condições de estabelecer padrões estocásticos, aqueles que têm origem em processos não determinísticos, desencadeados por eventos aleatórios. Entretanto, a questão da certeza e da verdade absoluta, há tempos atribuída à ciência, ainda se perpetua na escola, o que contribui para reforçar a visão determinista de mundo, provocando um déficit conceitual na formação

das pessoas em relação à compreensão das incertezas e suas possibilidades de tratamento matemático. Além disso, entendemos que as metas esperadas com o ensino de probabilidade e estatística na Educação Básica devem ser esperadas também dos professores que irão ensiná-los. Aos cursos de formação cabe a reponsabilidade de preparar bem os futuros professores para lidar com o ensino desse conteúdo

Apresentamos a visão de autores pesquisadores destacando iniciativas preponderantes para o surgimento da Estatística e da Probabilidade no percurso histórico da evolução do conhecimento científico. A intenção é olhar como eram vistos o acaso e a aleatoriedade, a incerteza e a tomada de decisão, as principais motivações dos pensadores em cada época e os principais empecilhos, resistências ou dificuldades epistêmicas, objetivando evidenciar que algumas incompreensões detectadas ainda se refletem até hoje em determinados níveis do conhecimento.

Não é novidade que a Estatística e Probabilidade são muito presentes na atualidade, notadamente após o avanço das tecnologias, do crescimento da internet, e-commerce, redes sociais, enfim, da própria cultura digital como um todo. A Estatística como ciência, utiliza-se das terias probabilísticas para explicar a frequência da ocorrência de eventos, tanto em estudos observacionais quanto em experimentos que modelam a aleatoriedade e a incerteza de forma a estimar ou possibilitar a previsão de fenômenos futuros, conforme o caso. Durante o século XX, a criação de instrumentos precisos para a agronomia, epidemiologia bioestatística, controle de qualidade industrial, análises de dados econômicos e sociais (econometria), como taxas de desemprego, censos populacionais, entre outros, demandaram avanços substanciais nas práticas estatísticas. Embora possa parecer que a Estatística está associada ao crescimento e ao avanço tecnológico, seu uso é reconhecido há milhares de anos.

### **Uma incursão pela história**

A utilização da Estatística como suporte para a tomada de decisões se fez presente desde o mundo antigo. Há indícios de que, por volta de 3000 a. C., já se faziam censos na Babilônia, China e Egito. Há registros de censo realizado no tempo de Moisés, cerca de 1700 a. C. e de recenseamentos anuais realizados pelos egípcios, no século XVI a. C.; os romanos e os gregos realizaram censos entre os séculos VIII e IV a. C. À época, estas informações eram utilizadas para a taxação de impostos ou para o alistamento militar, mas no Egito o censo era utilizado também para redistribuir a terra depois das enchentes

do Nilo. Entretanto, não se costumava fazer nenhuma outra análise dos dados coletados, que eram muito básicos e nem sempre confiáveis. Na Idade Média, houve diversos recenseamentos: na Península Ibérica durante o domínio muçulmano (séculos VII ao XV); no continente Americano, os Incas usavam um engenhoso sistema de cordas com nós, os *quipus*, para registro numérico de dados e informações da população.

Na Europa, um censo merece destaque, por ser o maior registro estatístico feito na época, na Inglaterra, por ordem de Guilherme, o Conquistador. De acordo com Rooney (2012), em 1066, Guilherme (ou Willian da Normandia) fez uma auditoria completa nos territórios da Bretanha conquistados pelos normandos. Segundo a autora, esses registros constam do *Domesday Book* e até hoje proporcionam valioso material de dados estatísticos sobre o século XI. Depois disso, por cerca de meio século, parece não ter havido interesse em promover censos, ao contrário, alguns acreditavam ser um sacrilégio, reportando-se à Bíblia sobre a peste que assolou a população quando o Rei Davi tentou promover um censo. Mlodinow (2009) relata que Guilherme iniciou seu governo aos 7 anos, em 1035, sucedendo o pai como duque da Normandia; invadiu a Inglaterra em 1066 e se deu de presente ser coroado. Entretanto a vitória suscitou nele a seguinte questão: quem exatamente tinha conquistado e como deveria cobrar os impostos de seus súditos? Enviou dois grupos: um para fazer o censo e outro para assegurar os cálculos. Como a tributação não se baseava na população, mas na terra e seu uso, os inspetores fizeram não só um extenso levantamento de cada animal existente na propriedade, como também dos dados sobre as pessoas que cuidavam dos animais e limpavam seus excrementos. Um levantamento de dados populacionais já teria sido relevante, mas em tempos medievais uma pesquisa sobre os dados mais vitais dos seres humanos (expectativa de vida e doenças) era inconsistente para os cristãos, pois não seria correto especular sobre o fim da vida e um sacrilégio buscar leis que a governam. Afinal, a causa da morte de uma pessoa era tida sempre pela vontade divina. Ao longo dos séculos foi se modificando essa visão fatalista, dando espaço para uma visão oposta, segundo a qual, estudando as regularidades da natureza e da sociedade, “não estaremos desafiando Deus, mas aprendendo sobre seus desígnios” (Mlodinow, 2009, p. 159).

Um grande passo nesse sentido foi dado no século XVI, quando o lorde-prefeito de Londres iniciou registros de listas de mortalidade para contabilizar os batismos e enterros nas paróquias. Compilado esporadicamente por décadas, em 1603, com o aumento de mortalidade por causa da peste, instituiu-se o registro semanal. Alguns

teóricos do Continente desprezaram estas listas, mas não um lojista inglês, John Graunt – para ele os registros contavam uma história interessante. Segundo Mlodinow (2009, p.160), Graunt e seu amigo William Petty foram considerados os fundadores da Estatística, área vista na época como pouco nobre para os matemáticos puros, uma vez que tinha seu foco em questões práticas e mundanas. Ainda segundo este autor, Graunt por ser comerciante é um ‘fundador adequado’, diferente de outros que desenvolveram probabilidades, considerados ‘amadores’, como o médico Cardano, o jurista Fermat, o clérigo Bayes. Mais que as conclusões, a grande contribuição de Graunt foi a percepção de que as estatísticas poderiam prover noções sobre o sistema do qual foram colhidas. Já o trabalho de Petty é por vezes considerado o prenúncio da economia clássica. Petty acreditava que a força do Estado depende e reflete o número e o caráter de seus habitantes e, para tal, utilizou o raciocínio estatístico para analisar as questões nacionais, que eram feitas do ponto de vista do soberano, tratando os membros da sociedade como meros objetos que poderiam ser manipulados conforme a vontade. Em 1662, Graunt publicou suas análises no livro *Observações naturais e políticas sobre as listas de mortalidade*, sendo muito aclamado e concorrendo à eleição para a *Royal Society*. Considera-se que Graunt publicou a primeira “tábua de vida” (Anexo A), uma organização sistemática de dados sobre a expectativa de vida, atualmente muito empregada por organizações, de companhias de seguro à Organização Mundial da Saúde, interessadas em saber por quanto tempo as pessoas vivem.

Nos anais da pesquisa estatística e sociológica, o pequeno livro foi um avanço revolucionário, um salto ousado no uso de métodos de amostragem e no cálculo das probabilidades – a matéria prima de todo método de administração do risco, dos seguros e da medição de riscos ambientais ao projeto dos mais complexos derivativos. (Bernstein, 1997, p. 74).

A partir daí, seguiram-se registros semelhantes na Europa e Estados Unidos. No século XIX, estatísticos da Europa envolveram-se em registros de grandes dados censitários. Mas e as ideias sobre probabilidades, como surgiram? Quando surgiram as noções de acaso e incerteza, as primeiras noções acerca dos fenômenos aleatórios?

Olhando para a História da Matemática vemos que os gregos, além dos amplos conhecimentos de geometria, se destacam por terem inventado a maneira como a matemática moderna é trabalhada, por meio de axiomas, teoremas e provas – apesar de séculos depois, em 1930, Kurt Gödel, amigo de Einstein, com seu Teorema da

Incompletude, ter provado que esta abordagem tinha uma inconsistência. Mesmo assim, a matemática seguiu seu caminho ao estilo grego, o estilo de Euclides. Porque os gregos não desenvolveram conhecimentos sobre probabilidades? Afinal eles costumavam apostar num jogo (tipo jogo de dados), jogado com *astrágalos*, feito de ossos de calcanhar de carcaça de animais (Anexo B). De acordo com Mlodinow (2009), o jogo comum era jogado com quatro astrágalos e o resultado mais raro, jogada de Vênus, tinha probabilidade de, aproximadamente, 384/10.000 de acerto, mas os gregos não faziam esses cálculos, utilizavam o jogo mais para consultar seus oráculos, sem se preocuparem em entender suas regularidades. É plausível afirmar que não se preocuparam em perceber essas regularidades porque acreditavam que o futuro se desvelava conforme a vontade dos deuses. Com essa visão de mundo, um entendimento da aleatoriedade seria irrelevante, e mesmo contraditório em relação às suas crenças. Por exemplo, segundo Mlodinow (2009, p. 36), em *Fédom*, de Platão, Símias diz a Sócrates que “argumentos baseados em probabilidades são impostores”, antecipando em muitos séculos o trabalho de Kahneman e Tversky ao alertar que “a menos que seja observado grande cuidado em seu uso, tendem a ser enganadores – na geometria e também em outros assuntos”. Vale registrar que Daniel Khaneman (2012), Nobel de Economia em 2002, descreve a trajetória de cerca de 30 anos de pesquisas, junto a Amos Tversky, no memorável livro *Rápido e Devagar: duas formas de pensar*, no qual coloca em xeque a ideia de que a tomada de decisão é essencialmente racional.

Na Idade Média, a Igreja Católica era contra o jogo, por causa do vício de beber e dizer palavrões, comum durante os torneios. Os jogadores inveterados do século XVI procuravam cientistas de renome para buscar fórmulas ‘mágicas’ que garantissem ganhos substanciais nas bancas de jogo. O fato é que desde sempre os jogos foram utilizado em apostas, como também serviram para prever futuro, decidir conflitos ou dividir heranças. Entretanto, não foram só os jogos que contribuíram para a formação do conceito de probabilidade. Também a prática dos seguros teve forte influência e parece ter se iniciado com comerciantes mesopotâmicos e fenícios que o aplicavam à perda de cargas dos navios por conta de roubos ou naufrágios. Essa prática teve continuidade com os romanos e gregos estendendo-se até aos comerciantes marítimos italianos em tempos mais recentes. Não se sabe muito sobre a prática das seguradoras, mas especula-se que se baseavam em estimativas empíricas das probabilidades. O crescimento de conglomerados urbanos, após a idade média, popularizou o uso de seguros. Apesar do



crescimento desse tipo de negócio, os prêmios dos carregamentos entre as Américas e as Índias continuavam sendo calculados pelas técnicas milenares. Daí, então, que surgem os primeiros estudos matemáticos acerca desse tipo de negócio. Em 1693 foi publicado o primeiro trabalho sobre seguros, *An Estimate of Degrees of Mortality of Mankind*, de autoria de Edmond Halley, o mesmo cujo nome batizou o cometa. Antes dele, em 1570, na obra *De proportionibus Libre V*, Cardano fez uma tentativa de estudar matematicamente os seguros de vida, no entanto, não alcançou repercussão. Halley mostrou como determinar a anuidade de um seguro (prêmio) em termos da esperança de vida e da probabilidade de sobrevivência. O estudo de seguros atingiu a maturidade com Daniel Bernoulli (1654-1705), que utilizou a abordagem de calcular o número esperado de sobreviventes após “n” anos, dado certo número de nascimentos (conceito de probabilidade condicional). Começavam aí a aparecer grandes empresas de seguros em condições de trabalhar com embasamento científico.

Entretanto, a abordagem matemática do *acaso* e do *risco* só teve início há cerca de 500 anos. Uma contribuição decisiva para a criação da Teoria das Probabilidades deu-se por meio da correspondência trocada entre os matemáticos franceses Blaise Pascal (1623-1662) e Pierre de Fermat (1601-1665), nas quais ambos chegaram à solução correta, por caminhos diferentes, de um problema célebre da divisão das apostas, em 1654. Quis o acaso que o austero Pascal conhecesse Méré, jogador quase profissional, que lhe contava as disputas com seus adversários, muitas delas com controversas resoluções sobre dados e apostas. Depois de refletir sobre elas, Pascal trocou correspondências com seu amigo Fermat. Estas cartas históricas são documentos fundadores da Teoria das Probabilidades, que mais tarde desenvolveu-se através dos trabalhos de Jacques Bernoulli (1654-1705), Moivre (1667-1759) e Thomas Bayes (1702-1761). Bernoulli publicou o livro *Ars Conjectandi*, em 1713, que foi o primeiro dedicado inteiramente às probabilidades. Nesse livro é que se encontra a lei dos grandes números, hoje chamado Teorema de Bernoulli. Moivre introduziu e demonstrou a lei normal e a Bayes deve-se o cálculo das chamadas probabilidades das causas, que consiste em determinar a probabilidade dos acontecimentos perante certas condições iniciais. Laplace, em 1812, publicou importante obra *Teoria Analítica das Probabilidades*, sistematizando os conhecimentos da época e aonde se encontra a Lei de Laplace. Destaca-se também a participação de Gauss (1777-1855) no aprofundamento da Lei Normal e a de Poisson na sua *Teoria da lei dos grandes números e da lei de repartição*. No século XIX e

princípio do século XX a teoria das probabilidades tornou-se um eficaz instrumento, exato e fiável do conhecimento. Surge daí a célebre escola de San Petersburgo, com grandes nomes como Tchébychev (1821-1894), Markov (1856-1922) e Liapounav (1857-1918). À escola de San Petersburgo sucedeu a escola soviética, cujo grande destaque foi Kolmogorov (1903-1987), que axiomatizou corretamente a Teoria das Probabilidades e um dos sucessos da sua abordagem foi dar uma definição rigorosa da expectância condicional.

A teoria das probabilidades então começou com um **jogo**. Fermat e Pascal viabilizaram que o estudo do **acaso** tomasse uma expressão matemática, introduzindo o *Cálculo das Probabilidades*, que junto com o Método dos mínimos quadrados, vieram credibilizar a Estatística. E hoje a Teoria das Probabilidades transformou-se num dos ramos da matemática com mais aplicações nas outras ciências: exatas, naturais e sociais

### Referências Bibliográficas

- Azcárate Goded, Pilar (1996). *Estudio de las concepciones disciplinares de futuros profesores de primaria en torno a las nociones de aleatoriedad y probabilidad*. Granada: Comares.
- Bernstein. P.L. (1997). *Desafio aos Deuses: a fascinante história do risco*. 23ª ed. Rio de Janeiro: Campus.
- Kahneman, D. (2012). *Rápido e Devagar: duas formas de pensar*. Rio de Janeiro: Objetiva.
- Kasner, E., Newmon, J. (1976). *Matemática & Imaginação: o mundo fabuloso da matemática ao alcance de todos*. 2ª ed. Rio de Janeiro: Zahar.
- Mlodinow, L. (2009). *O Andar do Bêbado: como o acaso determina nossas vidas*. Rio de Janeiro: Zahar.
- Rooney, Anne. (2012). *A História da Matemática. Desde a criação das pirâmides até a exploração do infinito*. São Paulo: M.Books.
- Stigler, S. (1998). *The History of Statistics: The Measure of Uncertainty before 1900*. 7ª ed. Cambridge: Belknap Harvard.
- Shaughnessy, J.M. (1977). Misconceptions of probability: an experiment with a small-group, activity-based, model building approach to introductory probability at the college level. *Educational Studies in Mathematics*, 8, 285-316.
- Strogatz, S. (2013). *A matemática do dia a dia: transforme o medo de números em ações eficazes para sua vida*. Rio de Janeiro: Elsevier.
- Taleb, N. N. (2011). *A Lógica do Cisne Negro: o impacto do altamente improvável*. Rio de Janeiro: Best Seller.



Anexo A

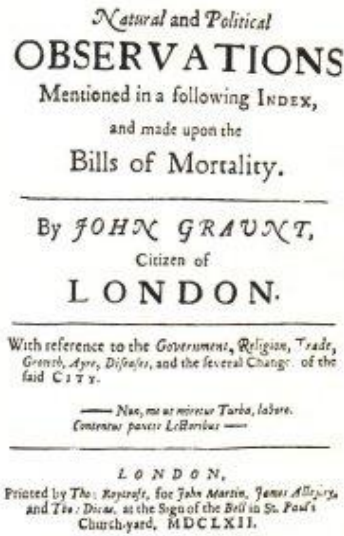


Figura 1: Imagem da capa do livro *Natural and Political Observations upon the Bills of Mortality*, de John Graunt, em 1662. Fonte: [http://pt.wikipedia.org/wiki/John\\_Graunt](http://pt.wikipedia.org/wiki/John_Graunt)

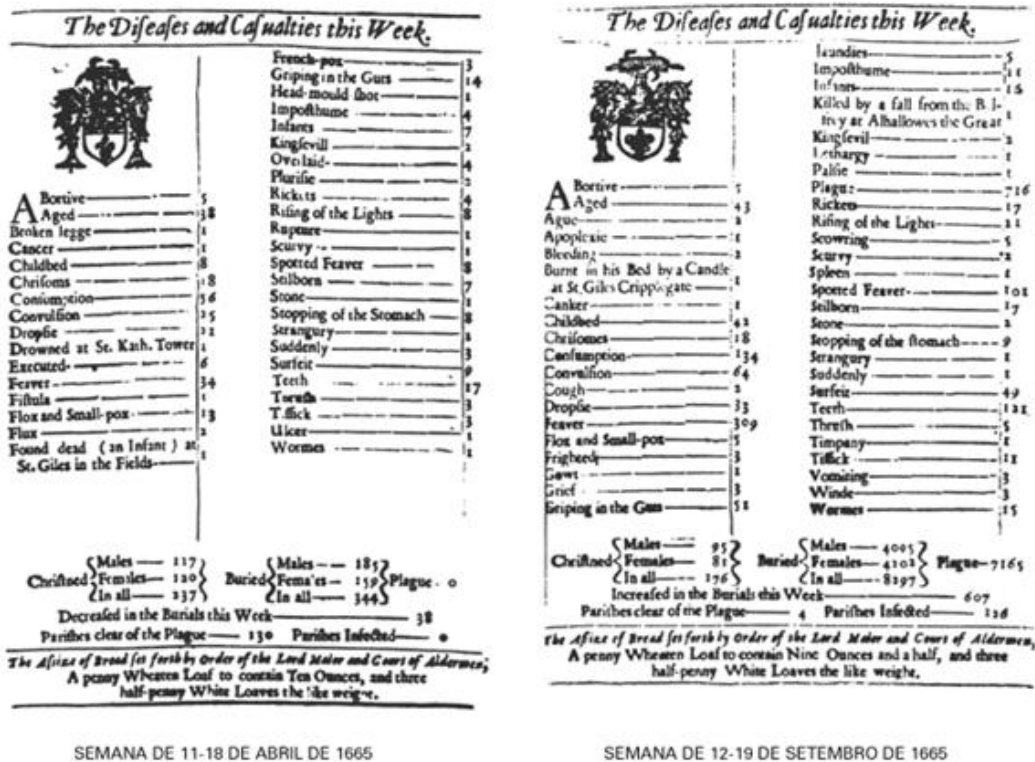
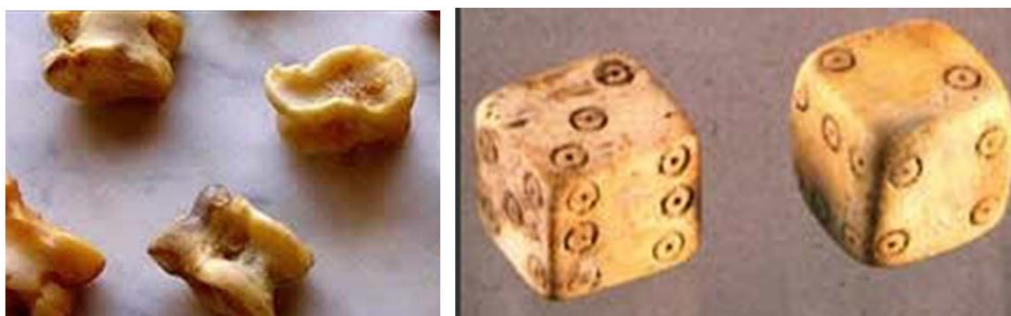


Figura 2: Exemplo de uma “tábua de vida” de Graunt, extraída do livro “O desafio dos deuses: a fascinante história do risco”, de Peter L. Bernstein, Editora Campus, 1997, 23ª ed., p. 79.

## Anexo B

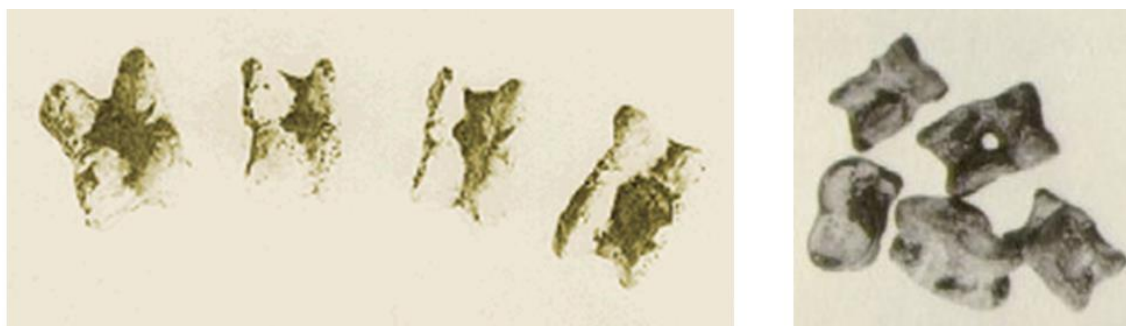
Abaixo imagens de astrágalos na versão mais antiga e, posteriormente, em forma de cubos com marcações, utilizada para consulta aos oráculos (jogo dos sacerdotes ou astragalomania).



**Figura 3:** Astrágalos.

Fonte: <http://www.siaoroxo.com/siaoroxo/astragalomania/astragalomania.html>

Jogadores profissionais de dados eram comuns e até hoje alguns desses dados estão preservados em museus. Seguem algumas imagens que retratam e documentam o jogo em peças de acervos dos museus *The Metropolitan Museum of Art*, em Nova York. Na (Figura 4), segundo informações do museu, o conjunto de tali à esquerda foi encontrado em Pompéia, enquanto o da direita em Atenas.



**Figura 4:** Peças de Tali da coleção de *The Metropolitan Museum of Art in New York*

Fonte: <http://www.aerobiologicalengineering.com/wxk116/Roman/BoardGames/tali.html>.