

## ANÁLISE DA PRODUÇÃO ESCRITA – OPORTUNIDADE PARA APRENDER

Magna Natalia Marin Pires<sup>1</sup> – ReginaLuzia Corio De Buriasco<sup>2</sup>  
magnapires@yahoo.com.br – reginaburiasco@gmail.com  
Universidade Estadual de Londrina (Brasil)

Tema: IV.2 – Formação e Atualização de Professores.

Modalidad: CB - Comunicação breve.

Nível educativo: No específico.

Palavras Chave: Educação Matemática Realística. Reinvenção Guiada. Prova em Fases.

Avaliação Formativa.

### Resumo

*Este trabalho apresenta o estudo da produção escrita em uma questão de matemática básica contida em uma prova em fases realizada por professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental em um projeto de formação continuada. A resolução das questões da prova foi o ponto de partida para o processo de reinvenção no qual as participantes desempenharam o papel de agentes do processo desenvolvido utilizando sua própria produção na “re-invenção guiada”, uma vez que diferentes estratégias, por vezes refletindo diferentes níveis, puderam ser provocadas e utilizadas de forma produtiva no processo de aprendizagem. O estudo foi desenvolvido na perspectiva da Educação Matemática Realística e da avaliação como oportunidade de aprendizagem.*

### 1. Introdução

Este estudo diz respeito a uma das ações desenvolvidas para capacitar professores que ensinam Matemática nos anos iniciais e faz parte de um projeto proposto pelo grupo de Educação Matemática do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática – PECEM da Universidade Estadual de Londrina, aprovado no Edital CAPES/INEP nº 38/2010 do Programa Observatório da Educação. No trabalho de capacitação foi utilizada uma *prova em fases*<sup>3</sup> a partir da qual foi realizada uma análise da produção escrita, para a obtenção de informações a respeito do processo de aprendizagem das participantes.

A intenção deste trabalho é investigar a configuração<sup>4</sup> da análise da produção escrita como ação de intervenção organizada (reinvenção guiada) de modo que os participantes desenvolvam sua capacidade para analisar e explicar seu raciocínio resultando em

---

<sup>1</sup>Docente do Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Londrina.

<sup>2</sup>Docente do Departamento de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina (UEL). Bolsista do CNPq – Brasil.

<sup>3</sup>Prova realizada em dois ou mais momentos.

<sup>4</sup>Configurar: dar ou tomar forma, feitura; desenhar, esculpir. Ex.: movimentos geológicos configuram as montanhas.

aprender matemática.

## 2. A avaliação, a prova em fases e a Reinvenção Guiada

Para Van den Heuvel-Panhuizen (1996), na avaliação o aluno pode passar por vários níveis de matematização e, assim, desenvolver sua “própria” matemática. Para reforçar a importância que tem a avaliação nos processos de ensino e de aprendizagem e para torná-la presente nas atividades da escola, essa autora se refere à avaliação usando a expressão “avaliação didática”<sup>5</sup>.

Um instrumento usualmente utilizado para a avaliação da aprendizagem pode contribuir com uma ação de formação continuada, uma vez que pode fornecer informações úteis relativas ao trabalho desenvolvido pelo próprio professor, colocando-se a serviço de seu desenvolvimento intelectual, visto que, quando em formação, é necessário tomar consciência do desenvolvimento do seu próprio processo de aprendizagem. Essa questão, tomada de consciência, é um dos fatores de real interferência na formação do indivíduo (BARLOW, 2006).

Neste trabalho, enfatiza-se à utilização de um instrumento, usualmente de avaliação, para apresentá-lo como um instrumento que pode desencadear uma ação de formação. Especificamente, esse instrumento de avaliação é uma prova em fases.

A Prova em Duas Fases foi concebida originalmente na Holanda. A ideia consiste em elaborar uma prova que o aluno resolve em dois momentos: num primeiro, na sala de aula e sem quaisquer indicações do professor; num segundo momento, dispondo de mais tempo e dos comentários que o professor formulou ao avaliar as resoluções iniciais. Nesta pesquisa utilizou-se a ideia desse tipo de prova, não especificamente com duas fases. Com isso, busca-se atender as necessidades e as oportunidades reconhecidas nas resoluções estudadas.

Duas das ideias centrais da abordagem Educação Matemática Realística(RME)<sup>6</sup> são a reinvenção guiada e a matematização. Para Freudenthal, na escola deveria ser dada a oportunidade de o aluno reinventar a matemática sob a orientação do professor. Nas palavras de Van Den Heuvel-Panhuizen (2001), a educação deveria fornecer aos

---

<sup>5</sup>Termo original em inglês: *didactical assessment*.

<sup>6</sup>Designação de uma abordagem holandesa para o ensino de matemática.

estudantes a oportunidade “guiada” para “re-inventar” matemática, fazendo-a. Isto significa que, na perspectiva da Educação Matemática proposta por Freudenthal, o foco não está na Matemática como um sistema fechado, mas na atividade de quem lida com ela, no processo de matematização.

O princípio da reinvenção guiada leva em conta que o conhecimento não deve ser transmitido pelo professor, mas sim elaborado pelo aluno. O processo de reinvenção exige que os alunos se envolvam com situações realísticas, com a intenção de matematizá-las, em um processo semelhante ao vivenciado pelo matemático profissional.

### 3. Procedimentos Metodológicos

A informações aqui apresentadas faz parte de uma pesquisa desenvolvida em um curso de capacitação conduzido pela primeira autora desse artigo, orientada pela segunda, com nove professoras dos anos iniciais de uma escola municipal do norte do Paraná.

A prova em fases utilizada continha onze (11) questões de matemática, cada uma das questões foi selecionada levando em conta a sua potencialidade quanto à exploração de elementos caracterizadores do pensamento matemático, assim como a possibilidade de resolver a questão de mais de uma maneira, ou de ter mais de uma resposta.

A primeira fase da prova foi desenvolvida durante três (3) encontros: quatro (4) questões foram resolvidas no primeiro encontro, quatro (4) no segundo e o restante, no terceiro. Nessa primeira fase, as questões foram resolvidas sem nenhuma indicação da pesquisadora, em um determinado tempo (aproximadamente 1h em cada um dos encontros), em situação de avaliação. Após a primeira fase, a pesquisadora analisou as resoluções iniciais de cada questão, fez comentários pedindo justificativas e/ou esclarecimentos.

Nos encontros posteriores a esses três primeiros, as professoras trabalharam nas respostas aos questionamentos da pesquisadora, sempre em duas questões concomitantemente. Quando o entendimento da pesquisadora era de que a potencialidade das respostas da professora e também da questão tinha sido esgotada, passava-se para outra questão. Dessa maneira o número de “fases” de cada questão foi

diferente, oscilando entre três e dezessete, e, em consequência, o número de fases da prova também variou de professora para professora.

#### 4. Apresentação e análise de uma questão da prova em fases – O caso da Professora PA4<sup>7</sup>.

As produções aqui apresentadas são de uma das professoras participantes, contém parte das resoluções e das respostas dadas por ela, em uma das questões, aos questionamentos feitos pela pesquisadora nas diferentes fases da prova.

O enunciado da Questão 04 e a resolução inicial de PA4 são apresentados em seguida.

Fase 1 – resolução apresentada por PA4 na questão 04

**A caixinha abaixo possui uma sequência de 20 contas. Quantas contas brancas estão nesta sequência?**



São brancas 10, a metade.

Eu pensei que seria 10 dividido por 2.

A explicação dada por PA4 abaixo do traço foi feita no dia em que a pesquisadora pediu uma explicação complementar, caso a professora julgasse que, no primeiro momento, não havia justificado sua resposta.

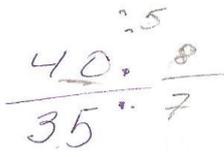
Na sequência apresentamos as perguntas da pesquisadora e as respostas dadas pela participante nas 17 fases da prova. Percebe-se na primeira fase que é possível que PA4 considere que a sequência de contas alterna-se em uma preta e uma branca, porque responde que serão 10 as contas brancas, porém, ao justificar sua resposta, diz que pensou ser 10 dividido por 2. Para comprovar se houve algum engano ou verificar se a divisão de 10 dividido por 2 diz respeito a outro pensamento, segue a pergunta feita para PA4 na segunda fase da prova.

*Fase 2 a 17* – pergunta da pesquisadora relativa à resolução inicial e as respostas de PA4

<sup>7</sup>As professoras foram nominadas por PA1, PA2, ..., PA9.

Pergunta da pesquisadora	Respostas de PA4
Mas o resultado de 10 dividido por 2 , que é 5, representa o quê?	Eu erreí, é 20 dividido por 2.
Por que vinte dividido por dois fornece a resposta do problema?	Porque eram 2 cores: preto e branco.
A Regina, uma amiga minha, acha que uma resposta poderia ser: contas brancas ou brancas. Como você acha que ela pensou para chegar a essa resposta?	 <p>1º Ela pensou 1 branca e 3 pretas no total de 20 contas seria 5 brancas e 15 pretas.                  2º Poderia ser trocado 1 preta e 3 brancas seria um total de 20, 5 pretas e 15 brancas.</p>
Isso que você escreveu sobre o pensamento da Regina corresponde ao desenho apresentado no problema?	Ao desenho do problema da 1ª etapa não, porque tinha que ser branca e preta alternadas. Mas da outra etapa teria de ser 5 brancas e 15 pretas; não tem como ser 1 branca e 1 preta.
Em todos os casos, neste problema, as “pontas” do colar estão definidas como aparecem no desenho. Pensando nisso, como você acha que a Regina pensou para chegar a resposta dela?	 <p>De acordo com o desenho só pode ser mudando a parte escondida, coloca as brancas todas no meio do colar, ou no outro caso as pretas.</p>
Por enquanto temos então a sua resposta e a da Regina. Agora apareceu mais uma. A Pamela, outra amiga minha, pensa que o colar tem contas brancas, pretas e vermelhas, porque essas são as cores do time dela. Ela poderia chegar a essa conclusão? Por quê?	 <p>Poderia sim ser adaptado para as cores do seu time, desde que sejam mantidas as cores das duas pontas.</p>
Analisando a sua resposta, a da Regina e a da Pamela, todas podem ou não estar correta, por quê?	Sim, podem estar corretas. Desde que seja mantida a resposta que as duas pontas seja a sequência branca e preta que é a parte que é vista da caixa. A parte escondida não se sabe, pode ser de qualquer cor.
Em resumo, sabemos que: <ul style="list-style-type: none"> <li>• a caixa contém 20 contas;</li> <li>• numa ponta temos contas 3 brancas e 3 pretas;</li> <li>• na outra ponta temos 2 brancas e 2 pretas;</li> <li>• segundo sua resposta a “parte escondida não se sabe, pode ser de qualquer cor”.</li> </ul> Escreva então uma regra (fórmula) que represente essa situação.	$P+B+P+B+P+B+10 \text{ desconhecida} \\ +P+B+P+B$ <p>Seriam 6 alternadas 3 pretas e 4 brancas + 10 que podem ser de qualquer cor + 4 alternadas: 2 pretas e brancas.</p>

<p>Na sua resposta à pergunta aparece:  <math>P+B+P+B+P+B+10</math> desconhecida <math>+P+B+P+B</math>                  seria correto escrever isso do seguinte jeito:  <math>3P+3B+10d+2P+2B</math>?                  E desse outro: <math>5P+5B+10d</math>? Por quê?</p>	<p>Poderia ser correto, só que teria que ser preta e branca alternadas igual está no desenho e não juntas. Essa “fórmula” apenas o total está correto.</p>
<p>É correto estão dizer que                  1- <math>P+B+P+B+P+B+10</math> desconhecidas  <math>+P+B+P+B</math> é igual a                  2- <math>3P+3B+10d+2P+2B</math>                  3- <math>5P+5B+10d</math>, ou seja  <math>P+B+P+B+P+B+10</math> desconhecidas <math>+P+B+P+B =</math>  <math>= 3P+3B+10d+2P+2B = 5P+5B+10d</math>                  E essa expressão representa apenas o total das contas e não a sequência delas?</p>	<p>Eu acho <math>3P+3B+10d+2P+2B = 5P+5B+10d</math> se tem uma ideia que seja 3 pretas juntas e 3 brancas juntas + 10 desconhecidas + 2 pretas e 2 brancas = 5 pretas juntas + 5 brancas + 10 desconhecidas + 2 pretas juntas e 2 brancas juntas. O mais importante e seguir a sequência: preta-branca-desconhecidas-preta-branca. A expressão acho que não está errada, mas não representa aquele problema do início da caixa e colar.</p>
<p>Vamos considerar as quantidades de cada cor das contas. Então na sequência  <math>P+B+P+B+P+B+10</math> desconhecida <math>+P+B+P+B</math>                  temos no total <math>5P+5B+10d</math>, ou seja, 5 contas pretas mais 5 contas brancas, mais 10 contas de cor desconhecida. Considerando, assim, apenas as quantidades das cores e não a sua ordem na sequência, é correto afirmar que  <math>P+B+P+B+P+B+10</math> desconhecida <math>+P+B+P+B =</math>  <math>= 3P+3B+10d+2P+2B = 5P+5B+10d</math>?</p>	<p>Se levar em conta as quantidades e não a sequência, é correto sim.</p>
<p>Então você concorda que  <math>P+B+P+B+P+B+10d+P+B+P+B=5P+5B+10d</math>.                  Com base nisso complete as expressões:                  a) <math>2P+2B+2P+2B+2P+2B+10d+2P+2B+2P+2B =</math>                  b) <math>P+2B+P+2V+P+2B+P+2V=</math>                  c) <math>P+B+2P+2V+2B+3V+40=</math></p>	<p>a) <math>10P+10B+20d</math>                  b) <math>4P+4B+4V</math>                  c) <math>3P+3B+5V=40</math></p>
<p>Por que você transformou a expressão c na equação <math>3P+3B+5V=40</math>?</p>	<p>Bem, foi o que eu sabia fazer, somei os termos iguais e separei o 40 porque é diferente, e para poder ser resolvido, ou seja, aplicar a regra e chegar a um número reduzido.</p>
<p>Então para você  <math>P+B+2P+2V+2B+3V+40</math> é o mesmo que  <math>3P+3B+5V=40</math>.                  Vamos supor que <math>P=2</math> <math>B=3</math> e <math>V=4</math>                  Substituindo na primeira expressão temos  <math>2+3+2x2+2x4+2x3+3x4+40</math>                  fazendo as contas  <math>2+3+4+8+6+12+40</math>  <math>5 + 12 + 18 + 40</math>  <math>17 + 58</math></p>	<p>O que você fez?                   Você transformou as cores das contas do colar em uma expressão ou seja “somou” cores iguais ou termos e depois obteve o total.</p>

<p>75</p> <p>Substituindo na segunda expressão teremos  <math>3 \times 2 + 3 \times 3 + 5 \times 4 = 40</math>                  fazendo as contas  <math>6 + 9 + 20 = 40</math>  <math>35 = 40</math>                  E então, o que diz disso?</p>	
<p>Mas eu já tinha terminado em  <math>35 = 40</math>.                  Há algum problema nesse fim? Qual?</p>	 <p>Só pode terminar uma expressão quando não tiver nem uma outra alternativa para fazer, que não é o caso.                  Eu só sei que há algo errado. Não sei responder qual e nem porquê.</p>
<p>Pode 35 ser igual a 40?</p>	<p>Não, 35 não pode ser igual a 40. Quarenta tem 5 elementos a mais que 35. Prometo que vou pesquisar, depois respondo, acho que a resposta certa teria que ser um total de 20, que seria a soma de 5 pretas, 5 brancas e 10 desconhecidas, mas não consigo achar o erro no meio de um processo enorme, cheio de expressões por sinal, erradas.</p>

Como a discussão se prolongou demais, percebe-se, nessa fase da questão, que a participante não conseguia mais separar as questões que foram desenvolvidas durante todo o processo. Por conseguinte, decidiu-se encerrar com essa fase.

### 5. Algumas considerações

Este problema foi retirado de Van Den Heuvel-Panhuizen (1996, p.36), é considerado de contexto realístico, imaginável e, flexível no sentido de possibilitar o desenvolvimento de várias ideias.

Várias das participantes associaram as contas do problema com as contas de um colar. De acordo com a abordagem RME é importante que o resolvidor seja capaz de imaginar a situação inerente ao problema. Este problema foi usado nesse estudo com a intenção de guiar as participantes a percorrerem um caminho de suposições que mostrasse a possibilidade de considerar elementos importantes no que diz respeito a produção de seus alunos para encaminhar as atividades em classe, por isso, ligados à

formação do professor. Consideramos também que o problema em tela não possuía uma resposta padrão, predeterminada pelo professor, o que permite uma maior liberdade para os alunos pensarem de acordo com suas experiências e repertório em matemático e, desta maneira oportunizar que mostrem como lidam com a questão e o mais importante, o que sabem.

Pode-se considerar que no desenvolvimento da questão 04 a participantes PA4 matematizou. As ações que levam a concluir que houve matematização são: identificaram a matemática específica em um contexto geral, esquemas, descobriu relações, descobriu regularidades, transferiu um problema do mundo real para um problema matemático, generalizou (DE LANGE,1987).

## Referências

- Barlow, M. **Avaliação escolar** - mitos e realidades. Porto Alegre: Artmed, 2006.
- De Lange, J. (1987). *Mathematics, Insight and Meaning*. Utrecht: OW & OC, Utrecht University.
- Van Den Heuvel-Panhuizen, M. V. D. (1996). *Assessment and Realistic Mathematics Education*. Utrecht: CD-β Press/Freudenthal Institute, Utrecht University.
- \_\_\_\_\_. Realistic Mathematics Education as work in progress. In: F. L. Lin (Ed.) **Common Sense in Mathematics Education**, 1-40. Proceedings of 2001 The Netherlands and Taiwan Conference on Mathematics Education, Taipei, Taiwan, 19 – 23 November 2001. Disponível em: <<http://www.fi.uu.nl/publicaties/literatuur/4966.pdf>>. Acesso em: 18 nov. 2010.