

## REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS DE CONCEITOS DE CÁLCULO NAS PRÁTICAS DE ESTUDANTES DE ENGENHARIA

Bárbara Cristina Pasa - Adriana Richit

[bapasa1@hotmail.com](mailto:bapasa1@hotmail.com) - [adrianarichit@gmail.com](mailto:adrianarichit@gmail.com)

Universidade Federal da Fronteira Sul – Erechim - RS – Brasil

Tema: Bloco I – Ensino e aprendizagem da Matemática

Modalidade: Comunicação Breve

Nível: Terciario – Universitario

Palavras-chave: Ensino e aprendizagem, representações semióticas.

### Resumo

*As dificuldades de compreensão da Matemática, apresentadas pelos alunos ingressantes em cursos de graduação, sinalizam a falta de conhecimentos básicos nesta área e a necessidade de uma análise com relação ao ensino e à aprendizagem da Matemática nos diferentes níveis de ensino. Nessa perspectiva, realizamos um estudo com estudantes das disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral do Curso de Engenharia Ambiental da Universidade Federal da Fronteira Sul, Erechim, RS, Brasil, com o objetivo de refletir sobre as representações semióticas dos conceitos de Cálculo utilizadas pelos estudantes. Nossas análises fundamentam-se no conceito de representações semióticas, de Raymond Duval, concebidas não apenas como um simples meio de exteriorização das representações mentais para fins de comunicação, mas como essenciais à atividade cognitiva do pensamento e desempenhando importantes papéis no desenvolvimento das representações mentais, na realização de funções cognitivas como a objetivação e a função de tratamento (DUVAL, 2004). Analisando as representações realizadas pelos estudantes no contexto de problemas investigativos de Cálculo, baseadas na teoria do registro de representações semióticas, comprehende-se que a apropriação de conceitos de Cálculo se dá na medida em que o estudante mobiliza mais de um registro de representação e consegue articular esses diferentes registros.*

### 1. Introdução

A matemática constitui-se em uma linguagem fundamental para a construção, demonstração, exploração e verificação de teorias científicas, constituindo-se ela própria em ciência, com fins em si mesma e na descrição dos processos que fazem parte do mundo físico, permitindo a formulação teórica de problemas e o estudo de soluções factíveis do ponto de vista técnico-científico (UFFS, 2012).

O rigor e a precisão da linguagem matemática (MACHADO, 2001) e sua gramática consistente e estruturada fazem dela a base sobre a qual se erigem objetos abstratos precisos, chamados objetos matemáticos.

A compreensão do significado desses objetos, da sua relação com os objetos do universo material, bem como da origem e natureza das verdades matemáticas e a capacidade de avaliar a aderência dessas verdades ao cognoscível no plano material, constituem-se no

fundamento teórico de toda a Engenharia ao permitirem estudar, explicar e predizer o comportamento de processos e fenômenos físicos das ciências naturais e das engenharias e obter conclusões acerca destes.

Diante do exposto, é possível compreender as razões pelas quais os cursos de Engenharia possuem um grande número de disciplinas relacionadas à Matemática, entre elas as disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral, as quais se dedicam, basicamente, ao estudo de taxas de variações de grandezas e acumulação de quantidades. Contudo, constata-se que essas disciplinas são marcadas por um grande número de reprovações devido a fatores como a falta de conhecimentos e lacunas na matemática básica e a dificuldade de compreensão dos conceitos por parte dos alunos.

Isso nos motiva a tentar entender os porquês das dificuldades demonstradas pelos alunos, compreender como acontece o aprendizado destas disciplinas bem como quais as atividades cognitivas que elas exigem. Para tanto, buscamos nos estudos de Raymond Duval, no que se refere aos registros de representação semiótica, uma compreensão de tais questões.

Segundo este autor, o que difere a atividade cognitiva requerida pela matemática e aquela requerida em outras áreas do conhecimento se encontra na importância das representações semióticas e na grande variedade de representações semióticas utilizada em matemática. Registros de representação semiótica são considerados essenciais tanto para a criação de objetos matemáticos como para a sua apreensão (DUVAL, 2003).

Nessa perspectiva, torna-se pertinente promover um ensino no qual os alunos tenham a possibilidade de compreender os objetos matemáticos, conhecer e relacionar as várias representações destes objetos e utilizá-los para interpretar fatos da realidade (VERTUAN, 2007).

O trabalho aqui exposto é um estudo realizado com estudantes das disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral do Curso de Engenharia Ambiental da Universidade Federal da Fronteira Sul, Erechim, RS, Brasil, com o objetivo de refletir sobre as representações semióticas dos conceitos de Cálculo utilizadas pelos estudantes.

A pesquisa utilizou abordagens qualitativas, priorizando procedimentos descritivos como interpretações e análise das construções matemáticas dos alunos e das resoluções de problemas que envolvem os conceitos.

## 2. Construção do conhecimento matemático

As questões e preocupações relativas à aprendizagem da Matemática passaram a ter, recentemente, grande importância e um dos motivos é a crescente demanda de cidadãos com múltiplas habilidades e conhecimentos científicos para acompanhar o desenvolvimento tecnológico e lidar com situações complexas. Cada vez mais são exigidas capacidades de interpretação, argumentação, reflexão, resolução de problemas da realidade, utilização de modelos matemáticos em situações e conhecimento das diversas tecnologias (PASA, RICHIT e MAY, 2013).

Contudo, embora o avanço tecnológico e as exigências sociais, o que se constata no âmbito da educação brasileira é a grande dificuldade de aprender, inclusive coisas de que necessitamos na vida diária, na escola ou em situações informais. Nos últimos anos, as dificuldades de aprendizagem estão se tornando mais visíveis (POZO, 2002).

Com relação à Matemática, muitos pesquisadores focalizam seus estudos no ensino e aprendizagem da Matemática, tentando compreender as dificuldades de aprendizagem, muitas vezes insuperáveis, apresentadas por muitos alunos, através da busca por uma abordagem cognitiva que descreva o funcionamento cognitivo que possibilite a compreensão e controle da diversidade de processos matemáticos (DUVAL, 2003). Para tanto, conforme Raymond Duval, “não podemos nos ater a um modelo geral comum de aquisição de conhecimentos centrado sobre a ação, as interações e os desequilíbrios como fatores principais da construção de conceitos matemáticos” (2003, pp 12). Para este autor, a diferença entre a atividade cognitiva requerida pela matemática e aquela requerida em outras áreas do conhecimento se encontra na importância das representações semióticas como condição essencial para a evolução do pensamento matemático, na grande variedade de representações semióticas utilizadas em matemática e na mobilização simultânea de, ao menos, dois registros de representação ao mesmo tempo (DUVAL, 2003).

Uma escrita, um símbolo, uma fórmula, um traçado, uma figura, representam objetos matemáticos, porém, os objetos matemáticos não devem ser confundidos com suas representações. Conforme Duval (2012), a distinção entre o objeto matemático e suas representações é um ponto importante para a compreensão da matemática.

As representações são essenciais na atividade cognitiva do pensamento uma vez que desempenham papel primordial no desenvolvimento das representações mentais, as quais

dependem da interiorização das representações semióticas, na realização de funções cognitivas como de objetivação, comunicação e a função de tratamento, bem como na produção do conhecimento. Duval (2012, p. 270) ressalta que “o funcionamento cognitivo do pensamento humano se revela inseparável da existência de uma diversidade de registros semióticos de representação”.

Nesta perspectiva, a análise da aprendizagem matemática perpassa o entendimento de duas atividades cognitivas fundamentais ligadas à semiótica, mas independentes entre si: o tratamento e a conversão. O tratamento de uma representação consiste em uma transformação desta representação no mesmo registro de origem, ou seja, ela é interna ao registro e talvez seja a mais utilizada pelos professores de Matemática, uma vez que corresponde a procedimentos de justificação. A conversão de uma representação consiste na transformação desta representação em uma interpretação em outro registro, ou seja, mudar de registro conservando o objeto matemático.

Neste sentido, a base para nossa pesquisa foi a teoria de Duval, a qual afirma que a compreensão de um conceito matemático se encontra na coordenação de ao menos dois registros de representação. A figura abaixo representa uma das hipóteses fundamentais da aprendizagem.

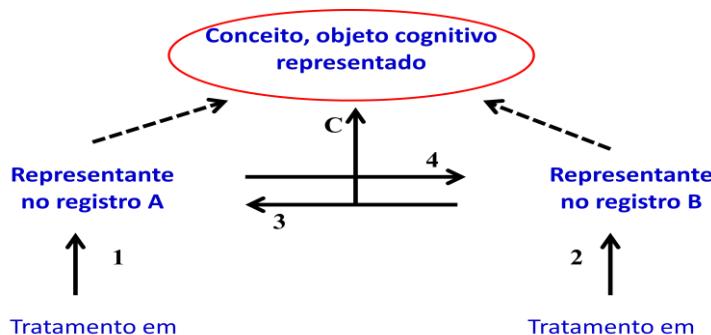


Figura 1: estrutura de representação em função de conceitualização (DUVAL, 2012).

As flechas **1** e **2** correspondem às transformações internas a um registro e as flechas **3** e **4** às transformações externas, ou seja, às mudanças de registro por conversões. A flecha **C** representa a compreensão integral de uma representação supondo uma coordenação de dois registros enquanto as flechas pontilhadas demonstram a distinção entre representante e representado (DUVAL, 2012).

### **3. Aprendizagem de Cálculo no contexto das Engenharias**

A compreensão do significado dos objetos matemáticos, da sua relação com os objetos do universo material, bem como da origem e natureza das verdades matemáticas e a

capacidade de avaliar a aderência dessas verdades, constituem-se no fundamento teórico de toda a Engenharia, mais precisamente do Cálculo Diferencial e Integral. Estes objetos permitem estudar, explicar e predizer o comportamento de processos e fenômenos físicos das ciências naturais e das engenharias e obter conclusões acerca destes. Porém, muitas dificuldades são constatadas na aprendizagem destas disciplinas, que tem o estudo de funções por base.

Sendo a pluralidade de registros de representação de um mesmo objeto e a articulação desses diferentes registros, condição para a compreensão em matemática, pesquisas mostram que essa diversidade raramente é levada em conta nas abordagens usadas.

As dificuldades de leitura e interpretação das representações gráficas cartesianas, por exemplo, estão relacionadas, segundo Duval (2011), à falta de conhecimento das regras de correspondência semiótica entre o registro de representação gráfica e o registro de expressão algébrica. Esse autor complementa que

a interpretação das representações gráficas cartesianas depende de uma identificação precisa de todos os valores das variáveis visuais pertinentes e do reconhecimento qualitativo das unidades da expressão simbólica correspondente (DUVAL, 2011, p.111).

É com base nesta teoria que Moretti e Luiz (2010) apresentam uma análise sobre o esboço de curvas representativas de funções específicas em cursos universitários. A interpretação de curvas é uma importante atividade na compreensão de fenômenos e, neste trabalho, os autores analisam o procedimento de interpretação global das propriedades figurais. O trabalho traz reflexões sobre a possibilidade de transição entre as representações simbólicas e gráficas de funções de modo que a interpretação global aconteça. Para tanto, os elementos do Cálculo como assíntotas, máximos ou mínimos relativos são necessários para a apropriação desse conceito, pois apartir delas pode-se chegar à representação da curva estudada.

#### **4. Aspectos metodológicos da pesquisa realizada**

A presente pesquisa foi desenvolvida com alunos do curso de Engenharia Ambiental da Universidade Federal da Fronteira Sul, Erechim, RS, Brasil. Optamos pela pesquisa qualitativa por esta privilegiar descrições de experiências, relatos de compreensões, entrevistas com sujeitos, relatos de observações e análise de atividades (GOLDENBERG, 1997).

Para tanto, foram desenvolvidas atividades de construção de conceitos e resolução de problemas de Cálculo, com o objetivo de compreender como o estudante constrói suas hipóteses, apropria-se de novos conceitos e expressa suas conclusões.

### **5. Registros de representações semióticas na apropriação de conceitos de cálculo: um estudo com alunos do curso de engenharia ambiental**

Foram desenvolvidas atividades com alunos da segunda e quarta fase do curso de Engenharia Ambiental da Universidade Federal da Fronteira Sul, campus de Erechim, RS, Brasil, com o objetivo de refletir sobre as resoluções dos alunos com base da teoria de Duval, principalmente no que se refere ao aprendizado da matemática através da mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação semiótica.

Neste sentido, primeiramente foi proposto aos alunos que conceituassem Função, conceito base do Cálculo Diferencial e Integral, das diversas formas possíveis. Diante desta atividade, os alunos, organizados em duplas e não acostumados com questões abertas demonstraram certa dificuldade para iniciar o trabalho. Para a análise das respostas dos alunos nesta atividade nos baseamos na classificação dos registros semióticos, apresentado por Duval (2004), no Quadro 1, a seguir. A conversão entre registros de células diferentes é, segundo Moretti e Thiel (2012), o que trata a hipótese fundamental da aprendizagem.

Quadro 1- Tipos de registros semióticos

	<b>Representação Discursiva</b>	<b>Representação Não Discursiva</b>
<b>Registros Plurifuncionais</b> (tratamentos não algoritmizáveis)	<b>Célula 11</b>  Língua Natural: associações verbais, descrição, explicações.  Raciocínio: argumento, dedução.	<b>Célula 12</b>  Figuras geométricas planas ou em perspectiva.  Apreensão operatória, construção com instrumentos, modelização de estruturas físicas.
<b>Registros Monofuncionais</b> (tratamento algoritmizáveis)	<b>Célula 21</b>  Sistema de escrita: numéricas, algébricas, simbólicas.  Cálculo literal, algébrico, formal...	<b>Célula 22</b>  Gráficos cartesianos (visualização de variações)  Mudança de sistema de coordenadas.  Interpolação, extração.

Fonte: Duval (2004, p.52), com inclusão da denominação das células por Moretti e Thiel (2012, p.386)

Em todas as atividades dos alunos percebemos o trânsito entre as Células 11, 21 e 22. A maioria deles partiu de uma definição em língua natural: “função é uma relação entre dois conjuntos, onde há uma relação entre cada um dos seus elementos” (Dupla de

estudantes A), ou então, “função é uma relação de dependência entre duas variáveis, uma variando em função da outra” (Dupla de estudantes B).

Após a definição em língua natural algumas duplas utilizaram uma situação para exemplificar. A dupla de estudantes B, por exemplo, trouxe a situação: “Uma torneira de vazão  $100 \ell/min$  é utilizada para encher uma piscina de volume  $10000 \ell$ ”. Com base neste exemplo, os estudantes construíram uma tabela que mostrava o volume da piscina após  $t$  minutos e em seguida encontraram a forma algébrica que relaciona estas duas grandezas, ilustraram a situação e, além disso, construíram o gráfico. A partir de todos estes registros realizaram uma análise sobre a situação em língua natural.

Por outro lado, algumas duplas, mesmo utilizando registros semióticos distintos, conceituaram função através de exemplos de função afim e quadrática e, além disso, o procedimento utilizado para conversão da forma algébrica para a gráfica foi a construção da tabela de pontos obtida por atribuição de valores. Para Moretti e Thiel (2012), o gráfico construído desta maneira possibilita a conversão em apenas um sentido, o sentido de um conjunto de pontos e a curva obtida por este conjunto de pontos. Desta forma não fica claro se os estudantes seriam capazes de fazer o caminho contrário, da curva para a expressão algébrica e, isto não acontecendo, o estudante não tem uma percepção global da curva e do que ela representa.

Em relação ao entendimento dos alunos sobre o conceito de Limite, percebemos que para a maioria deles o estudo de limites constitui-se na realização de operações algébricas, sistematizados na forma de tabelas, por meio das quais analisam a variação da imagem de uma função nas proximidades de um ponto específico do seu domínio. Contudo, em geral, não associam esse conceito a uma situação relacionada à prática profissional do engenheiro ambiental. Ao explicitar seu entendimento de limite, o estudante G, diz que “o limite de uma função é o ponto de máximo que essa função pode atingir num valor fixado” (Junho de 2013). Esse mesmo estudante acrescenta que o limite “pode ser igualmente representado através de descrição escrita ou oral pela reflexão de um caso em questão através de tabela, gráfico ou análise através do tratamento algébrico”. Embora, ao solucionar um problema proposto na atividade, sua ênfase repousou na representação tabular da imagem da função em torno de um ponto dado.

## 6. Considerações finais

A realização desta investigação mostrou que as representações semióticas perpassam os conceitos de função dos estudantes. Nenhuma dupla conceituou função ou limite utilizando apenas um sistema semiótico e nas situações exemplificadas e registradas de diferentes formas pelos alunos identificamos o tratamento de registro, a conversão entre registros distintos bem como a mobilização e coordenação de ao menos dois registros. Por outro lado, a forma como algumas duplas conceituaram função, mesmo utilizando registros semióticos distintos, não deixa claro se conseguiriam transitar entre estes registros, o que para Duval é fundamental para a aprendizagem.

### Referências bibliográficas

- Duval, R. (2003). Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. Machado, S. D. A. (Org.). *Aprendizagem em Matemática. Registros de Representação Semiótica*. Capítulo 1, pp 11-33. Campinas, SP: Papirus.
- Duval, R. (2004). *Semiosis y Pensamiento Humano: Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales*. Colombia: Universidad del Valle.
- Duval, R. (2011). Gráficos e equações: a articulação de dois registros. Tradução: Moretti, M. T. *Revemat*, v.6, n.2, p. 96-112.
- Duval, R. (2012). Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Tradução: Moretti, M. T. *Revemat*, v.7, n.2, pp 266-297.
- Goldenberg, M. (1997). *A Arte de Pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais*. Rio de Janeiro: Record.
- Machado, N. J. (2001). *Matemática e língua materna: análise de uma impregnação mútua*. São Paulo: Cortez.
- Moretti, M.T., Luiz, L.S. (2010). O procedimento informático de interpretação global no esboço de curvas no ensino universitário. *Educação Matemática Pesquisa*, v.12, n.3, p. 529-547.
- Moretti, M.T., Thiel, A. A. (2012). O ensino de matemática hermetic: um olhar crítico a partir dos registros de representação semiótica. *Praxis Educativa*, Ponta Grossa, v.7, n.2, p. 379-396.
- Pasa, B.C., Richit, A., May, G.C. (2013). Aprendizagem Matemática com Tecnologias na Perspectiva dos Registros de Representações Semióticas. No prelo.
- Pozo, J.I. (2002). *Aprendizes e Mestres: a nova cultura da aprendizagem*. Porto Alegre: Artmed.
- UFFS (2012). *Projeto de monitoria: Monitoria para as disciplinas da área de Matemática*. Professores proponentes: Adriana Richit, Bárbara Cristina Pasa, Denise knorst da Silva e José Mario Vicenzi Grzybowski.
- Vertuan, R. (2007). *Um olhar sobre a modelagem matemática à luz da teoria dos registros de representação semiótica*. 54 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) Universidade Estadual de Londrina, Londrina.