

LOS GRAFOS COMO MODELOS MATEMATICOS

Teresa Braicovich, Patricia Caro, Raquel Cognigni

Universidad Nacional del Comahue. Argentina

teresabraicovich@gmail.com

Niveles primario, secundario, terciario y universitario

Palabras clave: Modelo. Intramatemático. Grafos. Aplicaciones.

Resumen

El eje de este taller es el trabajo con grafos desde el punto de vista de modelos matemáticos. Se presentarán distintas concepciones de modelos y en particular de modelos matemáticos, para luego presentar distintas situaciones, intra-matemáticas como extra-matemáticas en las que los grafos son "modelos potentes" para su comprensión.

Esta propuesta tiene por finalidad transferir algunos conceptos de este tema a los asistentes, ya sean docentes en formación o en ejercicio. Se presentarán ejemplos de modelizaciones en base a ejemplos históricos, aplicaciones actuales y modelos intra-matemáticos, relacionados con propiedades de números, con estadística y con poliedros. También se trabajará sobre la existencia de problemas abiertos de sencilla comprensión en esta temática, como son los referidos a los recorridos hamiltonianos.

Introducción

Atendiendo al auge que ha tenido la teoría de grafos en las últimas décadas, asociado a la gran aplicabilidad de los mismos a distintas situaciones y al hecho que los docentes, en su gran mayoría, no han tenido en su formación este contenido es que se considera importante ofrecer este taller para que los asistentes puedan trabajarlo con sus alumnos en las prácticas escolares de los distintos niveles educativos. En particular este taller mostrará el gran potencial de esta estructura como modelo matemático.

Pertinencia de la propuesta: Modelos y modelos matemáticos

Se encuentran distintas acepciones del término modelo, se presentan algunas de ellas a continuación:

Algunas veces se emplea la palabra modelo en lugar de, o recíprocamente con, teoría. Se puede ver a ambas como elementos o esquemas explicatorios que tienen un amplio marco conceptual, aunque a menudo los modelos se caracterizan por el empleo de analogías para dar una representación más gráfica o visual de un fenómeno particular con tal que sean precisos y no distorsionen los hechos, los modelos son de gran ayuda para alcanzar claridad y enfocar sobre asuntos claves en la naturaleza de los fenómenos. (Cohen, L. y Manion, 2002, p.42).

Sin lugar a dudas, la concepción de Giere de un modelo es a la vez sencilla y potente; cualquier representación que permite pensar, hablar y actuar con rigor y profundidad sobre el sistema estudiado califica como modelo teórico: no solo los modelos altamente abstractos, sino también las maquetas, las imágenes, las tablas, las redes, las analogías...siempre que habiliten a describir, explicar, predecir e intervenir. (Adúriz-Bravo, A. 2010).

Los modelos y las teorías pueden ser comparados a mapas geográficos, estos no son copias de un terreno, son una manera de poder ubicarse. El contenido de un mapa está determinado, de la misma forma que los modelos, por el proyecto que se tuvo al hacerlos...No se puede hablar, por lo tanto, de nada absoluto o "neutro" en la producción de un mapa; se hará aquel que parezca más práctico teniendo a la vista proyectos particulares. Y un buen mapa es aquel que permite que me ubique, teniendo en cuenta los proyectos que tengo. (Foure, G. 1995).

Modo de explicación, construcción teórica, idealizada, hipotética, que sirve para el análisis o evaluación de una realidad concreta. Ejemplo; el modelo copernicano del universo o el modelo Newtoniano de la Física. (Japiassu, H. y Marcondes, D. 1989).

Hasta aquí se han presentado diferentes concepciones de modelo, de estas se trabajará con la idea de Aduriz-Bravo, pues la misma considera modelos no sólo de situaciones concretas, ni sólo de construcciones teóricas, es una concepción amplia.

Como subtema dentro de los modelos se considerarán los modelos matemáticos, también se citan a continuación algunas concepciones:

Desde el punto de vista de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) la modelización matemática debe formar parte integrante de cualquier proceso de estudio de las matemáticas puesto que la actividad de modelización se considera como sinónimo de actividad matemática funcional en contraposición a la actividad matemática formal. (Barquero, B.; Bosch, M.; Gascón, J. 2010, p. 239).

Es necesario destacar la existencia de diversas visiones vinculadas a la modelización matemática en el ámbito educativo. En general se entiende que la modelización vincula la matemática y el mundo real. Las aplicaciones de la matemática también manifiestan este vínculo. Sin embargo, la modelización se focaliza en la dirección que va de la realidad hacia la matemática, mientras que la aplicación se focaliza en la dirección opuesta. (Villarreal, M.; Esteley, C. 2010).

Un modelo matemático es una representación de un fenómeno real, basada en relaciones matemáticas. (Mochón 2000, p. 19)

También se cita el trabajo de Francisco Javier García (2007), realizado en el marco de la TAD, que responde a la pregunta por qué la modelización algebraica no "vive" en la ESO diciendo, textualmente: "Son múltiples las restricciones y condiciones que explican el carácter dominante del álgebra como aritmética generalizada y su ausencia como herramienta de modelización, Gascón (2007) compendia y estructura diferentes restricciones, según el ámbito del que provienen, usando como herramienta metodológica los niveles de determinación didáctica (Chevallard)". (p. 74)

A su vez, dentro de la idea de modelo matemático, se pueden diferenciar dos tipos de modelos, los modelos extra-matemáticos y los intra-matemáticos. Los modelos extra-matemáticos están relacionados con la modelización de situaciones no matemáticas, en cambio los intra-matemáticos sí son modelizaciones de contenidos matemáticos.

En el trabajo de tesis de Braicovich (2005) dirigida por el Dr. Claude Gaulin uno de los objetivos fue analizar si los alumnos lograban modelizar situaciones extramatemáticas utilizando grafos. En las conclusiones de dicho trabajo se afirma que la introducción de algunos conceptos del tema permite que los alumnos modelicen matemáticamente distintas situaciones de la vida real, siendo la modelización un proceso clave que, en general, está muy poco trabajado en el aula, también considera que se pudo comprobar que los grafos permitieron modelizar matemáticamente muchas situaciones de la vida real, dando a la información una forma sencilla e incluso, muchas veces, intuitiva.

Esto quedó de manifiesto durante las distintas experiencias áulicas realizadas, cuando lograron modelizar las situaciones propuestas y cuando fueron capaces de proponer diferentes situaciones que podrían ser modelizadas utilizando grafos y grafos bipartitos en particular. Otras de las conclusiones de este trabajo de tesis es que los grafos resultan útiles en el momento de resolución de algunos problemas y permiten a los alumnos realizar pensamientos algebraicos típicos de la matemática discreta, por ejemplo, conjeturar, investigar, descubrir, explorar, validar. Esto sirve como un contexto natural para muchas de las preguntas relacionadas con entretenimientos ingeniosos o con resolución de diversas situaciones problemáticas, también ofrece problemas de final abierto que rápidamente llevan a las fronteras del conocimiento y provee de fáciles accesos a algunas aplicaciones que los matemáticos hacen en distintas situaciones.

Desarrollo del taller

Las horas con las que se cuenta para el dictado del taller son pocas, por eso la intención es presentar las distintas concepciones de modelos y de modelos matemáticos y luego trabajar con algunos ejemplos de modelización mediante grafos y dejar otras situaciones planteadas para que los asistentes sigan estudiando el tema. Para que esto sea efectivamente provechoso se ofrecerá toda ayuda a futuro, mediante el contacto con las docentes encargadas del taller.

Dentro de los ejemplos que se presentarán y se dejarán planteados se mencionan, en términos generales los siguientes:

- Ejemplos históricos, tomados de Chiappa (1989):
Recorridos eulerianos, recorridos hamiltonianos, coloreo de mapas, problema matrimonial.
- Aplicaciones históricas, tomadas de Wilson (1979):
Problema del cartero chino, análisis de redes eléctricas, representación de isómeros en química
- Aplicaciones actuales:
Problema de optimización de recorridos, árboles minimales y maximales, problema de horarios
- Modelos intra-matemáticos:
Problemas relacionados con estadística y probabilidades, con propiedades de números, representación de poliedros.

Reflexión final

Este tipo de actividades es importante, tanto para los estudiantes de carreras de magisterio y de profesorado como para docentes en ejercicio, ya que son temas que hacen a su formación y ayudan a tener otras visiones.

Es probable que varios de los asistentes no lo enseñen en sus futuras clases, pero de cualquier modo es un tema más que conocen y cuentan con las herramientas para seguir profundizándolo, si es que lo consideran pertinente. También es interesante el hecho que puedan conocer problemas abiertos de fácil comprensión, como son los relacionados con los recorridos hamiltonianos.

A modo de síntesis, se mencionan distintos argumentos para considerar que sería positivo introducir algunos conceptos de la Teoría de Grafos en los programas escolares. En el texto de Rosenstein, J., Franzblau, D., Roberts, F. (1997) se considera que es un tema aplicable, accesible, atractivo y adecuado para alumnos de distintos niveles y de diferente rendimiento en la asignatura matemática.

Para finalizar se presentan palabras textuales de Adrián Paenza (2008):

En definitiva, uno nunca llega al punto de poder usar su creatividad. No parece haber nada por hacer, como si todo estuviera contestado, todo dicho...y no solo no es así, sino todo lo que hay por descubrir o inventar es de un volumen increíble. Miles de matemáticos en todo el mundo piensan problemas cuya solución se ignora, y no sólo hoy, porque hay preguntas que se plantearon hace cuatrocientos años y aún no se sabe que decir al respecto. Es hora, entonces, de buscar diferentes maneras de seducir...

Referencias Bibliográficas

- Adúriz Bravo, A. (2010). Hacia una didáctica de las ciencias experimentales basada en modelos. *II Congr s Internacional de Did ctiques 2010*.
- Barquero, B.; Bosch, M.; Gascón, J. (2010). Génesis y desarrollo de un problema didáctico: el papel de la modelización matemática en la enseñanza universitaria de las CCEE. *Investigación en Educación Matemática XIV* (p. 235-244) Lleida: SEIEM.
- Braicovich, T. (2005). *Introducción de algunos conceptos de grafos en Tercer Ciclo de Educación General Básica*. Universidad Nacional del Comahue. Neuquén.
- Chiappa, R. (1989). Algunas motivaciones históricas de la Teoría de Grafos. *Revista de Educación Matemática*. Vol 1. N  4. Unión Matemática Argentina. Universidad Nacional de Córdoba.
- Cohen, L. y Manion, L. (2002). *Métodos de investigación educativa*. Madrid, España: La Muralla
- Foure, G. (1995). *A construcao das ciencias. Introducción a la Filosofía y a la  tica de las Ciencias*. San Pablo: Editorial UNESP.
- García, F. (2007) El  lgebra como instrumento de modelización. *Investigación en Educación Matemática XI*. Universidad de Jaén. p. 71-90.
- Japiassu, H. y Marcondes, D. (1989). *Diccionario básico de Filosofía*. Río de Janeiro: Jorge Zahar Editor.
- Moch n, S. (2000) *Modelos matemáticos para todos los niveles*. México: Grupo Editorial Iberoamericana

- Paenza, A. (2008). *Matemática...¿estás ahí? episodio 100*. Buenos Aires: Siglo XXI.
Editores
- Rosenstein, J., Franzblau, D., Roberts, F. (1997). *Discrete Mathematics in the Schools. Dimacs. Volumen 36*. American Mathematical Society National Council of Teachers of Mathematics.
- Villarreal, M.; Esteley, C. (2010). *Modelización matemática como estrategia pedagógica. III Reunión Pampeana de Educación Matemática*.
- Wilson, R. (1979). *Introduction of Graph Theory*. New York: Longman.