

## CONOCIMIENTO DE LA PROPORCIONALIDAD EN LA FORMACIÓN INICIAL DE FUTUROS PROFESORES DE PRIMARIA

RONDÓN Yazmary, RIVAS Mauro y TRIVIÑO Luz

Universidad de Los Andes E.B. Gabriel Picón González, Mérida

[yrdon@ula.ve](mailto:yrdon@ula.ve); [mauro@ula.ve](mailto:mauro@ula.ve); [luzestela\\_77@hotmail.com](mailto:luzestela_77@hotmail.com)

### RESUMEN

El desarrollo de este proyecto tiene como fin establecer una caracterización del conocimiento matemático relativo a la proporcionalidad con que se inicia el futuro profesor de educación primaria. En este sentido, se ha considerado necesario realizar básicamente dos tipos de estudio, a saber: (a) un estudio de las configuraciones epistémicas/cognitivas (análisis previo, experto) que tienen lugar en la resolución de una serie de problemas de proporcionalidad propios de la educación primaria, y (b) un estudio de las configuraciones cognitivas (respuestas de los alumnos a un cuestionario) que tienen lugar a partir de la resolución de esa serie de problemas. El uso de estas herramientas de estudio epistémico y cognitivo se basan en la perspectiva teórica del enfoque ontosemiótico (EOS) (Godino Batanero & Font, 2007). Para el estudio de las configuraciones epistémicas/cognitivas se propone poner en práctica la Guía para el Reconocimiento de Objetos y Significados (GROS), la cual consiste en la realización de un análisis a priori de situaciones problemas de proporcionalidad directa y simple, que se han utilizado para valorar los ítems de un cuestionario utilizado por el formador para diagnosticar el conocimiento de los futuros profesores acerca de la proporcionalidad. Un ejemplo del uso de la GROS puede verse en Rivas & Godino (2010). Las configuraciones cognitivas se deducen del análisis realizado a las resoluciones dadas por una muestra de futuros profesores de primaria, a las situaciones problema planteadas en una prueba diagnóstico inicial, sobre los conocimientos de esa muestra en torno a la proporcionalidad, a la luz de los significados y conflictos identificados por medio de la aplicación de la GROS.

**Palabras Clave:** Enseñanza y aprendizaje de la proporcionalidad, formación inicial de profesores, herramientas de análisis didáctico, análisis epistémico y cognitivo.

## PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La enseñanza y aprendizaje de la proporcionalidad constituye un espacio de investigación de amplia extensión; lograr que los alumnos resuelvan problemas en los que la noción de proporcionalidad se encuentra involucrada, constituye una tarea inscrita dentro de una problemática para la cual no se ha encontrado aún solución. La tarea de enseñanza, cuya responsabilidad descansa en gran parte en manos del profesor, no parece haber alcanzado los niveles de suficiencia para garantizar ese aprendizaje. Aún cuando muchos estudios han abordado este asunto, la búsqueda de posibles soluciones a esta problemática aún continúa vigente.

Diversas investigaciones (Kenney, Lindquist & Heffernan, 2002; Kenny & Silver, 1997; Misailidou & Williams, 2003), convergen al señalar que los alumnos de primaria presentan dificultades para resolver problemas que involucran el razonamiento proporcional, y, en correspondencia con este hecho, la tarea de los profesores para ayudar a sus alumnos a construir, consolidar y vincular esta forma de razonamiento no es fácil (Dole & Shield, 2008, p. 19).

Nuestro interés particular se centra en el estudio de esta problemática en el nivel de educación primaria, específicamente en el campo de formación inicial de futuros profesores que se desenvuelven en ese nivel educativo.

Ubicados en este campo de estudio observamos en la literatura especializada el reconocimiento de la necesidad de desarrollar procesos de formación adecuados, que faculten a los futuros profesionales de la docencia a ejercer su tarea de enseñanza de manera apropiada (Ben-Chaim, Keret & Ilany, 2007; Sowder, Armstrong, Lamon, Simon, Sowder & Tompson, 1998).

En este orden de ideas, nuestro problema de estudio refiere a la descripción del conocimiento sobre proporcionalidad con el que inician su proceso de formación profesional una muestra de futuros profesores de primaria, lo cual corresponde con la pregunta: ¿Qué conocimiento tiene el futuro profesor sobre proporcionalidad al iniciar su formación profesional?, inscritos en la puesta en juego de una metodología de estudio que involucra el uso de herramientas de análisis epistémico y cognitivo.

## OBJETIVOS

### Objetivo general

**OG:** Describir el conocimiento sobre proporcionalidad exhibido por un grupo de futuros profesores al iniciar su proceso de formación profesional y valorar el uso de una herramienta de análisis didáctico (análisis epistémico y cognitivo), en el contexto de la elaboración de un diagnóstico sobre ese conocimiento.

### Objetivos específicos

**OE1:** Describir el conocimiento matemático de los futuros profesores sobre la proporcionalidad, al inicio de su carrera de formación profesional, por medio de la aplicación de un cuestionario, el cual forma parte del diseño instruccional del curso en estudio.

**OE2:** Identificar aspectos epistémico/cognitivos de los ítems de dicho cuestionario, por medio de la puesta en juego de una herramienta de análisis, previo a su aplicación, con la finalidad de indagar sobre su potencialidad para explorar los conocimientos de los futuros profesores, respecto a la proporcionalidad, y prever posibles conflictos potenciales.

**OE3:** Identificar aspectos cognitivos, puestos de manifiesto en las respuestas dadas a los ítems del cuestionario por parte de la muestra, para caracterizar el conocimiento inicial de los futuros profesores sobre la proporcionalidad.

**OE4:** Determinar una valoración inicial de la puesta en juego de una herramienta de análisis epistémico y cognitivo, en la exploración inicial del conocimiento sobre proporcionalidad de futuros profesores, en términos de la producción del conocimiento necesario para la enseñanza de la matemática.

## MARCO TEÓRICO

La diversidad de estudios realizados en torno a la enseñanza y aprendizaje de la proporcionalidad es bastante amplia. Para efectos de esta investigación hemos fijado la atención en el reconocimiento de algunas características asociadas a esa enseñanza y aprendizaje, reseñadas por la literatura especializada.

Lesh, Post & Behr (1988, p. 93) consideran el razonamiento proporcional como una forma de razonamiento matemático que involucra un sentido de covariación y de múltiples comparaciones, la habilidad para almacenar y procesar mentalmente varias piezas de información, así como también, la inferencia y predicción en situaciones de razonamientos tanto cualitativos como cuantitativos.

Vergnaud (1988), en una descripción del campo conceptual de estructuras multiplicativas, señala: “está formado por todas aquellas situaciones que pueden ser analizadas como problemas de proporción simple y múltiple y para los cuales usualmente se necesita multiplicar o dividir.” (p. 141), lo cual coloca al razonamiento proporcional dentro del campo conceptual de las estructuras multiplicativas.

Confrey & Smith (1995) señalan la habilidad para reconocer la similitud estructural y el sentido de covariación y comparación multiplicativa como componentes del razonamiento proporcional. Asimismo, Lamon (2007) reconoce el uso de un sentido de razón en niños de 3<sup>o</sup> y 4<sup>o</sup> grado, cuya consolidación debe conducir al reconocimiento de la relación multiplicativa entre los componentes de una razón, identificarla como una nueva unidad (una nueva cantidad a partir de dos cantidades), lo cual contribuye con la identificación de situaciones que son organizadas por la proporcionalidad (Fernández & Llinares, 2011). Singer, Kohn & Resnick (1997, p. 128), presentan, a modo de síntesis de una revisión de estudios precedentes, dos aspectos fundamentales que caracterizan la manifestación de un verdadero razonamiento proporcional, a saber: a) un cambio de atención de las relaciones aditivas hacia las relaciones multiplicativas entre los números, y b) la habilidad para pensar fluidamente “dentro” y “entre” espacios de medida, es decir, realizando razonamientos escalares y funcionales. Los escalares tienen lugar cuando las cantidades son extensivas y los funcionales cuando las cantidades son intensivas.

Lamon (2007) refiere a la necesidad de comprender qué cosas varían y cuáles permanecen constantes al realizar razonamientos proporcionales: “...la habilidad para discernir una relación multiplicativa entre dos cantidades, así como también la habilidad de extender la misma relación para otro par de cantidades.” (p. 638). Esa comprensión requiere el desarrollo de una habilidad cognitiva en la que el sujeto debe ser capaz de establecer una relación entre relaciones (Inhelder & Piaget, 1996).

Tournaire & Pulos (1985) en su revisión de la literatura, de investigaciones dirigidas al estudio de la proporcionalidad, sugieren que un número considerable de factores relativos al contexto son los responsables de la variedad de respuestas dadas por los sujetos. En este sentido, Sanz, Pozo, Pérez & Gómez (1996) reportan sobre la influencia de variables contextuales en el desarrollo del razonamiento proporcional.

Sobre la base de estos estudios se identifican algunos elementos caracterizadores de la noción de proporcionalidad, la cual comprende:

- a) Aspectos estructurales, requeridos para avanzar de formas de razonamiento aditivo a formas de razonamiento multiplicativo.
- b) Sentido de covariación entre magnitudes, cuya precisión depende de la comprensión de la condición “constante”, apoyada por la noción de linealidad.
- c) El sentido de razón como relación multiplicativa que se aplica para generar una nueva unidad la cual permite organizar aspectos intervinientes en situaciones proporcionales y no proporcionales.
- d) Equivalencia, no equivalencia, que permite distinguir en una misma noción la manifestación de relaciones que permanecen constantes (proporción, identidad) y otras que si varían (componentes de la razón, relación que los pone en correspondencia).
- e) Razonamientos cualitativos y cuantitativos, que indica el desarrollo natural de la noción de proporcionalidad (intuitivo-numérico, inductivo-deductivo, informal-formal).
- f) Relaciones escalares y funcionales, relativas a las que se establecen entre cantidades extensivas e intensivas que diferencian una razón de una tasa de cambio.
- g) Relaciones aritmético-algebraico, relativas al desarrollo intra-matemático de la noción de proporcionalidad que comprende avanzar desde lo numérico hacia formas más generales de índole algebraica.
- h) Aspectos contextuales, referidos a diferentes factores que intervienen en las situaciones en las que se precisa el uso de un razonamiento proporcional.

Esta identificación de elementos, implicados en el razonamiento proporcional o la adquisición de la noción de proporcionalidad, constituye un referente teórico sobre algunos de los “aspectos de interés” a ser tomados en cuenta en el estudio-análisis de la resolución de problemas matemáticos, relativos a la proporcionalidad, que tendrá lugar en el desarrollo de esta investigación.

## MARCO METODOLÓGICO

La investigación que se desarrollará a partir de este proyecto es de tipo descriptivo-exploratoria en los términos propuestos por Hernández Sampieri y colaboradores (Hernández Sampieri, Fernández Collado & Baptista Lucio, 2006), que consiste, en esta primera etapa, en una exploración y descripción de los conocimientos de los futuros profesores de primaria, sobre la proporcionalidad directa y simple, al inicio de su formación profesional.

**Sujetos participantes:** Este primer estudio se realizará con una muestra de dos secciones de estudiantes de la Escuela de Educación de la Facultad de Humanidades y Educación, de la Universidad de Los Andes, núcleo Mérida, que inician su formación profesional como futuros profesores de educación primaria.

**Datos e instrumentos:** Los datos a ser recogidos provienen de las repuestas que proveerán los sujetos participantes a los ítems de un cuestionario. Este cuestionario consiste en una prueba utilizada para diagnosticar los conocimientos previos que tienen los futuros profesores sobre la proporcionalidad. El diagnóstico a realizar comprende: (a) resolución de problemas de valor faltante proporcionales, (b) uso de tablas y representaciones gráficas en torno a la proporcionalidad, (c) situaciones problema proporcionales y no proporcionales, y (d) conocimiento didáctico inicial en torno a la proporcionalidad. El cuestionario en cuestión fue utilizado por Rivas (2013), con fines similares a los perseguidos en el desarrollo de la presente investigación. Además de las respuestas que se obtendrán de los ítems del cuestionario, se consideran también como datos los ítems del instrumento como tal, a los cuales se aplicará un análisis epistémico/cognitivo cuyos resultados serán considerados para el análisis de las respuestas dadas por los sujetos participantes.

**Técnicas de análisis de datos:** Las técnicas de análisis que serán utilizadas son de dos tipos: (a) análisis de los ítems del cuestionario por medio de la aplicación de una herramienta de análisis epistémico/cognitivo, y (b) uso de herramientas de estadística elemental; como el análisis de frecuencias, porcentajes y medidas de tendencia central.

**Procedimiento general:** El procedimiento general a desarrollar comprende cinco partes que se ejecutan secuencialmente. Algunas de las actividades comprendidas en estas cinco partes ya se han iniciado, sobre todo lo concerniente a la primera parte (P1). Para

el desarrollo de la segunda parte (P2) se llevará a efecto una reunión de trabajo con profesores de otras universidades nacionales. La tercera y cuarta parte refieren a la aplicación del instrumento y los análisis a ser realizados con los datos. A continuación describimos cada una de esas partes.

**Primera parte (P1):** Revisión de literatura especializada sobre la enseñanza y aprendizaje de la proporcionalidad, y las relaciones de esta temática con la formación de futuros profesores de primaria.

**Segunda parte (P2):** Análisis epistémico de los ítems del instrumento, producción y discusión de resultados preliminares obtenidos a partir de ese análisis y otros análisis existentes en la literatura especializada. Actividades con profesores de universidades nacionales: Para el desarrollo de esta segunda parte, se tiene previsto la realización de una reunión de trabajo con profesores de la Universidad de Oriente. Esta reunión tiene como fin realizar análisis epistémicos/cognitivos de tareas de proporcionalidad (reconocimiento de objetos y significados matemáticos puestos en juego durante la resolución de un problema matemático) en una discusión grupal en la que intervienen al menos tres profesores expertos. Para una óptima recogida de la información se realizarán grabaciones de audio de las reuniones respectivas.

**Tercera parte (P3):** Aplicación del cuestionario o prueba diagnóstico sobre proporcionalidad.

**Cuarta parte (P4):** Realización de análisis cognitivo de las respuestas dadas por los sujetos al cuestionario, o análisis y síntesis de los datos recogidos por medio de la aplicación del instrumento.

**Quinta parte (P5):** Redacción de informes y artículos de investigación.

## RESULTADOS ESPERADOS

Con el fin de dar inicio a un proceso de investigación encaminado a mejorar la formación de futuros profesores en el tema de la proporcionalidad, por medio del desarrollo de este primer trabajo esperamos: (a) obtener una caracterización del conocimiento sobre la proporcionalidad con que inician la carrera de formación profesional los futuros profesores de educación primaria, lo cual orientará posibles líneas de acción en correspondencia con lo que se observe, y (b) identificar elementos

de interés didáctico-matemático involucrados en la resolución de problemas de proporcionalidad por medio del uso de análisis epistémicos y cognitivos aplicados a esos problemas y sus resoluciones, lo cual puede contribuir con la mejora de la formación profesional que se imparte a los futuros profesores de educación primaria.

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

Ben-Chaim, D., Keret, Y. & Ilany B. (2007) Designing and implementing authentic investigative proportional reasoning tasks: the impact on pre-service mathematics teachers' content and pedagogical knowledge and attitudes. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 10, 333–340.

Confrey, J. & Smith, E. (1995). Splitting, covariation, and their role in the development of exponential functions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26, 66-86.

Dole, S. & Shield, M. (2008). The capacity of two Australian eighth-grade textbooks for promoting proportional reasoning. *Research in Mathematics Education*, 10(1), 19-35

Fernández, C. & Llinares, S. (2011). De la estructura aditiva a la multiplicativa: efecto de dos variables en el desarrollo del razonamiento proporcional. *Infancia y Aprendizaje*, 34(1), 67-80.

Godino, J.D., Batanero, C. & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135.

Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C. & Baptista Lucio, P. (2006). *Metodología de la investigación* (4ta ed.). México: McGraw-Hill.

Inhelder, B. & Piaget, J. (1996). *De la lógica del niño a la lógica del adolescente*. (M. T. Cevasco, Trad.). París: Presses Universitaires de France. (Trabajo original publicado en 1955). (Traducido del Francés: *De la logique de l'enfant à la logique de l'adolescent*, 1955)

Kenney, P. Lindquist, M. & Heffernan, C. (2002). Butterflies and caterpillars: Multiplicative and proportional reasoning in the early grades. En B. Litwiller & G. Bright. (Eds.). *Making sense of fractions, ratios, and proportions*. (pp. 87-99). Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.

Kenny, P. & Silver, E. (1997). Probing the foundations of algebra: Grade 4 pattern items in NAEP. *Teaching Children Mathematics*, 3(6), pp. 268-274.

Lamon, S. J. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework for research. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (Vol. 1, pp. 629-667). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1988). Proportional reasoning. In M. Behr & J. Hiebert (Eds.), *Number concepts and operations for the middle grades* (pp. 93-118). Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum.

Misailidou, C. & Williams, J. (2003). Children's proportional reasoning and tendency for an additive Strategy: the role of models. *Research in Mathematics Education*, 5(1), 215-247.

Rivas, M. A. (2013). *Análisis epistémico y cognitivo de tareas de proporcionalidad en la formación de profesores de educación primaria*. Tesis doctoral no publicada. Universidad de Granada, España.

Rivas, M. & Godino, J.D. (2010). Desarrollo del conocimiento del profesor mediante el estudio de configuraciones epistémicas y cognitivas de la proporcionalidad. *Educere*, 14(48), 189-205.

Disponible en: <http://www.saber.ula.ve/handle/123456789/4332>

Sanz, A., Pozo, J., Pérez, M. & Gómez, M. (1996). El razonamiento proporcional en expertos y novatos: El efecto del contenido. *Revista de Psicología General y Aplicada*, 49 (2), 337-352.

Singer, J., Kohn, S., & Resnick, L. (1997). Knowing about proportions in different contexts. En T. Nunes & P. Bryant (Eds.), *Learning and teaching mathematics: An international perspective* (pp. 115-132). Hove: Psychology Press.

Sowder, J., Armstrong, B., Lamon, S., Simon, M., Sowder, L., & Tompson, A. (1998). Educating teachers to teach multiplicative structures in the middle grades. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 1, 127–155.

Tourniaire, F., & Pulos, S. (1985). Proportional reasoning: A review of the literature. *Educational Studies in Mathematics*, 16(2), 181-204.

Vergnaud, G. (1988). Multiplicative structures. En J. Hiebert & M. Behr (Eds.), *Number concepts and operations for the middle grades* (pp. 141-161). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.