

ANÁLISE DE ERROS EM UMA PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA

Denise Helena Lombardo Ferreira - Otávio Roberto Jacobini - Celso Ribeiro Campos -
Maria Lúcia Lorenzetti Wodewotzki
lombardo@puc-campinas.edu.br - otavio@puc-campinas.edu.br – crcampos@pucsp.br-
mariallw@rc.unesp.br
PUC-Campinas – PUC-Campinas – PUC-São Paulo – UNESP-Rio Claro
Brasil

Tema: Pensamiento relacionado con la Probabilidad y la Estadística

Modalidad: CB

Nivel educativo: Terciário

Palavras-chave: conteúdos estatísticos, análise de erros, ensino superior.

Resumo

Embora os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) tenham regulamentado o ensino de estatística e probabilidade nos ensino fundamental e médio, os estudantes continuam chegando à universidade com muito pouco conhecimento dos conteúdos estatísticos. No sentido de preencher essa lacuna torna-se necessário fazer uso de atividades didáticas diferenciadas, como por exemplo, trazer para sala de aula, aspectos históricos, aplicações, tecnologia ou, como abordamos neste texto, a discussão das concepções errôneas dos estudantes. Compreender os erros cometidos e identificar pontos de tensão na aprendizagem são estratégias importantes a serem adotadas, podendo auxiliar na superação das dificuldades evidenciadas. Em nosso trabalho identificamos algumas das dificuldades com conteúdos estatísticos apresentadas por alunos frequentando a disciplina Estatística Aplicada à Administração de um curso de Administração com Ênfase em Logística e Serviços. Essas atividades estão relacionadas com as categorias referentes aos erros provenientes da: aplicação das fórmulas, interpretação do problema e interpretação dos resultados.

Introdução

É comum encontrarmos estudantes mesmo aqueles da área de exatas que apresentam dificuldades em conteúdos matemáticos. Isto pode estar relacionado com as tensões vivenciadas por eles no ensino e aprendizagem desses conteúdos nas séries iniciais. Como assinalam Ferreira e Brumatti (2009), as disciplinas de matemática costumam ser responsáveis por um alto grau de apreensão nos estudantes, desencadeando alto índice de reprovações e até mesmo evasões do curso. Esse sentimento reflete em outras disciplinas relacionadas com a matemática, como por exemplo, a estatística.

Embora os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998) tenha regulamentado o ensino de estatística e probabilidade no ensino fundamental e médio, os estudantes continuam chegando ao ensino superior com muito pouco ou nenhum conhecimento dos conteúdos estatísticos.

No sentido de preencher essa lacuna torna-se interessante fazer uso de atividades didáticas diferenciadas, como por exemplo, trazer para sala de aula, aspectos históricos, aplicações, tecnologia ou até mesmo a discussão das concepções errôneas dos estudantes. Como apontam Chick e Baker (2005), compreender os erros cometidos e identificar pontos de tensão na aprendizagem são estratégias importantes a serem adotadas, podendo auxiliar na superação das dificuldades evidenciadas.

Nessa direção, Pinto (2000) destaca que o erro configura-se como uma oportunidade didática para o professor, podendo oferecer novos elementos para ele refletir sobre as suas ações didáticas, e, como consequência, novos direcionamentos em suas práticas pedagógicas.

Nesta investigação são identificadas algumas das dificuldades com conteúdos estatísticos apresentadas por alunos frequentando a disciplina Estatística Aplicada à Administração de um curso de Administração com Ênfase em Logística e Serviços.

A compreensão das Informações relacionadas aos conteúdos estatísticos são relevantes para interpretação de gráficos, tabelas e índices veiculados diariamente pela mídia. E especificamente para o administrador, seu próprio ambiente de trabalho inclui, entre outras, habilidades para interpretar textos, trabalhar com dados, analisar gráficos e operar matematicamente números e símbolos.

Assim, dada a importância dessas questões no contexto do ensino e aprendizagem da estatística, a presente pesquisa trata do problema da análise de erros nas respostas obtidas pelas avaliações efetuadas relacionadas aos seguintes conteúdos estatísticos: medidas de tendência central e dispersão, análise de regressão e distribuição de probabilidade.

Metodologia

Os sujeitos dessa pesquisa são 22 alunos (15 do gênero feminino e 7 do gênero masculino) do 3º semestre do curso de Administração com Ênfase em Logística e Serviços. Em conversas informais com os alunos, observamos que a maioria cursou ensino médio em escolas estaduais e diziam apresentar dificuldades na área de exatas.

A primeira autora desse trabalho foi também a professora desses alunos no ano anterior da disciplina de Matemática para Administração. A convivência ao longo do semestre permitiu visualizar as dificuldades dos alunos, tanto dos conteúdos matemáticos, como

do entendimento do enunciado do problema e também de relacionar os conteúdos com as situações do cotidiano. Um problema é que muitos dos alunos não dispõem de tempo para estudar e fazer suas atividades escolares, pois gastam muito tempo no percurso: casa – Universidade – trabalho - casa.

Tipos de erros

Cada tipo de erro encontrado foi agrupado em categorias, originando três ao todo, explicitadas abaixo.

Categoria 1: erros provenientes da interpretação dos resultados

E1: coeficiente linear de Pearson fora do intervalo de validade;

E2: coeficiente angular da reta negativo, quando $r > 0$;

E3: probabilidade negativa;

E4: probabilidade do espaço amostral menor que 1;

E5: ordenação dos valores de x e de y na análise de regressão

Categoria 2: erros provenientes da aplicação das fórmulas.

E6: distribuição de frequência;

E7: média aritmética para dados agrupados;

E8: percentil;

E9: moda;

E10: coeficiente linear de Pearson;

E11: reta de regressão;

E12: distribuição binomial;

Categoria 3: erros provenientes da interpretação de problema.

E13: distribuição binomial para questões de pelo menos (mínimo) ou no máximo;

E14: definição do cálculo da área da distribuição normal;

E15: distribuição normal, quando dados os parâmetros média e desvio padrão, pede-se o valor de z crítico.

A avaliação dos alunos compreendia duas provas individuais e trabalhos em grupo referentes a resolução de listas de exercícios. Os conteúdos estatísticos abordados na primeira prova foram: distribuição de frequência, média aritmética, moda, mediana, percentil, histograma, desvio padrão, coeficiente linear de Pearson e reta de regressão linear. Na segunda prova os conteúdos foram: probabilidade, distribuição de probabilidade, probabilidade binomial e normal. Vale destacar que todos os alunos

compareceram na 1ª avaliação e houve três ausentes na 2ª avaliação. A tabela 1 mostra os conteúdos estatísticos abordados nas avaliações e os números de questões acertadas e erradas.

Tabela 1 – Conteúdos estatísticos, questões corretas, erradas e não respondidas

Conteúdo estatístico	Questões corretas	Questões com erros	Questões sem resposta
Distribuição de frequência	19	3	0
Média aritmética	16	6	0
Percentil	3	9	10
Mediana	1	7	14
Moda	7	4	11
Histograma	20	2	0
Desvio padrão	6	8	8
Coeficiente linear de Pearson	5	12	5
Reta de regressão	6	9	7
Probabilidade	15	3	1
Distribuição de probabilidade	11	5	3
Distribuição Binomial	8	8	3
Distribuição Normal	12	6	1

Análise dos erros

A maioria dos alunos da disciplina apresentava muitas dificuldades na manipulação com conteúdos matemáticos, conforme observado pela 1ª autora desse trabalho na disciplina de Matemática para Administração.

As avaliações da disciplina Estatística contemplaram exercícios compostos de conteúdos de listas de exercícios realizadas ao longo do semestre. No entanto, apesar da explicação da professora na resolução desses exercícios, alguns alunos não demonstraram a compreensão em alguns conteúdos nas avaliações realizadas individualmente, como relatado a seguir.

Na avaliação da primeira prova alguns alunos apresentaram a construção da distribuição de frequência com diferentes amplitudes entre intervalos. Alguns alunos responderam o valor modal igual a frequência e não o valor da variável correspondente. A maioria dos alunos errou no cálculo do percentil ou da mediana, obtendo como resposta o valor da posição e não o valor da variável correspondente. Em relação a análise de regressão, os erros foram provenientes da: ordenação dos valores x e y perdendo a identidade dos pares; do cálculo do coeficiente de correlação positivo quando o diagrama de dispersão apontava para o ajuste de uma reta de regressão decrescente; do valor do coeficiente fora

do intervalo de validade; do valor do coeficiente angular da reta positivo quando o coeficiente linear de Pearson deu negativo.

Na avaliação da segunda prova alguns alunos não observaram que a probabilidade do espaço amostral é 1, isto é, em alguns casos a soma da probabilidade resultou num valor menor ou maior que 1. Em relação a distribuição binomial, muitos alunos tiveram dificuldade na passagem da língua portuguesa para a matemática nos quesitos “pelo menos”, “no mínimo”, “no máximo”. Quanto a distribuição normal, os alunos tiveram dificuldade em compreender a diferença entre o desvio e a área, em encontrar a área correspondente à probabilidade.

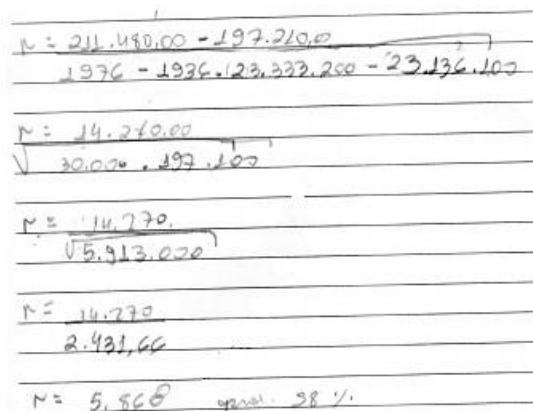
A Figura 1 destaca a questão referente ao conteúdo de Análise de Regressão e parte de sua resolução feita por um aluno. O valor do coeficiente linear de Pearson obtido foi de 5,868, quando o correto deveria ser um valor entre -1 e 1. Além disso, informou que o valor obtido corresponde a 58%.

Questão

Os dados abaixo relacionam o valor da fatura mensal de um cartão de crédito e os números de transações.

Número de transações	12	10	9	13
Valor da fatura (R\$)	1200	1380	1080	1150

- Construa um diagrama de dispersão para os dados.
- Calcule e interprete o coeficiente de correlação linear de Pearson.
- Encontre a reta de regressão e estime qual será o valor da fatura se o número de transações for igual a 12?



$$\begin{aligned}
 & \sum (x_i - \bar{x})^2 = 23,136.100 \\
 & \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 2,431.60 \\
 & r = \frac{2,431.60}{23,136.100} = 5.868
 \end{aligned}$$

Figura 1 - Registro do erro no cálculo do coeficiente de correlação linear de Pearson.

A Figura 2 apresenta a questão e a resolução obtida por um aluno sobre o conteúdo de distribuição de probabilidade. Para obter $f(200)$ o aluno efetuou a conta incorretamente, atribuindo o valor de $-0,15$, ignorando que a probabilidade de um evento é um valor entre 0 e 1. Nos estudos realizados sobre a literacia estatística, Haack (1979) destaca a necessidade de um entendimento de conceitos, vocabulário e símbolos.

2. [1.0] A tabela seguinte é uma distribuição de probabilidade parcial referente ao lucro projetado da MRA Company (X = lucro em milhares de dólares) para o primeiro ano de operação (o valor negativo denota um prejuízo).

X	$f(X)$
-100	0,10
0	0,20
50	0,30
100	0,15
150	0,10
200	0,15

a) Qual a probabilidade da MRA ser rentável?
 b) Qual a probabilidade da MRA alcançar pelo menos US\$ 50 mil?

a)

$$P(X > 0) = P(X=50) + P(X=100) + P(X=150) + P(X=200)$$

$$= 0,30 + 0,15 + 0,10 + (-0,15) = 0,4$$

b) $P(X \geq 50) = 0,4$

Handwritten calculations in the image show errors: $f(200) = 1 - (0,10 + 0,20 + 0,30 + 0,15 + 0,10) = -0,15$ and $f(200) = -0,15$.

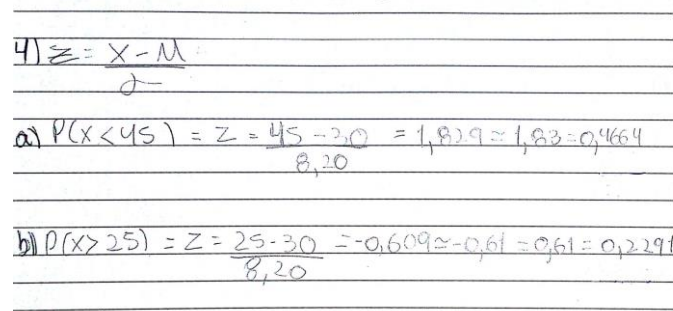
Figura 2 - Registro do erro no cálculo da distribuição de probabilidade.

A Figura 3 destaca a questão referente ao conteúdo de Distribuição Normal. O aluno ignora a formalidade na escrita, afirmando que o desvio é igual a probabilidade, além disso assume o valor da probabilidade igual aquele obtido na tabela, esquecendo de adicionar 50%. Em relação ao raciocínio estatístico sobre os dados, Garfield (2002) assinala que o estudante deve reconhecer e categorizar os dados e usar as formas adequadas de representação.

Questão 2

A média de preço das ações das empresas que compõem a S&P500 é US\$ 30, e o desvio padrão é US\$ 8,20. Suponha que os preços das ações se distribuam normalmente.

- Qual é a probabilidade de uma empresa ter um preço de, no máximo, US\$ 40 para suas ações?
- Qual é a probabilidade de uma empresa ter um preço no mínimo US\$ 20 para suas ações?
- Qual deve ser o preço das ações para que a empresa seja incluída entre as 10% maiores?



$$Z = \frac{X - M}{\sigma}$$

a) $P(X < 45) = Z = \frac{45 - 30}{8,20} = 1,829 \approx 1,83 = 0,4664$

b) $P(X > 25) = Z = \frac{25 - 30}{8,20} = -0,609 \approx -0,61 = 0,61 = 0,2291$

Figura 3 – Registro do erro na Distribuição Normal.

Os erros destacados nesse trabalho demonstram que muitos alunos não têm o hábito de estudar, de fazer os exercícios, apenas estão presentes na sala de aula e não atentam às explicações dos conteúdos. Um estudo realizado por Zang, Metzen e León (2013) sobre os erros em equações diferenciais pelos alunos de engenharia levaram as autoras a concluir que os alunos aprendem por imitação e memorização de situações, por esquemas de resolução vistos em classes, afirmando que os alunos não são capazes de pensar, criar e raciocinar por eles próprios.

Considerações

Em geral, os alunos chegam ao ensino superior com uma formação básica em matemática e/ou estatística inadequada ou insuficiente, necessitando apoio extraclasse. Embora, conscientes desse fato, pouco fazem para vencer essa barreira, pois atribuem prioridade ao trabalho para pagar os seus estudos, restando pouco tempo para investir em atividades acadêmicas.

Uma alternativa para minimizar esses problemas, pode ser encontrada ao registrar os erros dos alunos para mostrar os problemas, pois como ressalta Cury (2007, p. 93), “o erro é fonte de saberes, é um saber, enquistado, resistente, apontando para algum problema que exige atenção”.

Acreditamos que é importante analisar os erros cometidos em conteúdos estatísticos pelos alunos, pois ao entendermos as suas dificuldades torna-se possível auxiliar o professor a reconhecer as causas dos erros e conseqüentemente contribuir com mudanças no ambiente acadêmico e evitar algumas evasões nessas disciplinas.

Concluindo, pesquisas sobre os erros cometidos em conteúdos estatísticos pelos alunos de graduação podem contribuir em discussões relacionadas a metodologias de ensino e também para rever o ensino desses conteúdos no ensino fundamental e médio.

Referências

- Brasil. (1998). *Parâmetros Curriculares Nacionais Matemática*. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. – Brasília: MEC/SEMTEC, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 17/set/2012.
- Chick, H. L.; Baker, M. K. (2005). Investigating Teacher's Responses to Students Misconceptions. IN: Chick, H. L. ; Vicent, J. L. (eds.). Proceedings of the 29th Conference of the International Group for Psychology of Mathematics Education, *Anais...* 2, 249-256. Melbourne: PME.
- Cury, H. N. (2007). *Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos*. Coleção Tendências em Educação Matemática. Ed. Autêntica.
- Ferreira, D. H. L.; Brumatti, R. N. M. (2009). Dificuldades em Matemática em um curso de Engenharia Elétrica. *Horizontes*, 27, 1, 51-60.
- Garfield, J. (2002). The challenge of developing statistical reasoning. In: *Journal of Statistics Education*, v. 10, n. 3. <http://www.amstat.org/publications/jse/v10n3/garfield.html>. Consultado 14/01/2011.
- Haack, D. G. (1979). *Statistical Literacy: A guide to interpretation*. North Scituate, MA, USA: Duxbury Press.
- Pinto, N. B. (2000). *O erro como estratégia didática: Estudo do erro no ensino da matemática elementar*. Campinas: Papirus.
- Zang, C. M.; Metzen, G. A. F. V.; León, M. N. (2013). Un estudio de los errores de alumnos de ingeniería sobre ecuaciones diferenciales. *Educación Matemática Pesquisa*. São Paulo, v. 15, n. 1, p. 83-100.