

CONCEPCIONES Y CREENCIAS SOBRE LA DERIVADA Y SU ENSEÑANZA

VIELMA Ramón

Instituto Pedagógico de Miranda “José Manuel Siso Martínez”

vielmatic@gmail.com

INTRODUCCIÓN

Estudiar las concepciones y creencias en el ámbito educativo representa un elemento importante para comprender las realidades educativas que forman parte de las instituciones escolares.

Conocer, comprender, analizar y reflexionar sobre las opiniones y acciones de los diferentes entes que conforman el sistema educativo (docentes, estudiantes y comunidad educativa en general) constituye pieza fundamental para aproximarnos a los hechos y situaciones que ocurren en el contexto educativo, con la finalidad de estudiarlas con profundidad y, buscar en lo posible, mejoras a situaciones educativas cuyo funcionamiento no sea el más esperado por la comunidad educativa, en virtud a sus necesidades educativas y sociales. Dichas mejoras se pueden realizar a través de proyectos educativos a corto, mediano y largo plazo, de acuerdo a los alcances y objetivos del proyecto.

En el contexto de la enseñanza/aprendizaje como, por ejemplo, en el estudio de la matemática, las concepciones y creencias juegan un papel importante, puesto que las mismas determinan, en cierto modo, las acciones educativas tanto de los docentes como de los estudiantes, sus intereses, necesidades, conocimientos y visiones con relación a esta disciplina, sus costumbres y valores, sus formas de ver el mundo a través de la matemática, sus relaciones interpersonales, en fin, sus comportamientos en los diferentes ámbitos sociales donde se desenvuelven.

Un aspecto importante en el contexto educativo es el estudio de las concepciones y creencias que tienen docentes y estudiantes sobre algunos contenidos, temas y conceptos relacionados con distintas áreas del saber como, por ejemplo, en el área de la matemática, puesto que ello permitirá comprender y estudiar las situaciones que ocurren

con los conocimientos matemáticos, su definición, desarrollo histórico, los diferentes enfoques desde un punto de vista matemático y extramatemático, los malentendidos y errores, las aplicaciones de los conceptos en el desarrollo de problemas y/o ejercicios, entre otros; tal como se desarrolló en la presente investigación, estudiando las concepciones y creencias que tienen los profesores de Matemática Aplicada⁶ del Instituto Pedagógico de Miranda “José Manuel Siso Martínez” (IPM “JMSM”) sobre el concepto de la derivada de una función de variable real, considerando el estudio de este concepto por las diferentes razones: (a) La derivada es uno de los conceptos fundamentales del Cálculo, ya que representa junto con el estudio de la integral, herramientas matemáticas importantes para el análisis de las funciones, (b) Reportes de investigación [Cantoral y Mirón, 2000; Badillo, Font y Azcárate, 2005, Wenzelburger (1993)] señalan que los estudiantes no tienen conocimiento sobre la esencia y/o significado del concepto, desde un punto de vista intra y extramatemático, (c) Su conocimiento es importante para el estudio del Cálculo Integral, Cálculo de Varias variables y las Ecuaciones Diferenciales, y (d) El concepto de derivada es fundamental para el estudio de fenómenos naturales, sociales, económicos entre otros relacionados con el cambio y la variación, en este sentido, la derivada es considerada por muchos investigadores [Wenzelburger (1993), Dolores, Alarcón y Albarrán (2002) y Fey (2004)] como *la matemática de los cambios*, a través de sus resultados se pueden tomar decisiones y hacer predicciones sobre el comportamiento de algunos fenómenos como la velocidad de un móvil, la temperatura de un cuerpo, el crecimiento de una población, entre otros.

PLANTEAMIENTO DE LA REALIDAD DEL ESTUDIO

Dentro de los planes de estudio de la gran mayoría de las carreras que ofrecen las instituciones de Educación Superior, se contempla el estudio del Cálculo Infinitesimal, puesto que a lo largo de la historia de la matemática éste ha sido considerado como una

⁶ En el IPM “José Manuel Siso Martínez”, Matemática Aplicada es un área de conocimiento, forma parte de los Concursos de Oposición que se desarrolla en el Departamento de Ciencias Naturales y Matemáticas para los profesores que deseen trabajar como personal fijo de la institución en los cursos: Introducción al Cálculo, Cálculo Diferencial, Cálculo Integral, Cálculo de Varias Variables, Ecuaciones Diferenciales Ordinarias, Tópicos en Cálculo Numérico, Tópicos en Cálculo I y Tópicos en Cálculo II.

de las herramientas más potentes y fundamentales en el estudio de la naturaleza, principalmente porque permite estudiar el comportamiento de objetos y diversas situaciones de la vida diaria que están en constante cambio o movimiento.

El Cálculo Infinitesimal está formado por dos grandes áreas, el Cálculo Diferencial y el Cálculo Integral, donde se estudian tres conceptos fundamentales: límite, derivada e integral de una función real de variable real. Estos conceptos son de vital importancia para comprender, desde un punto de vista real, el significado y utilidad, de cada uno, en el contexto o entorno social.

Algunos investigadores en el área de Cálculo (Dolores, 2004, 2006; Badillo, Font y Azcárate, 2005, Wenzelburger, 1993), señalan algunas dificultades que presentan los estudiantes de Matemática relacionados con el aprendizaje de los conceptos fundamentales del Cálculo Infinitesimal, cabe destacar lo señalado por este último autor, con relación al estudio de la derivada, donde los estudiantes culminan el curso de Cálculo Diferencial sin realmente comprender la esencia y/o significado de dicho concepto.

En relación con lo anterior, estos autores (ob. cit), han puesto de manifiesto diversos problemas existentes en la enseñanza y aprendizaje de los conceptos fundamentales del Cálculo Infinitesimal. Uno de estos problemas tiene que ver, con el poco énfasis que docentes, estudiantes y autores de libros de textos otorgan a distintos procesos basados en el desarrollo del pensamiento matemático, dichos procesos forman parte de elementos centrales en el estudio de la esencia y significado de estos y otros conceptos matemáticos. En relación con el concepto de derivada, en el contexto educativo se presentan dificultades en la comprensión de conceptos relacionados, tales como: pendiente, velocidad, razón, límite, función, ángulo de inclinación, razón de cambio, entre otros, así como la relación de estos conceptos con la derivada, los conflictos semióticos generados en relación con la idea de derivada de una función en un punto dado y la derivada de una función, la dificultad para comprender la relación que existe entre la idea de la derivada desde un punto de vista geométrico, algebraico y desde un punto de vista físico, entre otros. Aunado a ello, existen investigaciones tales como las que realizan Badillo, Font y Azcárate (2005) donde se evidencia algunas inconsistencias y conflictos cognitivos que presentan los estudiantes cuando se enfrentan a ejercicios y/o problemas matemáticos, donde sus producciones, en muchos casos, no guardan relación directa

con los significados presentes en las definiciones formales de los conceptos matemáticos, que muestran la mayoría de los libros de textos.

Por otra parte, investigadores como Wenzelburger (1993), Vinner (1992), Blázquez y Ortega (2001), señalan que los enfoques didácticos que se desarrollan en las prácticas educativas en torno a la enseñanza/aprendizaje de los conceptos matemáticos, en particular los tres conceptos fundamentales del cálculo, se basan en el uso de un lenguaje predominantemente algebraico, lo cual implica que se reste importancia al uso de otros lenguajes propios de la matemáticas que forman parte de la representación del concepto, estas representaciones del lenguaje matemático permiten evidenciar elementos importantes sobre su significado desde un punto de vista matemático o extramatemático.

De acuerdo a esta problemática, se han desarrollado a lo largo del tiempo, reflexiones sobre la forma de orientar los procesos de enseñanza/aprendizaje. Tal es el caso del desarrollo de enfoques didácticos que permitan fomentar el pensamiento intuitivo, reflexivo y crítico de los estudiantes, a través del trabajo participativo y colaborativo de todos en el aprendizaje de conceptos, definiciones, propiedades, etc.

En relación con el aprendizaje de los conceptos matemáticos y, en particular, los conceptos fundamentales del Cálculo, investigadores como Wenzelburger (1993), Vinner (1992), Cordero (2006), coinciden en que los mismos se deben construir a través del desarrollo de un proceso intuitivo, donde las percepciones cognitivas, sensoriales y afectivas de los estudiantes forman parte importante en el proceso de adquisición del aprendizaje.

Para ello es necesario que los docentes, en la praxis educativa, propongan actividades matemáticas (problemas matemáticos o extramatemáticos) que generen situaciones conflictivas en los estudiantes, de esta forma ellos podrían desarrollar, en cierta medida, procesos de pensamientos intuitivos y lógicos para la comprensión de los conceptos matemáticos.

De allí la importancia de estudiar las concepciones de los profesores en todos los niveles del sistema educativo, sobre temas y conceptos matemáticos, como la derivada, desde el punto de vista intramatemático (en la misma disciplina) y extramatemáticos (relacionados con varias disciplinas o con el contexto de la vida cotidiana), permite comprender desde el contexto de la enseñanza/aprendizaje las realidades presentes en

la praxis educativa relacionados a los enfoques conceptuales y didácticos que desarrollan los profesores con relación a los contenidos matemáticos, las estrategias y actividades didácticas que emplea en el aula para que los estudiantes logren una mejor comprensión de los temas, las formas de representación de los conceptos matemáticos y el desarrollo del pensamiento matemático que promueven para que sus estudiantes logren apropiarse de su significado.

Por tal motivo, este estudio permitirá aproximarnos al conocimiento y posterior transformación de las realidades educativas y sociales, a través de las concepciones y creencias de los profesores de Matemática Aplicada pertenecientes al Departamento de Ciencias Naturales y Matemática del IPM “José Manuel Siso Martínez”, tomando en cuenta las tendencias relacionadas con la enseñanza de los conceptos matemáticos, particularmente, con el concepto de derivada de una función real de variable real. En esta investigación se desarrollaron las siguientes interrogantes:

¿Qué concepciones y creencias tienen los profesores de Matemática Aplicada del IPM “JMSM” sobre la derivada, así como de su enseñanza? ¿Cuáles son los enfoques conceptuales relacionados con la idea de derivada y las tendencias actuales sobre su enseñanza, cómo se manifiestan?

OBJETIVO GENERAL

Estudiar las concepciones y creencias de los profesores de Matemática Aplicada del IPM “JMSM” sobre la derivada y su enseñanza.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- 1) Estudiar elementos teóricos relacionados con las concepciones y creencias en el ámbito educativo.
- 2) Describir los sistemas de representación de la derivada.
- 3) Describir las tendencias actuales en la enseñanza de la derivada.
- 4) Analizar elementos conceptuales y didácticos que utilizan los profesores de Matemática Aplicada del IPM “JMSM” para la enseñanza de la derivada.

TENDENCIAS ACTUALES EN LA ENSEÑANZA DE LA DERIVADA

Sobre la Historia del Cálculo en el Estudio del Concepto de la Derivada

Algunas investigaciones toman en cuenta a la historia del Cálculo como herramienta didáctica para el estudio de problemas matemáticos vinculados con la derivada.

Trabajos como Dolores (2005) y, Camargo y Guzmán (2005) consideran de suma importancia el análisis y la evolución histórica de los conceptos fundamentales del Cálculo como, por ejemplo, el estudio de la derivada, ya que según estos autores (ob. cit.) permiten orientar el aprendizaje a hacia el significado y/o naturaleza que representa dicho concepto desde un punto de vista matemático y extramatemático.

Por ejemplo, Camargo y Guzmán (2005) en su investigación titulada *Elementos para una didáctica del pensamiento variacional* y, Dolores (2005) en su estudio *Elementos para una aproximación variacional a la derivada*, desarrollan una propuesta basada en la ingeniería didáctica, como metodología de trabajo, la misma tiene sus indicios en los pensamientos de la didáctica fundamentada francesa. Para el desarrollo de propuestas didácticas, basadas en esta metodología (ingeniería didáctica), es fundamental realizar, previamente a su diseño, análisis cognitivos, didácticos e histórico-epistemológicos de los conceptos matemáticos que se desea enseñar.

En lo que se refiere al análisis histórico-epistemológico su intención es indagar sobre el desarrollo histórico de los conceptos matemáticos para estudiar elementos relacionados con: (1) La relación existente entre el concepto matemático con otros conceptos de la misma o de diferentes disciplinas, (2) Indagar sobre el contexto histórico en el que surgieron los conceptos, (3) Conocer los problemas que desarrollaron algunos insignes matemáticos y que fueron fundamentales para la consolidación de los conceptos matemáticos, (4) Estudiar cómo ha ido evolucionado históricamente los conceptos a través de las distintas situaciones problemáticas tratadas en diversos períodos y la diversidad de representaciones simbólicas que forman parte del lenguaje matemático (Camargo y Guzmán, 2005).

Sobre el Uso de la Tecnología en el Estudio del Concepto de la Derivada

Se considera que los recursos tecnológicos tales como el computador, los software matemáticos, las calculadoras graficadoras, entre otros, son instrumentos

indispensables, tal como lo señala Mosquera (1996) en su artículo *la informática y el proceso de investigación matemática en la escuela*, en el diseño de estrategias para el mejoramiento de las matemáticas, teniendo en cuenta no sólo las habilidades técnicas en el manejo de estas herramientas y el conocimiento de sus desventajas como, por ejemplo, las dificultades visuales, que pueden presentar estas tecnologías y que pueden crear malentendidos sobre la esencia y/o significado de los objetos matemáticos. Siguiendo la opinión del autor anterior (ob. cit.), los recursos tecnológicos deben ser vistos dentro del contexto educativo como herramientas cognitivas para la investigación en la clase de matemática, donde los mismos sean utilizados como medio para que los estudiantes puedan comprender el dominio conceptual que representa la matemática como área de conocimiento, específicamente en la formación de ideas, conceptos y estructuras matemáticas.

El docente debe desarrollar actividades matemáticas basadas en la investigación, con la finalidad de generar conflictos cognitivos en los estudiantes para que desarrollen procesos de análisis, utilicen su creatividad, desarrollen conjeturas, estén en constante búsqueda de información, etc., con la finalidad de dar soluciones pertinentes a los problemas planteados.

SOBRE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS: VINCULACIONES DEL CÁLCULO CON OTRAS ÁREAS DE LA MATEMÁTICA.

La resolución de problemas matemáticos es considerada por muchos matemáticos y educadores (Pólya, 1945, 1965; Schoenfeld, 1985, entre otros), como el motor que impulsa los conocimientos y las formas de razonamientos y/o pensamientos de esta disciplina científica.

En la vida cotidiana nos enfrentamos a una diversidad de problemas que debemos afrontar, cuya solución puede contener diversos contenidos matemáticos, de allí la importancia que tiene esta actividad en el contexto de la educación matemática, como herramienta para comprender hechos o situaciones de nuestro entorno. (Santos, 2007).

Son muchas situaciones didácticas basadas en la resolución de problemas que investigadores como Wenzelburger, 1993; Azcárate y Deulofeu, 1996; Camargo y Guzmán, 2005; Cordero, 2006, han desarrollado con sus estudiantes, teniendo en cuenta

el estudio de la derivada y otros conceptos fundamentales del Cálculo para cumplir con uno de los objetivos importantes de esta área de la matemática, como lo es el análisis de las funciones. Un aspecto importante que consideran la mayoría de los autores mencionados (ob. cit.) es la importancia de estudiar diversas representaciones de los conceptos matemáticos basados en el uso del lenguaje matemático y la comprensión de las ideas matemáticas sobre las representaciones del concepto, con la finalidad de desarrollar habilidades para la transferencia de conocimientos como, por ejemplo, comprender la idea de pendiente de una recta a través de su representación gráfica y su relación con su representación analítica.

ENFOQUE DE LA INVESTIGACIÓN

El enfoque de investigación se inscribe dentro del paradigma cualitativo. Se pretende estudiar a los individuos o grupos sociales en el medio donde se desenvuelven, teniendo en cuenta su características, su forma de ser y actuar, etc.

En este sentido, según Martínez (2004) señala que: “La investigación cualitativa trata de identificar, básicamente, la naturaleza profunda de las realidades, su estructura dinámica, aquella que da razón plena de su comportamiento y manifestaciones” (p. 66).

En relación con lo anterior, es importante tener en cuenta diferentes aspectos que forman parte de algunos problemas didácticos relacionados con el tratamiento de los conceptos matemáticos, entre ellos, conocer, indagar, comprender, estudiar y/o analizar las diferentes acciones que se desarrollan en el campo educativo, las formas de actuar, de pensar, de convivir, en fin, la forma de ver el mundo que tienen los profesores y estudiantes en torno al saber, así como aspectos relacionados con la enseñanza y el aprendizaje.

En este trabajo se utilizó el estudio de casos, según Rusque y Castillo (2003) se define como “una metodología concebida para el trabajo de grupo, cuyo aspecto cualitativo, nos permite extraer conclusiones de fenómenos reales o simulados en una línea formativa de investigación...” (p. 29).

De acuerdo con la naturaleza del estudio, la investigación tiene un carácter interpretativo porque busca relacionar características y explicar las observaciones tomadas de la realidad (Hurtado de Barrera, 2005). De ésta manera la finalidad de este

trabajo fue estudiar las concepciones y creencias de un grupo de profesores del área de Matemática Aplicada, que administran o han administrado el curso Cálculo Diferencial en el IPM “JMSM” sobre la enseñanza del concepto de la derivada, la formas de representar dicho conceptos a través de las actividades didácticas que emplea en el aula, así como las estrategias, métodos y los recursos didácticos que utilizan para orientar los procesos de aprendizajes.

TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN

Se emplearon como técnicas de recolección de información la entrevista semiestructurada y la observación directa o participativa.

TÉCNICAS DE ANÁLISIS DE DATOS

Para el análisis de la información recolectada en las entrevistas y observaciones se tomó en cuenta lo referido por Martínez (2004) el cual considera que el investigador luego de ir al campo de observación debe revisar los datos escritos en varias oportunidades, e ir nuevamente al campo, obtener datos y analizarlos, lo cual le permite revivir la situación concreta, para tomar una actitud de reflexión acerca de la experiencia vivida, comprendiendo de esta manera lo que sucede o pasa, esto con la finalidad de poder captar detalles o aspectos nuevos que no fueron vistos con anterioridad los cuales pueden enriquecer ampliamente el significado de la información obtenida.

La información recolectada, mediante entrevistas no estructuradas y observaciones directas o participativas, se sometió a un proceso de categorización.

Por categorización se entiende al proceso de clasificar conceptualmente las informaciones obtenidas en observaciones o entrevistas (Martínez, 2004)

Para la credibilidad de este estudio se utilizó la triangulación, según Rojas de Escalona (2007) consiste “en contrastar datos provenientes de diferentes fuentes, técnicas, métodos, investigadores e interpretarlos desde distintos enfoques teóricos” (p. 168).

CONCLUSIONES

1. Los profesores entrevistados consideran importante definir la derivada de una función de una variable real, como el límite del cociente incremental, idea asociada

- con lo que, previamente, definen los libros de texto, como la pendiente de la recta tangente a una curva dada o la velocidad instantánea de un móvil.
2. La mayoría de los profesores entrevistados coinciden en que la derivada se puede estudiar a través de razones de cambio, tasas de cambio o como una tasa de variación, considerando que estas ideas están asociadas con las aplicaciones de la derivada.
 3. Para los profesores entrevistados, las representaciones del concepto de la derivada permiten estudiar su esencia y/o significado matemático y extramatemático, considerando la variedad de actividades basadas en el lenguaje matemático.
 4. Los profesores entrevistados ante la pregunta relacionada con la enseñanza actual del Cálculo comentaron sobre la estructura sistemática y monótona que algunas veces se utiliza en las prácticas educativas basadas en el modelo tradicional de la enseñanza.
 5. Sólo un profesor comenta acerca de algunas corrientes en la enseñanza del Cálculo que buscan desarrollar investigaciones sobre el estudio de los conceptos fundamentales del Cálculo.
 6. Con respecto a la enseñanza actual del Cálculo, los profesores entrevistados argumentaron sobre la importancia del uso de las herramientas didácticas, como recurso de apoyo, para el estudio de la derivada en nuestras instituciones educativas, tales como los libros de texto y los recursos tecnológicos, específicamente los software educativos.
 7. Para los profesores entrevistados, las estrategias de enseñanza que constituyen elementos importantes para su aplicación en los contextos educativos son las actividades grupales, supervisadas y/o monitoreadas por el docente, tomando en cuenta algunos métodos y estrategias para el desarrollo de competencias matemáticas como la resolución de problemas basados en la enseñanza por proyectos y la modelación matemática.
 8. El profesor (P.1) estudia el concepto de la derivada en el contexto del aula, bajo los enfoques geométrico y algebraico de la derivada, tal como no los presentan los libros de texto.

9. Las actividades matemáticas que propone a sus estudiantes tienen que ver con el desarrollo de ejercicios cuyo objetivo es el uso y el desarrollo de habilidades para la aplicación de reglas y las técnicas algorítmicas
10. Las estrategias de enseñanza que utiliza el profesor (P.1) son unidireccionales debido a que sus clases son expositivas y bidireccionales, porque a través de la técnica de la pregunta busca indagar, por medio de preguntas concretas y breves, algunos conocimientos vistos por los estudiantes anteriormente.

RECOMENDACIONES

1. Esta investigación puede ser fuente de información para futuras investigaciones interesadas en el desarrollo de propuestas didácticas que contribuyan a mejorar la calidad educativa en la enseñanza del Cálculo.
2. Es necesario y fundamental en nuestras instituciones educativa, conocer nuevos aportes educativos producto de las investigaciones actuales con relación a la enseñanza del Cálculo, ello dará una visión general de las experiencias educativas (actividades, estrategias, recursos y métodos educativos, entre otros) en torno a la enseñanza de los conceptos matemáticos como, por ejemplo, la derivada, lo cual permitirían una comprensión amplia sobre su esencia y/o significado, desde un punto de vista matemático y extramatemático.
3. Por otra parte, también es importante el desarrollo de talleres y foros de discusiones sobre los contenidos matemáticos, para profundizar sobre su origen histórico, su naturaleza matemática y extramatemática, así como aspectos relacionados con su didáctica.
4. Se considera que es necesario en el IPM "JMSM" la creación de ambientes de enseñanza/aprendizaje basado en el uso de la tecnología para el estudio de conceptos matemáticos, ya que los mismos constituyen un elemento fundamental para el desarrollo de habilidades visuales en los estudiantes, además permite fomentar procesos de pensamiento matemático que permitan estudiar sobre el comportamiento gráfico, analítico o algebraico, numérico, simbólico, entre otros, de los conceptos, tal como ocurre con el estudio de las funciones, que se pueden

- estudiar con algún software matemático o con la calculadora graficadora, teniendo en cuenta sus distintas formas o sistemas de representación.
5. Ante el nuevo proceso del diseño curricular, es conveniente la discusión sobre la forma de orientar los programas de estudios, basados en las necesidades y demandas sociales, económicas, políticas, educativas, entre otras, donde los objetivos de la enseñanza/aprendizaje estén enfocados al desarrollo de habilidades para la argumentación crítica, la indagación y la búsqueda de información, el trabajo cooperativo, el análisis y síntesis de la información, así como, para el desarrollo de actitudes en las tomas de decisiones, la ejecución de tareas, la búsqueda de alternativas y opciones para el desarrollo de las actividades y la búsqueda de solución o soluciones a los problemas planteados.
 6. Esta investigación pudiera extender su estudio para indagar sobre las concepciones y creencias que tienen los estudiantes del IPM "JMSM" con relación al concepto de la derivada, así como de la enseñanza/aprendizaje del Cálculo.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFÍAS

Azcárate, C. y Deulofeu, J. (1996). *Funciones y gráficas*. Madrid: Síntesis.

Badillo, E.; Font, V. y Azcárate, C (2005). Conflictos semióticos relacionados con el uso de la notación incremental y diferencial en los libros de física y de matemática del bachillerato. *Enseñanza de las Ciencias*. [Revista en línea]. Extra. Disponible: <http://www.webpersonal.net/vfont/BadilloFontAzcarateEC.pdf> [Consulta 2007, Septiembre 21]

Blázquez, S. y Ortega, T. (2001). Los sistemas de representación en la enseñanza del límite. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa. (Relime)* [Revista en línea], 3. Disponible: <http://www.clame.org.mx/bdigital/relime/pdf/2001-4-3/2.pdf> [Consulta: 2008, Julio 17].

Cantoral, R. y Mirón, H. (2000). Sobre el estatus de la noción de derivada: De la epistemología de Joseph Louis Lagrange al diseño de una situación didáctica. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa. (Relime)* [Revista en línea], 3. Disponible: www.relime.com [Consulta: 2007, Septiembre 21].

Camargo, L. y Guzmán, A. (2005). *Elementos para una didáctica del pensamiento variacional*. Bogotá: Magisterio.

- Cordero, F. (2006). *El uso de las gráficas en el discurso escolar. Una visión socioepistemológica*. Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Comité Latinoamericano de Matemáticas. A.C. CLAME
- Cordero, F. y Flores, R. (2007). El uso de las gráficas en el discurso escolar. Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa. (Relime)*. [Revista en línea], 10. Disponible: <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2262374>. [Consulta: 2007, Agosto 16].
- Dolores, C. (s.f.). *Una Introducción a la derivada a través de la variación*. Cuadernos didácticos. Volumen 6. Editorial Iberoamérica. [Documento en línea]. Disponible: <http://cecte.ilce.edu.mx/docs/mate/derivada.pdf> [Consulta: 2007, Diciembre 27].
- Dolores, C., Alarcón, G. y Albarrán, D. (2002). Concepciones alternativas sobre las gráficas cartesianas del movimiento: el caso de la velocidad y la trayectoria. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa. (Relime)* [Revista en línea], 3. Disponible: <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2147132> [Consulta: 2007, Noviembre 4].
- Dolores, C. (2004). Acerca del análisis de funciones a través de sus gráficas: Concepciones alternativas de estudiantes de bachillerato. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa. (Relime)* [Revista en línea], 3. Disponible: <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2095497&info=resumen&modo=popup>. [Consulta: 2007, Diciembre 27].
- Dolores, C. (2005). *Elementos para una aproximación variacional a la derivada*. México: UAG- Díaz de Santos.
- Dolores, C. (2006). *Argumentaciones de los estudiantes en el análisis de funciones*. Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Comité Latinoamericano de Matemáticas. A.C. CLAME.
- Fey, J. (2004). *Cantidad*. En: L. Steen (Eds.). *La enseñanza agradable de las matemáticas*. (pp. 67-101). México: Limusa.
- Hurtado de Barrera, J. (2005). *Cómo formular objetivos de investigación. Un acercamiento desde la investigación holística*. Caracas: Ediciones Quirón.
- Martínez, M. (2004). *Ciencia y arte en la metodología cualitativa*. México: Trillas.
- Mosquera, J. (1996). La informática y el proceso de investigación matemática en la escuela. *Educación Matemática*, 8(1), 13-25.
- Pólya, G. (1945). *How to solve it. A new aspect of mathematical method*. Princeton University Press: Princeton.
- Pólya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.

Rojas de Escalona, B. (2007). *Investigación cualitativa. Fundamentos y praxis*. Fondo Editorial de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador (FEDEUPEL). Caracas-Venezuela.

Rusque, A. y Castillo, C. (2003). *Método de casos. Su construcción y animación para la interacción docente*. Valencia-Caracas: Vadell Hermanos.

Santos, L. (2007). *La resolución de problemas matemáticos. Fundamentos cognitivos*. México: Trillas.

Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Orlando: Academic Press.

Vinner, S. (1991). *The role of definitions in the teaching and learning of mathematics*. En D. Tall (Ed), *Advanced mathematical thinking* (pp. 65-81). Dordrecht-Boston-London: Kluwer.

Vinner, S. (1992). *¿Evitar consideraciones visuales para los estudiantes de cálculo? Antología en Educación Matemática*. Compilador: Cambray, Rodrigo. [Documento en línea]. Disponible: <http://cecte.ilce.edu.mx/docs/mate/Lectura1m7.pdf> [Consulta 2007, Septiembre 21].

Wenzelburger, E. (1993). Introducción de los conceptos fundamentales del cálculo diferencial e integral-Una propuesta didáctica. *Educación Matemática*, 5(3).