INTERDISCIPLINARIEDAD ENTRE LINGÜÍSTICA Y SIMBOLIZACIÓN ALGEBRAICA. UNA PROPUESTA DIDÁCTICA

Carlos Enrique Correa Jaramillo
Universidad Técnica Particular de Loja. Ecuador.
cecorrea@utpl.edu.ec
Nivel medio

Palabras clave: Significante. Significado. Simbolización. Interdisciplinariedad.

Resumen
El presente trabajo se basa en actividades didácticas realizadas de forma empírica con estudiantes que empiezan el estudio del álgebra, y se refiere a las nociones lingüísticas de significante y de significado, las mismas en las que me voy a apoyar, interdisciplinariamente, para la introducción a la simbología algebraica. Para ello, me he servido primeramente de dibujos de objetos materiales y tangibles, empezando por el sentido de la vista y continuando con los demás, así como con otras percepciones psicológicas como las emociones, los sentimientos, las concepciones, de tal forma que permitan distinguir claramente las dos nociones de significante y significado y que van a utilizarse en la simbolización de objetos ideales como son los algebraicos. Al hacerlo, se toma a elementos de diferente índole del entorno de los estudiantes y que son asequibles a los mismos, procediendo de lo concreto y tangible a lo abstracto e intangible. Una vez aprehendidas estas dos nociones, es posible abordar el estudio de la simbología algebraica de manera fluida y sin complicaciones de conceptos más definidos y precisos, propios de las matemáticas, y a los que deberá llegarse posteriormente, después de una etapa intuitiva.

Fundamentación
El inicio del aprendizaje del álgebra es una etapa tan complicada como el inicio del aprendizaje de las primeras letras y los números. En ambos momentos el estudiante se enfrenta a situaciones totalmente nuevas, pues no ha habido un conocimiento previo de los elementos que entran en juego. Cuando se aprende la resta, por ejemplo, ya se conocen los números naturales y la operación de adición, es decir, ya se tienen las dos nociones sobre las que se asienta la resta. Posteriormente, la multiplicación y la división de números naturales se basarán en estos conocimientos previos. De igual forma, el aprendizaje de los números racionales y de los reales, se basa en esos primeros conocimientos. A su vez, lo nuevo en la suma de números decimales está en la introducción de la coma para separar la parte entera de la parte decimal, porque los saberes sobre la escritura posicional de los números o el algoritmo para sumarlos ya fueron adquiridos al aprender la suma de números enteros.

Una situación distinta deviene cuando tenemos que utilizar una simbología diferente a la usual para las cantidades cuando entramos al aprendizaje del álgebra.

Para nosotros, los adultos, es fácil entender que una letra puede representar una cantidad. Pero esto es así por cuanto ha habido un desarrollo de la inteligencia, debido tanto a la edad cuanto al conocimiento. Según Piaget (1978), hay etapas del desarrollo de la inteligencia, según las cuales, no se puede adelantar aprendizajes que corresponden a etapas posteriores. Por ejemplo, no se puede enseñar a un niño de ocho años a que haga deducciones formales. Ayudarlos a los estudiantes a avanzar en el conocimiento tomando en cuenta la etapa de desarrollo en que se encuentran es el compromiso que todo docente debe tener presente en el ejercicio de su vocación.

En nuestra práctica didáctica en la enseñanza del álgebra, nos hemos encontrado con casos de estudiantes para quienes la simbolización algebraica les ha provocado verdaderos problemas en su comprensión y dificultades en lo posterior. Todo ello debido a fallas en diversos ámbitos, muchas de las cuales han sido inconscientes, pero que pueden preverse y corregirse.

Según Ruiz (2003), los errores y obstáculos que se presentan en la enseñanza de esta ciencia han sido estudiados por Brousseau, quien dice que el error no se produce solamente debido a la ignorancia del tema, a la incertidumbre, o al azar, como se postulaba en las teorías empiristas o conductistas del aprendizaje; sino que es producto de un conocimiento anterior que ejerce su acción en nuevas situaciones en las que se revela falso o no aplicable debido a que son otras condiciones. De manera que es factible identificar el origen de estos errores puesto, que no se producen espontáneamente. En este sentido, queremos dar un aporte para determinados momentos de enseñanza de la simbolización.

Como lo anota igualmente Ruiz (2003, p. 53), “El origen de los obstáculos puede ser: epistemológico, ontogenético y didáctico”.

Los obstáculos de origen epistemológico son aquellos ligados al saber anterior, es decir, se basan en conocimientos anteriores que ya no son válidos para una nueva situación. Los de origen ontogenético se refieren a aquellos que tienen que ver con el desarrollo neuropsicológico de los estudiantes. Finalmente, los de origen didáctico tienen relación con los errores que comete el profesor. (Ruiz; 2003)

Consideramos que, de alguna manera, los obstáculos en el proceso de enseñanza – aprendizaje de la simbolización algebraica, están ligados a los tres orígenes. Veamos: en el caso de los errores de origen epistemológico, existen en el estudiante conocimientos previos relativos a la asignación de palabras estables, definitivas, para nombrar a los objetos, con la consecuente escritura también estable. El pensamiento del estudiante se ha modelado para que piense que las letras no pueden servir para representar cantidades. El conocimiento anterior es un obstáculo para el nuevo conocimiento.

En lo referente a los obstáculos de origen ontogenético, nos encontramos con que el estudiante no ha logrado todavía diferenciar el significante del significado. Es, por lo tanto, necesario que adquiera las nociones claras de esta estructura mental y lingüística para que admita lo relativo y convencional de la simbolización como para utilizar letras en vez de números.

Y, en tercer lugar, existe el error didáctico de utilizar mal las palabras por parte del profesor cuando, por ejemplo, se refiere a los numerales con el término de número. Esto, lingüísticamente hablando, es posible hacerlo siempre y cuando se distingan de forma clara los dos conceptos.

Además, hay tópicos que no han sido tomados en cuenta en la enseñanza tradicional. Por ejemplo, la referencia al entorno, la interdisciplinariedad, la creatividad, la actividad y construcción propia de los conceptos por parte del estudiante, la formación de valores, etc., los mismos que el profesor debe integrarlos en el desarrollo del tema para dar una educación integral y no una enseñanza compartimental, aislada, focalista.

Estas consideraciones me llevaron a pensar en una propuesta didáctica integradora que tome en cuenta, básicamente, la interdisciplinariedad de las ciencias, la teoría de los obstáculos en la enseñanza de matemáticas y la teoría del desarrollo intelectual de Piaget (1979).

Desarrollo de la propuesta
Luego del saludo y del inicio formal de la clase, les presento a los estudiantes el siguiente dibujo:

y les pregunto "¿qué ven ustedes aquí?" La respuesta inmediata es: "una casa".
Les presento a continuación otro dibujo:

y repito la pregunta. La respuesta no se hace esperar: "Es un árbol".

Entonces les digo: "Hablando en lenguaje cotidiano, está bien decir que es una casa y que es un árbol; pero hablando en términos propios, debemos decir que es el DIBUJO de una casa y que es el DIBUJO de un árbol". Y les explico acerca de la diferencia que hay entre el objeto, que vemos que es uno solo, y el dibujo, que puede presentarse de diferentes maneras. Una cosa es la representación o dibujo (al que le diremos que es el "significante") y otra cosa es el concepto del objeto representado (es decir, el "significado" de ese dibujo), el mismo que se forma en el cerebro de cada uno.

Ampliando el ámbito de la experiencia, les indico que hay cómo representar no solamente objetos visibles, sino también fenómenos audibles. Entonces emito un sonido vocálico como la “a” y les digo que ese sonido físico, que lo perciben con el oído, puede representarse así: “A”, o “a”, etc. Les hago ver que cada uno hace unos rasgos diferentes del símbolo pero que todos ellos representan lo mismo. Les amplío la información para indicarles que, en griego, el símbolo es y se llama “alfa” y que, en hebreo, el símbolo se llama “aleph”. Paso a señalar que esta simbolización se hace con todos y cada uno de los sonidos de un lenguaje, lo que se concreta en el alfabeto respectivo.

Aprovecho también la oportunidad para hablar algo acerca del lenguaje, estableciendo una relación interdisciplinaria entre lenguaje y matemáticas. Por ejemplo, les digo que las letras, los signos ortográficos, los signos de interrogación y de exclamación, etc., son los significantes que utilizamos en el lenguaje para significar las diferentes nociones del mismo, y que en matemáticas utilizamos los numerales, los signos de operaciones, el signo de igualdad, etc., para estas nociones matemáticas (sin hablar todavía de letras que representan números). Lenguaje y matemáticas se parecen porque expresan significados mediante significantes. Ambas asignaturas tienen su propia ortografía y su propia sintaxis.

Pero no solo podemos simbolizar sonidos emitidos por el ser humano. La humanidad ha llegado a inventar un código consistente para los sonidos musicales. Además, el pentagrama contiene símbolos no solo de los sonidos o notas musicales, sino también de su duración, del ritmo, etc. Amplío de este modo la relación interdisciplinaria de las ciencias.

A más del ámbito de la representación de los objetos materiales y de los sonidos, podemos representar órdenes, mandatos, normas. Para hacer notar este ámbito, les pregunto a los estudiantes si han visto algún símbolo que signifique “no fumar”, “pare”, “virar a la derecha”, “no virar a la derecha”, “no rebasar”, “hacer silencio” (en una clínica u hospital), “arrojar los papeles en el cesto”, “no utilizar celulares”, “no fotografiar”. Ellos toman conciencia de la pregunta, reflexionan y luego me sorprenden con otros tantos casos e inquietudes. Poco a poco van observando la cultura de simbolización que hemos construido.

En el pizarrón les dibujo después un corazón sangrando con una flecha clavada en él y les pregunto sobre su significado. No tardan en contestarme que se trata de un corazón enamorado. Les indico que el amor es una manifestación de nuestra psique y que podemos simbolizar también otras manifestaciones psicológicas, artísticas, culturales, filosóficas, éticas. Así, por ejemplo, el teatro se representa mediante dos máscaras, la una sonriendo y la otra llorando; la justicia se representa mediante una mujer vendada con una balanza y una espada; la música mediante una lira; a Jesucristo mediante una cruz; la institución de la Cruz Roja mediante una cruz de ese color, la misma que los árabes lo hacen con una media luna. Y podemos distinguir símbolos de marcas de productos; los símbolos patrios; los símbolos de instituciones del Estado; de grupos musicales; de las diferentes mitologías; etc.

Después de toda esta visión panorámica, paso a focalizar la atención en la aritmética, para que estén listos, en su momento, a abordar el álgebra. Les digo algo como lo siguiente: “Voy a hacer en la pizarra el siete”. Y dibujo el numeral VII romano. Esto les causa un poco de sorpresa porque esperaban a que colocara el símbolo 7 arábigo, que es más común, y me sirve, con todo lo anterior, para que puedan diferenciar la cantidad y su numeral, es decir, entre significado y significante de un número en particular. Les digo que también lo puedo simbolizar con el numeral arábigo. Les muestro otros numerales inventados por diferentes culturas en diferentes tiempos. Con esto intuyen también el aspecto histórico de la construcción matemática.

Hago referencia a otros símbolos aritméticos de operaciones que ya conocen como el "más", el "menos", el "por", o de relaciones como el "igual", el "mayor que", el "menor que". Les hago notar que la operación de potenciación tiene una forma singular de simbolizarla: mediante un número pequeñito en la parte superior derecha de la base. Con lo cual está preparado el camino para entrar en el ámbito del álgebra.

En este momento paso a proponerles un reto para su creatividad que, en un comienzo, los deja sorprendidos. Les digo: "Puesto que los símbolos son un invento del ser humano para representar objetos, cantidades, ideas, nociones, acciones, sentimientos o cualquier otra cosa, les pido que inventen un símbolo totalmente nuevo para el siete. No debe ser, por ejemplo, un asterisco, una estrella, un caracol u otro que ya antes se haya visto o hecho". Y espero al primero que tome la iniciativa.

Después de pocos instantes se atreve a pasar al pizarrón un primer estudiante y dibuja su significante esperando mi aprobación, la misma que le doy inmediatamente. Esto abre las puertas para que sigan pasando los demás, cada quien con uno más sofisticado que otro. Cuando todos han pasado les digo que estoy frente a personas creativas, lo que aumenta su autoestima y su satisfacción. He conseguido el objetivo fundamental: que los estudiantes puedan separar las nociones de significante y significado y que, concretamente para álgebra, puedan entender que se puede asignar a los números, significantes diferentes a los usuales.

Les digo, a continuación, que yo también voy a hacer un significante para el siete, aunque no es tan original como el de ellos, pues se lo usa para el lenguaje. E inmediatamente hago en el pizarrón la letra equis. Luego escribo:

$$x + 1 =$$

y les pregunto por la respuesta. Me dicen: "ocho". Constato así que han empezado a comprender la simbolización algebraica.

Para realizar un refuerzo, les propongo que completen el segundo miembro de igualdades como las siguientes:

$$x + 8 =$$
$$x + x =$$
$$x^2 =$$
$$x^2 + 3 =$$
$$x^2 - 9 =$$
$$x^2 + x =$$
$$x^2 - x + 1 =$$
$$x^3 =$$

$$x^3 - x^2 =$$

Puedo agregar otra letra que represente, supongamos, al cinco. Escojo la letra y. Coloco en el pizarrón:

$$y + 6 =$$
$$x + y =$$
$$x^2 + y =$$
$$x + y^2 =$$

Casi todas las respuestas que obtengo son satisfactorias.

Para que puedan adaptarse a la significación variable de los símbolos algebraicos, les hago ver que es posible que otra persona haya tomado la letra x para representar al nueve, lo que es completamente válido para él y para quienes han convenido en que así sea. Lo que debemos aceptar es que en el contexto mío, la letra x represente al siete y, en el contexto de la otra persona, represente al nueve. Podemos ir más allá y quedar de acuerdo en que nosotros mismos podemos considerar la simbolización de manera pasajera y no permanente. Convendremos en que en cada momento y dentro del mismo discurso o situación, le asignaremos un valor momentáneo a cada letra, para asignarle otro valor en otra situación o problema.

Con el afán de integrar esta última parte sobre la representación momentánea del número con la inmediatamente anterior sobre la simbolización primera, les propongo ecuaciones sencillas de primero y segundo grado para que las resuelvan, como las siguientes:

$$x + 4 = 6$$
$$x - 7 = 10$$
$$x^2 = 25$$
$$x^2 - 3 = 10$$
$$x^2 + x = 6$$

logrando un buen nivel de comprensión.

Considero también el aspecto lúdico en la enseñanza de las matemáticas y les presento en el pizarrón lo siguiente:

@ - $ = %
\+ + +
% - € = $

& $ - % = @

y les pido que encuentren los valores representados de acuerdo a las condiciones que se indican.

Termino la clase pidiéndoles que ellos mismos propongan expresiones algebraicas utilizando la mayor cantidad de letras a las que deben asignarles un valor, así como para todas las operaciones que conocen.

Conclusión

Esta experiencia me ha arrojado un resultado alentador ya que he constatado empíricamente una diferencia significativa con el método tradicional, ya que el aprendizaje del simbolismo algebraico resulta bastante fácil de esta forma, aparte de que he logrado algunos otros objetivos de la educación, entre otros: la interdisciplinariedad, la utilidad de la ciencia, el desarrollo de la creatividad, la referencia al entorno, etc.

Conviene plantear ahora una investigación formal por cuanto los resultados nos llevan a pensar que se puede conseguir un método más eficaz para la enseñanza de la simbolización algebraica y por cuanto, también, se vuelve indispensable la experimentación para controlar las variables extrañas y llegar a validar la hipótesis utilizando una metodología aceptada y mediante decisiones basadas en la experimentación científica.

Referencias Bibliográficas

Piaget, J. (1 978). *Problemas de psicología genética*. Barcelona: Ariel

Piaget, J. (1 979). *Seis estudios de psicología*. Barcelona: Editorial Seix Barral S. A.

Ruiz, M. (2 003). Aprendizaje y Matemáticas. En Chamorro M. (Coord.). *Didáctica de las Matemáticas*. Madrid: Ed. Pearson Prentice Hall.