

DIAGNOSTICO DE HABILIDADES MATEMÁTICAS EN ALUMNOS INGRESANTES

*Marta Golbach, Analía Mena, Graciela Abraham, Graciela Galindo,
María Rosa Rodríguez, Mabel Rodríguez Anido*
Facultad Regional Tucumán. Universidad Tecnológica Nacional. Argentina
mgolbach@tucbbs.com.ar, graju6@yahoo.com.ar
Nivel Universitario

Palabras clave: Habilidades. Matemática. Diagnóstico. Alumnos.

Resumen

Las nuevas concepciones en el campo de la educación matemática hacen un mayor hincapié en el desarrollo del pensamiento lógico-formal. Por ello, la importancia del aprendizaje significativo y el desarrollo de algunas habilidades generales o procedimientos matemáticos. El presente trabajo tiene por objetivo mostrar los resultados de la investigación realizada con el fin de diagnosticar el nivel de desarrollo de habilidades matemáticas alcanzadas por los alumnos ingresantes que cursaban la asignatura Álgebra y Geometría Analítica en el periodo lectivo 2010 en la Facultad Regional Tucumán. La información se recolectó a través de un instrumento diseñado especialmente, prueba diagnóstica, que se aplicó a una muestra aleatoria de alumnos, cuya resolución implicó la puesta en práctica de ciertos procesos cognitivos que integran el grupo de habilidades generales, imprescindibles en Matemática. La misma pretendía evaluar los prerequisites de aprendizaje de Cónica y Sistemas de Ecuaciones Lineales. El marco teórico se elaboró a partir del Sistema Básico de Habilidades Matemáticas definido por Hernández Fernández y otros. Respecto al comportamiento cognitivo global se observó que un bajo porcentaje de alumnos poseen un buen nivel de conocimientos matemáticos, se destaca el nivel alcanzado en el desarrollo de las habilidades conceptuales, siendo insuficiente en las restantes, entre ellas las habilidades traductoras, heurísticas y metacognitivas.

Introducción

La enseñanza de la matemática debería proporcionar al estudiante las herramientas que le permitan prepararlo para insertarse en el mundo laboral e integrarse en la sociedad, con capacidad de pensamiento crítico y con habilidades para resolver problemas diversos, acorde a la dinámica de la sociedad misma.

Las nuevas concepciones en el campo de la educación matemática hacen mayor hincapié en el desarrollo del pensamiento lógico-formal. Por ello, la importancia del aprendizaje significativo y el desarrollo de algunas habilidades generales o procedimientos matemáticos. Autores como De Sánchez (1991), sostiene que el aprendizaje de la Matemática, además de estimular el razonamiento, desarrolla habilidades generales que permite al alumno actuar y resolver una gran variedad de situaciones de la vida diaria.

Este artículo es un avance del Proyecto de investigación “Actualización Epistémica y Didáctica de la Matemática. Sistema de Autorregulación y Autoevaluación en la Estructuración de Nuevo Material Didáctico” sustentado en las concepciones

constructivistas del aprendizaje. En trabajos anteriores se analizaron las actitudes, los errores más frecuentes ligados al proceso enseñanza aprendizaje de la Matemática y se investigó en qué medida los alumnos que cursan la asignatura Álgebra y Geometría Analítica, son autorreguladores de sus aprendizajes. Actualmente se encuentran en etapa de elaboración los materiales curriculares correspondientes a la unidad de Cónica y de Sistemas de Ecuaciones Lineales con una serie de estrategias didácticas y actividades que favorecen el aprendizaje significativo, propician la autoevaluación y la regulación continua del aprendizaje, lo cual contribuirá en la formación de un estudiante independiente.

El objetivo de esta investigación fue, diagnosticar el grado de desarrollo de ciertas habilidades o procedimientos generales matemáticos alcanzado por los alumnos ingresantes a la carrera Ingeniería en Sistemas de Información de la Facultad, a partir de una prueba diagnóstica. Se pretendía con la misma evaluar, previo a implementar las experiencias, los prerequisites de aprendizaje de los temas Cónica y Sistemas de Ecuaciones Lineales.

Marco teórico

En este trabajo se considera la clasificación propuesta por Hernández Fernández, Delgado Rubí y Fernández de Alaíza (2001). Estos autores definen un Sistema Básico de Habilidades Matemáticas, a través de las cuales es posible resolver problemas matemáticos en su acepción amplia. Dichas habilidades están fundadas en el principio de que “*no se puede separar el saber, del saber hacer, porque siempre saber es saber hacer algo, no puede haber un conocimiento sin una habilidad, sin un saber hacer*” (Talízina, 1984). Sostienen que el grupo de habilidades generales imprescindibles para el trabajo en Matemática son: Interpretar, Identificar, Recodificar, Calcular, Algoritmizar, Graficar, Definir, Demostrar, Modelar, Comparar, Resolver, Optimizar, Aproximar.

Los procedimientos o habilidades se pueden agrupar según el tipo de función que realizan:

• Habilidades Conceptuales

- *Definir*: Establecer mediante una proposición las características necesarias y suficientes del objeto de estudio.
- *Demostrar*: Establecer una sucesión finita de pasos para fundamentar la veracidad de una proposición o su refutación.
- *Identificar*: Distinguir el objeto de estudio matemático sobre la base de sus rasgos esenciales. Es determinar si el objeto pertenece a una determinada clase de objetos que presentan ciertas características distintivas. La formación de esta habilidad complementa al sujeto de un recurso teórico insustituible para la toma de decisiones y la resolución de problemas contribuyendo, por lo tanto, a la formación de un pensamiento matemático riguroso, reflexivo y profundo.
- *Comparar*: Es establecer una relación entre dos entes matemáticos de un mismo conjunto o clase, asociándolos según determinadas características comunes a ambos.

• Habilidades Traductoras

- *Interpretar*: Atribuir significado a las expresiones matemáticas de modo que éstas adquieran sentido en función del propio objeto matemático o en función del fenómeno o problemática real de que se trate.

Modelar: Es asociar a un objeto no matemático un objeto matemático que represente determinados comportamientos, relaciones y características propias. En la actualidad la formación de esta habilidad es fundamental.

- *Recodificar*: Es transferir la denominación de un mismo objeto de un lenguaje matemático a otro. Es expresar el mismo tipo de objeto a través de formas diferentes.

- **Habilidades Operativas**

- *Graficar*: Representar relaciones entre objetos matemáticos, tanto desde el punto de vista geométrico como de diagramas o tablas y recíprocamente asignar las relaciones existentes a partir de su representación gráfica.

- *Algoritmizar*: Plantear una sucesión estricta de operaciones matemáticas que describan un procedimiento conducente a la solución de un problema.

- *Aproximar*: es sustituir un objeto por otro el cual se considera un modelo suyo.

- *Optimizar*: Encontrar el objeto que maximiza o minimiza en algún sentido la clase de objetos a la que pertenece o el método óptimo de resolución de determinado problema.

- *Calcular*: Es una forma existencial de un algoritmo que puede llevarse a cabo de forma manual, verbal (oral o escrita), mental, y mediante el uso de tablas, calculadoras y computadoras.

- **Habilidades Heurísticas y Metacognitivas**

- *Resolver*: Es encontrar un método o vía que conduzca a la solución de un problema matemático. La formación de esta habilidad es una necesidad imperiosa puesto que en ella confluyen recursos cognitivos, metacognitivos y heurísticos. La habilidad de “resolver” un problema presenta un carácter relativo y subjetivo porque aunque el problema esté resuelto para la ciencia y para el profesor, puede ser considerado sin resolver para el estudiante si no conoce las vías de solución.

Metodología

La población bajo estudio estuvo constituida por los alumnos, del ciclo lectivo 2010, que cursaban la asignatura "Álgebra y Geometría Analítica", ubicada en el primer año de la carrera Ingeniería en Sistemas de Información de la Facultad Regional Tucumán de la Universidad Tecnológica Nacional. Para realizar la experiencia se seleccionó una muestra de 235 alumnos de un total de 600 mediante un muestreo aleatorio de comisiones de los tres turnos de dictado. La metodología utilizada es la propia de un diseño exploratorio descriptivo y la investigación realizada fue no experimental y de corte transversal (Hernández Sampieri, 1998).

Métodos y Técnicas de Recolección de Datos

La información se recolectó a través de un instrumento que se diseñó especialmente para esta investigación. Consistió en una prueba diagnóstica con contenidos matemáticos previos que se aplicó a los estudiantes seleccionados al inicio del cursado de la asignatura.

El objetivo fue establecer el grado de desarrollo de ciertas habilidades o procedimientos generales a partir de dicha prueba. Se pretendía con la misma evaluar, previo a implementar las experiencias, los prerrequisitos de aprendizaje para encarar el estudio de los temas Cónica y Sistemas de Ecuaciones.

Estuvo compuesta por tres ejercicios y dos situaciones problemáticas vinculadas a la vida real, presentadas en lenguaje coloquial y gráfico (Ver Anexo 1). Los ejercicios fueron seleccionados para detectar el grado o nivel de las habilidades de recodificar, comparar, identificar, interpretar, modelar y resolver, que integran un Sistema Básico de Habilidades Matemáticas (Hernández Fernández et al, 2001).

La “eficiencia” del instrumento utilizado en la investigación fue valorada durante el período de aplicación. Se garantizó la “validez de contenido” sometiéndolo a la opinión de tres docentes universitarios de Matemática (jueces expertos), abocados a la investigación en educación. La “validez de construcción” fue avalada por el marco teórico.

La confiabilidad de las mediciones fue ratificada por una doble calificación realizada por el mismo evaluador en distintos períodos de tiempo. La segunda de ellas, no tuvo ninguna referencia acerca de los resultados anteriores, ni modificación de criterios. De los resultados se observó muy poca variabilidad entre una observación y otra para el mismo individuo (Mc Millan y Schumacher, 2005).

Como se sabe, el lenguaje simbólico y el desarrollo gráfico son agentes esenciales en el proceso de adquisición del conocimiento. Por ello, es necesario detectar el grado o nivel de la habilidad *Recodificar*, que se midió en la prueba diagnóstica a través del ejercicio N° 1, que contaba de 4 (cuatro) apartados referidos a la transferencia del lenguaje coloquial al simbólico.

El ejercicio N° 2 constaba de 5 (cinco) apartados de respuesta objetiva (verdadero o falso) a los fines de detectar el grado o nivel de desarrollo de la habilidad *Comparar*, que está presente en todo quehacer matemático.

Para detectar el grado o nivel de desarrollo de la habilidad *Identificar* se consideró un tercer ejercicio de 3 (tres) apartados, referidos al reconocimiento de una función.

En el cuarto ejercicio se les planteó la resolución de una situación problemática de la vida real, mediante un enunciado gráfico, con el fin de detectar el grado o nivel de desarrollo de la habilidad *Interpretar*. Es de vital importancia que el estudiante no sólo interprete un enunciado sino que también analice el significado de la respuesta obtenida.

Para medir el grado de desarrollo de las 4 (cuatro) habilidades antes mencionadas se consideraron 5 (cinco) niveles según el número de apartados realizados correctamente, tomando como indicador al cociente:

$$\frac{n}{N} = \frac{\text{número de apartados correctos}}{\text{número total de apartados}}$$

Habilidades Matemáticas	Dimensión	Indicadores $x=n/N$	Medida
	Recodificar	1	Nivel Muy Alto
	Comparar	$0,75 \leq x < 1$	Nivel Alto
		$0,5 \leq x < 0,75$	Nivel Medio
	Identificar	$0,25 \leq x < 0,5$	Nivel Bajo
Interpretar	$x \leq 0,25$	Nivel Muy Bajo	

Tabla N° 1: Indicadores y medidas de las habilidades matemáticas de recodificar, comparar, identificar e interpretar

En el quinto ejercicio se planteó la resolución de una situación problemática, mediante un enunciado expresado en lenguaje coloquial, con el fin de detectar el grado o nivel de desarrollo de las habilidades de *modelar*, *resolver* e *interpretar*, considerándose para cada una de ellas los siguientes indicadores y medida. Estos se muestran en la tabla N° 2.

Dimensión	Indicadores	Medida
Modelar	No Hizo/ Hizo Mal	0
Resolver		
Interpretar	Hizo Bien	1

Tabla N° 2: Indicadores y medidas de las habilidades de modelar, resolver e interpretar

En la resolución de la prueba diagnóstica, el alumno tuvo que recurrir a procesos que requerían el uso del lenguaje simbólico, ubicación de sistemas de referencia y utilización de esquemas de razonamientos lógico-matemáticos correspondientes al pensamiento lógico formal.

Análisis de los Resultados

De los 235 alumnos seleccionados en la muestra, el 60% (141) fueron varones, el 76% (179) manifestó que no trabaja y el 61% (144) cursaba la materia por primera vez.

Del análisis de los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica respecto de los niveles alcanzados por los alumnos en las habilidades de Recodificar, Comparar e Identificar se pudo observar en tabla N° 3, que el mayor porcentaje corresponde al nivel Alto en la habilidad recodificar y casi duplica en el mismo nivel a las otras habilidades.

Esto nos llevó a pensar que la habilidad traductora de recodificar está incorporada en la mayoría de los alumnos, a pesar de ser pocos en el nivel muy alto. El porcentaje de alumnos que alcanzaron los niveles ‘medio’ y ‘alto’ en las habilidades conceptuales de identificar y comparar fueron similares, concentrándose en estos dos niveles la mayoría de los alumnos.

Niveles Alcanzados	Recodificar (% de alumnos)	Comparar (% alumnos)	Identificar (% alumnos)
Muy Alto	10	12	8
Alto	63	34	27
Medio	19	38	35
Bajo	3	7	16
Muy Bajo	5	9	14

Tabla N° 3: Distribuciones Porcentuales de los Niveles de las Habilidades Recodificar, Comparar e Identificar.

El siguiente gráfico de barras muestra estos resultados:

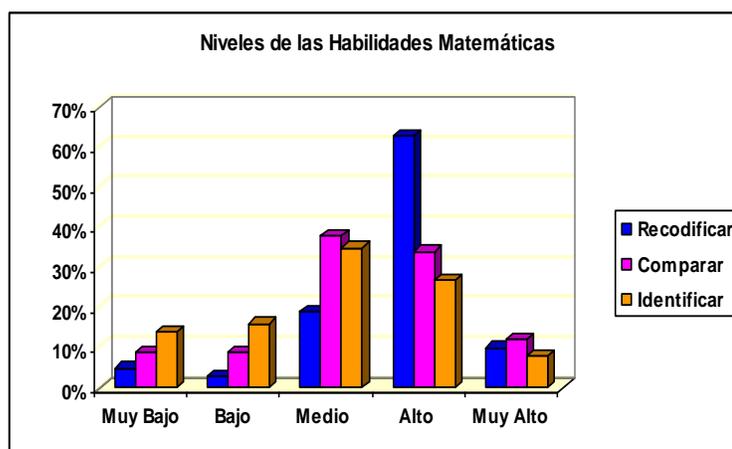


Gráfico N° 1: Distribuciones Porcentuales de los Niveles de las Habilidades Recodificar, Comparar e Identificar

Al analizar la variable Interpretar, con los mismos indicadores y medidas que las tres anteriores, se observa en la tabla N° 4 que los alumnos no logran interpretar correctamente el enunciado del problema, ya que sólo un 18% alcanzó los niveles 'medio' y 'alto'. Esto pone en evidencia las dificultades que tienen los estudiantes en la resolución de un problema planteado en forma gráfica. O sea que, muy pocos alumnos saben atribuir significado matemático a una situación problemática de la vida real, mostrando un escaso nivel de desarrollo en la habilidad traductora de interpretar a diferencia de la de recodificar.

Interpretar	Alumnos (Porcentaje)
Muy Alto	4
Alto	14
Medio	4
Bajo	2
Muy Bajo	76
Total	100

Tabla N° 4: Distribución Porcentual de los Niveles de la Habilidad Interpretar

Se sabe que resolver un problema enunciado en lenguaje coloquial significa modelar, es decir generar una representación matemática útil de una situación real, para luego resolver e

interpretar los resultados obtenidos. Del análisis de los resultados surgió que el 70% de los alumnos no logró interpretar el enunciado ni la modelación del problema. Esto refleja el escaso desarrollo de la habilidad de construir modelos matemáticos a partir de un enunciado. Es preocupante el bajo desempeño de los alumnos, que nos induce a pensar que no han desarrollado satisfactoriamente la capacidad, que de acuerdo a la teoría piagetiana del desarrollo de la inteligencia, caracteriza el pensamiento lógico formal.

Niveles Alcanzados	Modelar % Alumnos	Resolver % Alumnos	Interpretar % Alumnos
No hace/ Mal	70	76	83
Bien	30	24	17

Tabla N° 5: Distribución Porcentual de los Niveles de las Habilidades Modelar, Resolver e Interpretar

Estos resultados se muestran en el siguiente gráfico:

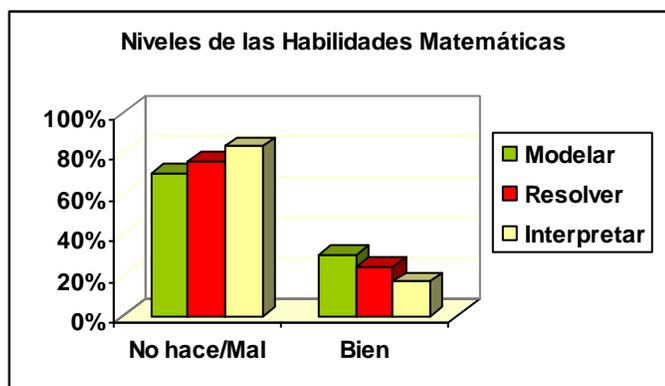


Gráfico N° 2: Distribución Porcentual de los Niveles de las Habilidades Modelar, Resolver e Interpretar

Por ende es necesario enseñar a los estudiantes a usar la metodología para la resolución de problemas, que les permita entender su razonamiento y aumentar la confianza en sus habilidades matemáticas.

Luego se analizó el comportamiento de la variable que involucra el resultado final de la prueba y se le asignó el nombre de “Puntaje Total”, cuyo análisis descriptivo fue:

N	Media	Mediana	Mín	Máx	1er Cuartil	3er Cuartil	Dist. Intercuartil	Desv Estándar
235	5,34	5,00	0,00	10,00	4,25	6,75	2,50	2,06

Tabla N° 6: Análisis descriptivo de la variable “Puntaje Total”

El promedio de 5,34 fue alcanzado especialmente con el desarrollo de los ejercicios 1 a 3, que mostraron los niveles de las habilidades que operan directamente con los conceptos. Si se considera que un buen rendimiento académico debiera ser de siete (7) o más, el que se obtuvo con esta prueba no es el esperado. También, se ve que aproximadamente el 25% de los alumnos obtuvo 4,25 o menos, mientras que aproximadamente el 25% de los alumnos obtuvo 6,75 o más. Debido a los resultados obtenidos se quiso indagar si existían algunas

otras razones que justifiquen el comportamiento de esta variable. Para ello se agruparon los datos según fueran alumnos inscriptos o reinscriptos.

El análisis descriptivo de la variable “Puntaje Total” obtenida con la prueba diagnóstica aplicada a los alumnos inscriptos fue:

N	Media	Mediana	Mín	Máx	1er Cuartil	3er Cuartil	Dist. Intercuartil	Desv.Estándar
145	5,78	5,50	0,00	10,00	4,25	7,25	3,00	2,14

Tabla N° 7: Análisis descriptivo de la variable “Puntaje Total” obtenida por los alumnos que cursaban por primera vez la asignatura

Mientras, que para los alumnos reinscriptos fue:

N	Media	Mediana	Mín	Máx	1er Cuartil	3er Cuartil	Dist. Intercuartil	Desv.Estándar
90	4,66	4,75	0,00	9,00	3,75	5,25	1,50	1,75

Tabla N° 8: Análisis descriptivo de la variable “Puntaje Total” obtenida por los alumnos reinscriptos

De ambas tablas se observa que los valores de la media, mediana y máximo son menores en el grupo de los recursantes. También, la desviación estándar y la distancia intercuartil son menores, lo que significa que los puntajes en este grupo presentan menor variabilidad. Se observa claramente en el diagrama tipo caja para cada grupo.

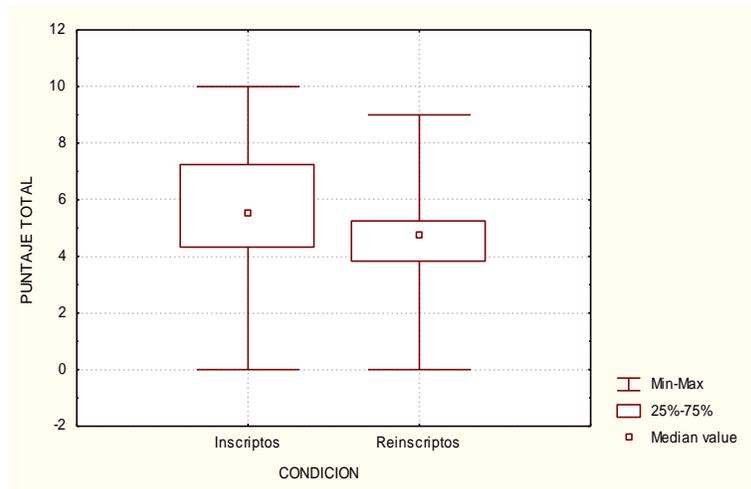


Gráfico N°3: Box Plott del Puntaje Total clasificado según su condición de Inscriptos o Reinscriptos

Los Box Plott de la variable puntaje total para los dos grupos muestran que puede ser considerada una variable aleatoria normal. Por ello, para comparar las medias se puede realizar un test paramétrico de comparación de medias de los dos grupos, bajo el supuesto de que las varianzas de las poblaciones son desconocidas y distintas. Se obtiene para el estadístico del test el valor $F = 1,487703$ con $p\text{-value} = 0,043023$ por lo que se rechaza la hipótesis nula al 5%. Es decir las medias de los dos grupos son diferentes.

Conclusiones

Las habilidades analizadas en este trabajo son las indispensables para resolver situaciones problemáticas en Matemática. Si bien, más de la mitad de los alumnos obtuvo un grado alto de desarrollo en las habilidades comparar e identificar, se observaron marcadas deficiencias en el grado de desarrollo de las habilidades traductoras, heurísticas y metacognitivas.

En cuanto al comportamiento cognitivo global de los estudiantes de la muestra, se puede señalar que un bajo porcentaje de alumnos posee un buen nivel de conocimientos matemáticos necesarios para el aprendizaje de los nuevos contenidos. Esto obstaculiza el aprendizaje, dado que los conocimientos previos son una cuestión sustancial en la comprensión de los nuevos conceptos, limitando sus posibilidades de aplicación. Se considera imprescindible fortalecer el desarrollo y permanencia de las habilidades cognitivas y dar buenos andamiajes que aseguren un mayor dominio de las mismas.

Para dar respuestas superadoras se trabajó en el diseño e implementación de secuencias didácticas basadas en distintas estrategias de revisión, elaboración y organización con actividades que requieran el uso de las mismas y contribuyan a su dominio. Actualmente se encuentra en proceso de elaboración un nuevo material didáctico basado en estrategias metacognitivas que propician la autorregulación y la autoevaluación del aprendizaje, correspondientes a la unidad de Cónica y de Sistemas de Ecuaciones Lineales a fin de acrecentar la capacidad del estudiante de aplicar los conocimientos de manera independiente y creadora, requisitos indispensables para un desempeño eficiente, tanto en sus estudios universitarios como en el ejercicio de su futura labor profesional.

Referencias Bibliográficas

- Coll, C., Pozo, J., Saravia, B., Valls, E. (1992). *Los contenidos en la Reforma Enseñanza y Aprendizaje de Conceptos, procedimientos y Actitudes*. Madrid, España: Santillana.
- Delgado Rubí, J. R. (1995). *Un Sistema de Habilidades para la Enseñanza de la Matemática*. Memorias de la IX Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa. La Habana, Cuba.
- Delgado Rubí, J. R. (2001). *Los procedimientos generales matemáticos*. En *Cuestiones de Didáctica de la Matemática. Conceptos y procedimientos en el educación Polimodal y Superior*, pp. 69-87. Argentina: Homo Sapiens.
- De Sánchez, M. A. (1991). *Desarrollo de habilidades del pensamiento. Razonamiento verbal y solución de problemas*. México: Trillas.
- Hernández Fernández, H.; Delgado Rubí, J. y Fernández de Alaíza, B. (2001). *Cuestiones de Didáctica de la Matemática. Conceptos y procedimientos en la educación Polimodal y Superior*. Argentina: Homo Sapiens.
- Hernández Sampieri, R. (1998). *Metodología de la Investigación*. México: McGraw Hill. Interamericana Editores. S. A de CV.
- Mc Millan, J.H. y Schumacher, S. (2005). *Investigación Educativa*. España: Pearson Addison Wesley.
- Talízina, N. (1984). Citada por Pérez Pantaleón, G. 1997. *Un sistema didáctico para la enseñanza de la matemática en la carrera de Arquitectura sustentado en el enfoque histórico-cultural y aspectos de la psicología cognitiva*. Tesis de maestría no publicada. La Habana: Universidad de la Habana. Cuba.

Anexo 1

Proyecto de Investigación – UTN

PRUEBA DIAGNÓSTICA – Abril de 2010

Datos Personales

1.-Apellido y Nombre:..... Comisión N°:.....

2.-Título Secundario:

a) Técnico Bachiller Perito Mercantil Otro, indique.....

b) Año de Ingreso:..... Año de egreso:.....

3.- En la carrera de ISI es: Inscripto Reinscripto

4.- Trabaja actualmente: Si No

1) Escriba en forma simbólica los siguientes enunciados:

- a) El siguiente de un número par.....
- b) El cuádruple de un número más 3 unidades.....
- c) El doble de un número disminuido en 7 unidades.....
- d) La tercera parte del doble de un número.....

2) Indique si la igualdad es verdadera o falsa para todos los números reales. Si es falsa, escribala correctamente:

- a) $(a - b)^2 = a^2 - b^2$
- b) $a + a = 2a$
- c) $a \cdot a = 2a$
- d) $a(3a - 6) = 3a^2 - 6$
- e) $(x + y)(x + y) = x^2 + 2xy + 4$

3) Dada $f(x) = -\frac{2}{3} + 4x$, complete:

- a) el valor de la pendiente es.....
- b) el valor de la ordenada al origen es.....
- c) el nombre que recibe su gráfica es.....

4) En una finca destinada para el cultivo de frutas, la distribución es la siguiente:

	PERAS		
MANZANAS			
	NARANJAS		
		BANANAS	

Si se sabe que la superficie destinada a bananas es de 160 m^2 , ¿qué superficie tiene la finca?

5) Un hotel alquila habitaciones dobles a \$32 por día y las habitaciones simples por \$26 diarios. Si un día se alquilan 23 habitaciones para un total de \$688, ¿Cuántas habitaciones de cada tipo se alquilaron?