

TRATAMIENTO DEL TEMA FUNCIÓN LINEAL Y ECUACIÓN DE LA RECTA EN LOS LIBROS DE TEXTO

Mariana Loureiro, Ana María Zamagni
Instituto Superior del Profesorado “Dr. Joaquín V. González”. Argentina
loumarian@yahoo.com.ar, amzamagni@gmail.com

Palabras clave: función lineal, ecuación de la recta, discurso matemático escolar

Resumen

En esta investigación se estudia el desarrollo de los temas función lineal y ecuación de la recta en el discurso escolar de los libros de texto para enseñanza secundaria. Los ejemplares se analizaron describiendo como tratan los textos cada tema, en forma teórica, la ejercitación y si están explicitadas las diferencias entre los mismos. Hemos encontrado que los libros presentan diferentes enfoques para los mismos temas y del análisis de los mismos se puede reconocer que el no aclarar las diferencias entre función lineal y ecuación de la recta puede provocar problemas cognitivos posteriores derivados de los obstáculos didácticos que de este discurso de desprenden.

Introducción

La presente investigación tiene interés en identificar las propuestas de los libros de texto de escuela media acerca del tema función lineal y ecuación de la recta. Entendemos que estos dos temas generan confusión en los alumnos de escuela secundaria pudiendo escucharse en las aulas preguntas como las que se proponen a continuación:

- ¿Puedo hablar de $x=5$ como ecuación de una recta cuando no es una función?
- ¿Se pueden llamar variables a x e y en la ecuación de la recta?
- ¿Qué ocurre cuando hablamos de función como relación entre cosas que varían y a la ecuación de la recta como un objeto estático?

Creemos que la mayoría de los textos no tratan el tema de forma que el estudiante pueda comprenderlo de manera autónoma. En general no presentan mucha teoría y priorizan la ejercitación, lo que no es suficiente para aclarar las distintas situaciones que puedan presentarse al desarrollar los contenidos.

La investigación se ha realizado comparando cuatro libros de texto para segundo año de escuelas de la Ciudad de Buenos Aires o tercer año de escuelas secundarias. Los focos de atención que guiaron la indagación fueron:

- Modo en el cual se definen de los conceptos involucrados.
- Explicitación de la diferencia entre función lineal y ecuación de la recta.
- Uso erróneo o poco apropiado de los conceptos.

Si bien es cierto que estas cuestiones que pueden llevar a obstaculizar la construcción de dos nociones tan complejas como la de función lineal y la de ecuación de la recta pueden presentarse en el aula por un problema didáctico a través del discurso matemático escolar del docente o del discurso matemático escolar de los textos, en esta investigación nos enfocaremos sólo en el segundo, teniendo en cuenta que en gran medida son estos libros los que los docentes consultan al momento de pensar sus clases.

Fundamentación teórica

El presente trabajo está enmarcado en el análisis del discurso matemático escolar de los libros de textos en referencia al tema función lineal y ecuación de la recta y cómo su tratamiento influye en el aprendizaje de los estudiantes.

“El discurso matemático escolar es aquel que atiende a la formación de consensos en la noosfera en torno a un saber escolar y a aspectos relativos a su tratamiento y características, incluyendo aspectos de organización temática y profundidad expositiva” (Castañeda, 2006, p.255).

Los elementos del discurso escolar se presentan en las explicaciones del docente en clase y en los libros de texto, así como en los documentos de currícula.

“Las obras escolares son un apartado del discurso matemático escolar, por lo cual están sujetas a las restricciones de la noosfera y moldean su contenido de acuerdo con las exigencias de la sociedad” (Chevallard, citado en Castañeda, 2006, p.255). Estamos de acuerdo con la idea que presenta Chevallard en relación a la influencia externa en los libros de texto pero no podemos identificar a qué responde, tarea que quedará pendiente para un análisis futuro.

En esta presentación el análisis tiene en cuenta si los textos seleccionados tratan cada contenido de diferente forma en cuanto al tipo de explicaciones, tipo de ejemplos o actividades, y en cuanto a la componente epistemológica, si existen diferencias en las definiciones, utilización de los conceptos y argumentaciones.

Análisis de los textos

Para llevar a cabo la investigación se analizará cada texto por separado describiendo el desarrollo que realizan de los temas a tratar.

Texto 1

MATEMÁTICA 3, Equivalente a 3° E.S. /2° CABA. (2009)

Editorial: Puerto de Palos.

Capítulo 4 – Funciones:

Comienza el tema función lineal con una página de contenido teórico, definiendo la función:

Una función es lineal cuando su fórmula es:

$$y = a \cdot x + b$$

a es un número real denominado pendiente

b es un número real denominada ordenada al origen

A continuación se muestra con ejemplos que función cumplen los parámetros en la representación de la recta y para determinar la raíz muestra el cálculo algorítmico que la determina.

Luego presenta cuatro páginas con ejercicios variados:

- Graficar a partir de la fórmula e identificar pendiente, ordenada, raíz y si es creciente o decreciente.
- Hallar la fórmula a partir de las gráficas.
- Identificar imagen y preimagen
- Problemas donde a partir del enunciado hay que realizar el gráfico, hallar la fórmula, graficar y/o armar tablas.

El tema ecuación de la recta comienza también con una página de teoría pero no presenta una definición, sólo dice:

Para escribir la ecuación de la recta se necesita conocer la pendiente y la ordenada al origen

y presenta la siguiente fórmula: $y = m \cdot x + b$

Mediante ejemplos se muestra cómo se determina la ecuación a partir de la pendiente y de un punto dado y en un segundo ejemplo a partir de dos puntos planteando un sistema de ecuaciones (tema que se desarrolla anteriormente).

Define cuándo dos rectas son paralelas y cuando son perpendiculares en relación a sus pendientes.

Las siguientes seis páginas son de ejercicios en los que hay que hallar la ecuación de la recta con distintos datos y luego graficarla.

Al final de cada tema hay una página de integración y una autoevaluación.

No se aclara específicamente cuál es la diferencia entre función lineal y ecuación de la recta, utiliza diferente letra para identificar la pendiente, para la función lineal la identifica con la letra a mientras que para la ecuación de la recta utiliza la letra m , pero no puede saberse si ese cambio de letra tiene algún significado en sí mismo.

En la ejercitación se manifiesta la diferencia en considerar a x e y como variables para la función lineal o como puntos de coordenadas en la ecuación de la recta.

Texto 2

MATEMÁTICA ES.3 – (2008)

Editorial: Tinta fresca

Capítulo 4 – Algunos tipos de funciones:

Se presenta el tema con cuatro problemas, el enunciado en forma coloquial, una tabla de valores y varias preguntas como se observa en el siguiente ejemplo:

Función lineal

1. Una fábrica de quesos tiene un tanque de 2.000 litros de capacidad en el que almacena leche. Para evitar accidentes, se necesita saber cómo varía el peso del tanque a medida que se va llenando. Los últimos días se registran en una tabla esos datos.

Cantidad de leche (litros)	50	80	150	230
Peso del tanque (kg)	225	270	375	495

Para escribir una fórmula que represente una relación entre dos variables es necesario, en primer lugar, identificar cuáles son las variables en juego y luego, en segundo lugar, analizar cuál es la relación entre ellas.

- ¿Cuánto pesa el tanque con 100 litros de leche? ¿Y con 380 litros?
- ¿Cuántos litros de leche tiene el tanque si pesa 160 kg? ¿Y si pesa 500 kg?
- ¿Cuánto pesa el tanque vacío?
- ¿Cuánto pesa un litro de leche?
- ¿Cuál es el peso máximo que puede alcanzar el tanque? ¿Por qué?
- Si les piden que calculen el peso del tanque con una determinada cantidad de leche, ¿qué cuenta tienen que hacer?
- ¿Cuál de estos gráficos representa la relación entre el peso del tanque y los litros de leche que contiene? ¿Por qué?

Página 52 – Capítulo 4

No presenta teoría sólo algunas aclaraciones en los recuadros de los márgenes, en ningún momento presenta la fórmula.

En referencia a ecuación de la recta la presentación es similar pero en los recuadros del margen habla de variables y variación de una respecto de la otra:

Para saber como continúa una recta es importante analizar cuánto varía la variable dependiente por cada unidad que varía la variable independiente.

De igual forma, considerando las variaciones de y respecto de x , define la pendiente de una recta. Muestra tablas, gráficos y determina los puntos por coordenadas.

Se muestra una fórmula general de la ecuación de la recta, en uno de los recuadros al margen, que se debe utilizar para responder las preguntas de los ejercicios.

A continuación hay dos páginas que mediante problemas muestran cuáles rectas son paralelas y cuáles perpendiculares a una recta dada, encontrándose la definición de paralelismo y perpendicularidad de acuerdo a cómo se modifica la pendiente. Al final de esta parte presenta cuatro problemas de aplicación relacionados con cuadriláteros y un recuadro al margen con breves definiciones de los mismos sin distinción de clasificación.

En este mismo capítulo se tratan también funciones cuadráticas, polinómicas, homográficas y definida por tramos. Al final del capítulo hay dos páginas con ejercicios correspondientes a todos los tipos de funciones tratadas en el mismo.

Mediante la presentación de los problemas hay muchas cuestiones que no quedan del todo claras, incluso con las aclaraciones al margen se confunden algunos conceptos.

Cuando trata el tema ecuación de la recta considera a x e y como variables y como puntos de coordenadas.

Texto 3

MATEMÁTICA 9 – (2005)

Editorial: Kapelusz Norma

Capítulo 5: “Ecuaciones e inecuaciones”

Capítulo 6: “Funciones”

192

El capítulo 5 está dividido en dos partes (es un poco confusa esta división, los subtemas están encabezados por títulos de diferente tamaño y color de letra). La primera de estas partes abarca “sistemas de ecuaciones y rectas”. Luego de abordar los sistemas de ecuaciones en una hoja (una página para la teoría que desarrolla únicamente el método de reducción por sumas y restas, y otra para la práctica), en la siguiente hoja y media página más desarrolla el tema “Rectas”. En la primera página, teórica, hay tres ejemplos que contienen lenguaje coloquial, algebraico y una representación gráfica cada uno (una recta oblicua, una vertical y otra horizontal) de cómo representarlas gráficamente mediante el cálculo de la raíz y la ordenada al origen (en el caso de la oblicua) y sólo con una explicación en los otros casos. A continuación se define a la recta como:

el conjunto de soluciones de una ecuación lineal con dos variables $ax+by=c$ ”

y se agrega que:

si $b \neq 0$ la ecuación se puede escribir $y = -a/b x + c/b$

si $b = 0$ la recta es vertical y la ecuación se puede escribir $x = c/a$.

A continuación se explica con un ejemplo y un gráfico, cómo encontrar la ecuación de una recta dados dos puntos pertenecientes a ella, mediante el planteo de un sistema de ecuaciones, que no se resuelve, se da la solución y se escribe la ecuación de la recta que se buscaba, indicando que uno de esos valores se llama “pendiente” y el otro “ordenada al origen”. Comienza luego un párrafo (un cuarto de página.) con ejercicios que piden: graficar rectas (con ecuaciones implícitas), escribir otras (implícitas también) en la forma $y = mx + b$, y escribir la ecuación de varias rectas dados dos puntos. Luego se desarrolla otra página completa de teoría, que retoma los sistemas de ecuaciones bajo el título “Intersección de rectas”. Allí se analizan tres ejemplos: dos rectas que se cortan, dos coincidentes y dos paralelas. En el primer ejemplo se define al punto de intersección entre las dos rectas como la solución del sistema del ejemplo (que no se resuelve, sólo se menciona su solución y se muestra un gráfico); para concluir definiendo formalmente:

el conjunto de soluciones del sistema $ax+by=c$

$a'x+b'y=c'$ es la intersección de las rectas

$ax+by=c; a'x+b'y=c$.

Los siguientes dos ejemplos son del mismo tenor, y también se aclara que dos rectas paralelas tienen la misma pendiente. Luego, hay una serie de ejercitación en media página que pide: resolver tres sistemas y corroborar las soluciones gráficamente, hallar el punto de intersección de cuatro pares de rectas y graficarlas, decidir en cuatro casos si los pares de rectas se cortan o son paralelas o son coincidentes, y otros tres que integran dos conceptos (determinar ecuaciones de rectas con encontrar intersecciones entre ellas).

En el capítulo 6 se analizan varias funciones sin fórmulas (lineales, cuadráticas, polinómicas, homográficas, definidas por partes, parte entera, irracionales, trigonométricas, etc) pero sin explicitar sus nombres. Se analizan sus gráficos y algunas fórmulas, pero el centro es el estudio de la función en sí misma, no se habla de la función lineal como tal. Entre los problemas hay algunos de encuentro, que implican seguir resolviendo sistemas de ecuaciones.

Texto 4

MATEMÁTICA 8 – (2002)

Editorial: Kapelusz

Capítulo 7: “Funciones”

El capítulo comienza con una introducción histórica del tema (una carilla), continúa con análisis de gráficos (tres carillas), y dedica 8 carillas más al concepto de función y ejercicios relacionados. El siguiente tema es “Función lineal”. La primera página es teórica y comienza mostrando dos ejemplos sin ningún tipo de lenguaje algebraico, uno del consumo en una factura de Metrogas con el detalle de la misma y una representación gráfica del costo en función del consumo, y otro sobre la velocidad de un móvil, con un pequeño texto que narra un recorrido a determinada velocidad y la representación gráfica de la distancia recorrida en función del tiempo. A continuación se expresa que:

en ambos ejemplos el crecimiento o decrecimiento de la función es uniforme, y que esto es lo que ocurre en las funciones lineales.

Se indica la fórmula general de la función lineal utilizando “ $f(x)$ ” como notación (pero en todos los ejemplos y ejercicios posteriores se usa la notación “ $y=$ ”), se indica cuál es la pendiente, cuál la ordenada al origen, y se calculan ambas para el ejemplo de la velocidad junto con la fórmula de dicha función. Hay un recuadro que destaca que

la pendiente indica la inclinación de la recta

y la describe como el cociente entre el incremento de “ y ” y el incremento de “ x ” apoyándose en el gráfico de la situación de velocidad (no se usa el lenguaje algebraico), en donde se remarca con llaves el aumento de unidades en “ x ” y la disminución de unidades en “ y ” en un punto determinado. Hay otro recuadro que indica que “una función lineal es de proporcionalidad directa cuando su gráfico pasa por el punto $(0;0)$ ” y que “la razón y/x es la constante de proporcionalidad”, con un ejemplo y sin ningún gráfico. Siguen 4 carillas y media de ejercicios y problemas. De las 16 actividades, 9 son problemas que incluyen situaciones de la vida cotidiana (consumo de gas, recaudación de fondos, relación entre capacidad y peso, densidad, relación entre precio y peso, el IVA, porcentajes y velocidades) y una situación geométrica (comparación entre función área y función perímetro de un cuadrado). Las 7 restantes son estrictamente matemáticas, entre las que se pide: graficar rectas y compararlas (para obtener como conclusiones las condiciones de paralelismo y perpendicularidad), relacionar gráficos con sus fórmulas, identificar de entre varias fórmulas las que sean de proporcionalidad directa y determinar su constante

Conclusiones

En general los cuatro textos tienen enfoques diferentes para los mismos temas (incluso los que son de la misma editorial).

Uno trata ecuación de la recta y funciones en general, otro habla de función lineal pero no identifica ecuación de la recta y los otros dos tratan los dos temas sin aclarar las diferencias específicas, incluso en uno se confunde el concepto de variable para la ecuación de la recta.

Sólo en uno de los textos se menciona que es posible una ecuación como por ejemplo: $x = 5$ (muestra la recta vertical), pero no se aclara que esto no puede ser una función lineal, ya que es el texto que analiza varias funciones en general pero sin explicitar sus nombres.

En los otros textos que tratan los dos temas no aclaran esta situación que es uno de los ejemplos con el que se podría diferenciar la ecuación de la recta con la función lineal.

Hay temas que resulta difícil tratar con profundidad para el nivel en que están planificados en la currícula, puede ser un ejemplo la diferencia entre función lineal y ecuación de la recta. Si bien las representaciones gráficas son iguales y existe una correspondencia entre los valores de x e y determinada por una fórmula, el concepto presenta algunas diferencias, en la función es importante la variación de una variable dependiente respecto de otra que es independiente y además debe cumplir con las condiciones que la definen como función, por ejemplo la ecuación $x = constante$ no cumple con la definición de función y sin embargo es la ecuación de una recta.

A veces no aclarar conceptos por su dificultad puede producir obstáculos cognitivos posteriores para los alumnos a los que intentamos simplificarles la tarea.

Un interrogante a plantear sería si es necesario, en escuela media, tratar los temas por separado si no se identifican las diferencias conceptuales.

Referencias Bibliográficas

- Berio, A., Dumón, L., Mastucci, S., Prandini, M., Quirós, N., Sciotti, F., Tajés, G., Vázquez, S., (2009). *Matemática 3*. Boulogne: Puerto de Palos.
- Castañeda, A. (2006). Formación de un discurso escolar: el caso del máximo de una función en la obra de L'Hospital y María G. Agnesi. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa* 9 (2), (pp. 253-265).
- Illuzzi, M., Menéndez, S. (2002). *Matemática 8*. Buenos Aires: Kapelusz Norma.
- Kurzrok, L., Altman, S., Arnejo, M., Comparatore, C. (2008). *Matemática Es.3*. Ciudad de Buenos Aires: Tinta fresca ediciones S.A.
- Seveso de Larotonda, J., Wykowski, A., Ferrarini, G. (2005). *Matemática 9*. Buenos Aires: Kapelusz Norma.