



II CEMACYC

II Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe

29 octubre al 1 noviembre. 2017

Cali, Colombia

ii.cemacyc.org



Caracterización de tratamientos, sentidos y significados en situaciones de la fracción como medida en docentes de básica primaria

Juan Pablo Marín Grisales
Universidad de Caldas
Colombia
jpmatematicas@yahoo.es

Andrea Milena Cárdenas Osorio
Universidad autónoma de Manizales
Colombia
milenacardenas23@gmail.com

Guillermo Gomez Grisales
Universidad de Caldas
Colombia
profemath@gmail.com

Resumen

La presente comunicación tiene como objetivo principal describir los elementos centrales de una investigación que caracterizó los tratamientos, sentidos y significados en situaciones de la fracción como medida en docentes de básica primaria del sector oficial. La investigación se desarrolló bajo un enfoque cualitativo de tipo descriptivo- interpretativo a partir de un estudio de caso utilizando el análisis de discurso cuya intencionalidad requirió describir e interpretar información de los participantes. Los principales resultados del estudio evidenciaron que los significados están ampliamente asociados con los sentidos debido a que de ellos parten relaciones ontológicas que influyen directamente en su conservación, modificación o asignación. A la vez el privilegio de algunos registros durante el tratamiento como también un marcado uso de procesos que hacen parte de aspectos geométricos, métricos y los tipos de aprensión figural comprendidos dentro de la visualización.

Palabras clave: Tratamiento, sentido, significado, fracción como medida, docentes, estudio de caso, análisis de discurso, visualización, articulación de sentidos.

Introducción y problema de investigación

Las fracciones han sido un tema amplio de investigación en la didáctica de la matemática. Algunas investigaciones dan cuenta de la importancia que tiene la reflexión sobre sus procesos de enseñanza-aprendizaje y los aportes que aún puede ofrecer a la comunidad educativa. Fandiño (2009) y Rojas (2014) reportan que existen varias dificultades en el aprendizaje de las fracciones y la didáctica de la matemática las cuales se relacionan con los tratamientos, sentidos y significados que los estudiantes articulan e involucran en situaciones que requieren el uso de representaciones semióticas.

Atendiendo a las anteriores reflexiones se examinan algunas observaciones de clase realizadas en los grados cuarto y quinto de primaria de la Institución Educativa Técnico Agropecuario Taparcal del municipio de belén de Umbría, Departamento de Risaralda, Colombia. Dichas observaciones permitieron evidenciar en los docentes algunas dificultades relacionadas con la articulación de sentidos en el objeto matemático fracción, la relación existente entre una y otra representación semiótica del mismo objeto matemático, el uso y la pertinencia de diversos significados en situaciones de la fracción, la operacionalización de las fracciones, la definición de área en una región sombreada a partir de la fracción y la asignación de medidas en situaciones en donde no estaba completa la unidad.

Teniendo en cuenta que algunas de estas dificultades estaban relacionadas con magnitudes y que la fracción surge en el contexto de medida, se resuelve estudiar la fracción desde dicho contexto a través del planteamiento de situaciones y tareas que involucrasen la comprensión del espacio, la longitud y la superficie. Asumiendo que en los procesos de enseñanza y aprendizaje del objeto matemático fracción se requiere un estudio que dimensione explícitamente las causas y procesos que conllevan al docente en este tipo de situaciones y dificultades.

En este orden de ideas, se plantea el siguiente problema de investigación:

¿Cuáles son los tratamientos, sentidos y significados que los docentes de grado cuarto y quinto de primaria de la Institución Educativa Técnico Agropecuario Taparcal asignan en situaciones de la fracción como medida?

Dicho problema de investigación admite a la fracción como un objeto de estudio que genera aportes significativos en el campo de la didáctica de la matemática en donde indagar y caracterizar estos procesos permite identificar aspectos característicos de los docentes frente a la articulación de sentidos y algunas causas en cuanto a sus dificultades.

Para el desarrollo de la investigación se plantean los siguientes objetivos específicos:

- Describir los tratamientos que emplean los docentes en situaciones relacionadas con la fracción como medida.
- Caracteriza los sentidos asignados en la solución de situaciones relacionadas con la fracción como medida.
- Identificar los significados utilizados por los docentes en la solución de situaciones relacionadas con la fracción como medida.

Estado del arte y referente teóricos

Estado del arte:

Teniendo en cuenta que el interés principal es centrar en el estudio de los tratamientos, sentidos y significados en situaciones de la fracción como medida se revisan algunos trabajos encaminados hacia esta temática. Uno de los más importantes y relevantes para la investigación corresponde a la tesis doctoral de Pedro Javier Rojas Garzón denominada: **Articulación de saberes matemáticos: representaciones semióticas y sentidos** publicada en el año 2014. El autor menciona en su tesis doctoral varias situaciones en las que evidencia las dificultades en cuanto a las transformaciones de tratamiento y la articulación de sentidos.

Otros antecedentes tenidos en cuenta y los cuales específicamente abordan contenidos referentes al problema de investigación son: **Objectification and semiotic function** en Giorgio Santi (2011), **Objetos y significados, representaciones semióticas y sentidos** en D'Amore (2006), **Caracterización de tratamientos y conversiones: El caso de la función afín en el marco de las aplicaciones** en Gutiérrez & Parada (2007) y **Dificultades de los estudiantes de grado octavo en los procesos de tratamiento y conversión de los números racionales** en Oscar Eugenio Tamayo & Francisco Arturo Vallejo publicada en el año 2008

Referentes teóricos:

De acuerdo con la revisión bibliográfica se establecen dos tipos de referentes teóricos: El primero de tipo general que apoya el desarrollo de la investigación y la interpretación de los resultados basados en conceptos como: Semiótica, registros de representación semiótica, conversión, tratamiento, objetos matemáticos, sentido y significado. El segundo referente de tipo particular que brinda información sobre el objeto matemático fracción sus diversos significados con el fin de atender futuras reflexiones alrededor del problema de investigación. Dichos referentes comprenden: Las fracciones a través de la historia, la fracción como medida, las fracciones y sus diversos significados.

Cabe señalar que para darle sentido a la fracción en el contexto matemático se requiere ligar cada uno de sus contextos y los diversos conceptos. Como lo menciona Fandiño (2009): “estos conceptos no pueden separarse los uno de los otros, pero deben todos confluír en un único y gran aprendizaje” (p, 127).

Metodología de la investigación

Teniendo en cuenta que el estudio se orientó en caracterizar los tratamientos, sentidos y significados en situaciones de la fracción como medida desde la comprensión del espacio, la longitud y la superficie en docentes de grado cuarto y quinto de primaria de la Institución Educativa Técnico Agropecuario Taparcal. Se considera pertinente enmarcar el proyecto en el enfoque cualitativo de tipo descriptivo- Interpretativo. De acuerdo a Tamayo (1999) este enfoque cualitativo y a la vez interpretativo permite que sea usado en pequeños grupos o comunidades ya que los datos obtenidos de la realidad y las poblaciones de estudio pueden ser trabajados bajo un diseño flexible. Como diseño metodológico la investigación se desarrolla a partir de un estudio

de caso aplicado a 8 docentes de básica primaria que cumplieron con ciertos criterios para ser seleccionados como participantes de la investigación.

En cuanto a las unidades de análisis se tiene en cuenta tres categorías enmarcadas en: los tratamientos, sentidos y significados que permiten indagar sobre procesos llevados a cabo por los docentes en la solución de situaciones relacionadas con la fracción como medida para ser caracterizados. A través de dichas categorías y en su proceso de indagación surgen subcategorías que se desprenden de los datos. Estos datos son obtenidos a partir del cuestionario abierto y la entrevista no estandarizada. A la vez se grabaron las intervenciones orales con el fin de ampliar la información recogida. Cada una de las respuestas correspondientes en los ítems del cuestionario abierto es analizada previamente, es decir antes de su aplicación, para determinar el propósito y la categoría inicial como también el objetivo específico al que apunta. Posteriormente se realiza transcripción del registro escrito y el registro verbal en su totalidad para registrar cada respuesta e intervención hecha por los docentes asignando un código a cada uno de ellos, de acuerdo al orden en que se les aplicó el instrumentó.

Ahora bien, se inicia un primer análisis detallado de las respuestas escritas y verbales de cada docente con el fin de seleccionar oraciones con sentido que hicieran referencia al uso de tratamientos, sentido y significado. Estas oraciones son organizadas en un instrumento por ítems de acuerdo a cada categoría de análisis (sentido, significado y tratamiento) de allí surgen algunos elementos importantes que permitieron entender de qué manera los docentes posiblemente orientan los significados parciales en cada situación.

Al tener la información organizada en categorías se procede a realizar un segundo análisis en donde cada oración es examinada para evidenciar a que procesos, registros, significados o regularidades se vincula cada una de ellas; posibilitando el registro de algunas reflexiones propias del investigador e inferir como los docentes han generado sus explicaciones y sus modelos mentales sobre situaciones de la fracción como medida. Seguidamente se diseña un nuevo instrumento que compila la información por docente en cada categoría permitiendo avanzar a un tercer análisis con el fin de saturar las categorías de acuerdo a sus procesos.

Finalmente se compila en frecuencias absolutas las categorías y sus regularidades por docente para identificar sobre cual aspecto se deben profundizar en el análisis final de la información dando lugar a un nuevo instrumento que compila las frecuencias absolutas de todos los docentes y así triangular la información general en torno a cada categoría identificando los procesos de mayor o menor relevancia, comparar o contrastar la información entre docentes y caracterizar los tratamientos, sentidos y significado en situaciones de la fracción como medida.

Análisis de datos

El análisis de datos tiene en cuenta la información obtenida en el cuestionario abierto y la entrevista no estandarizada organizada y clasificada a través de diferentes fichas. Como opción metodológica se implementa el análisis de discurso ya que en la solución de las tareas los docentes presentan comunicaciones tanto escritas como verbales que pretenden mostrar una intención, conocimiento o producción que se diversifica a través de ciertos sentidos (Martínez, 1994). Por lo tanto, la mirada de información estuvo centrada sobre el discurso de los docentes

con el fin de lograr la caracterización esperada. Cabe señalar que el análisis de datos se organizó y se orientó sobre los siguientes puntos:

- El tratamiento en la solución de situaciones de la fracción como medida
- Sentidos en la solución de situaciones de la fracción como medida
- Significados en la solución de situaciones de la fracción como medida

En cada uno de los anteriores puntos se analizaron las oraciones con sentido y los diversos registros de representación: escritos, pictóricos y verbales; los cuales permitieron evidenciar varios procesos que están vinculados a cada una de ellas. Estos procesos hacen parte de aspectos geométricos y métricos asignados a transformaciones discontinuas y asignaciones numéricas (vasco, 2015). Como también a los tipos de aprehensión figural comprendidos dentro de los procesos de visualización planteados por Duval (1995) que incluyen las modificaciones: Intrínsecas, mereológicas, posicionales y ópticas. Permitiendo de esta manera definir algunas conclusiones.

Ahora bien, cabe aclarar que en el análisis se profundiza en varios factores:

1. La información recopilada y organizada en gráficos y tablas de acuerdo a las frecuencias absolutas resultantes durante la compilación de los datos. Algunos ejemplos del análisis teniendo en cuenta lo anterior es el siguiente:

Ejemplo 1:

La tendencia frente al uso de representaciones semióticas se puede apreciar en el siguiente gráfico:

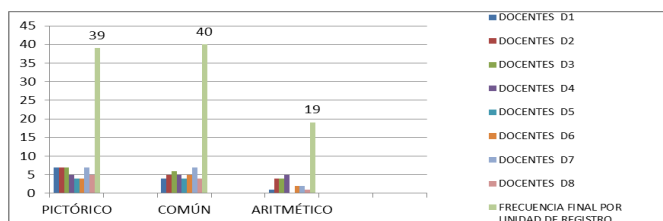


Grafico 1: Tendencia frente al uso de representaciones semiótica evidenciadas en las unidades de registro que dan cuenta del tratamiento en situaciones de la fracción como medida. Datos tomados del anexo 7, ficha 7C.

El grafico 1 muestra que la tendencia general frente al uso de representaciones semióticas presenta mayor frecuencia en el lenguaje pictórico y el lenguaje común. El uso de estas representaciones semióticas posiblemente está asociado a la comprensión del tipo de situaciones o tareas inmersas en el instrumento. Dichas tareas requieren procesos de observación y análisis a través de ciertas modificaciones verbales o escritas.

Ejemplo 2:

La siguiente tabla muestra los procesos y tipos de aprehensión figural evidenciados en las unidades de registro.

D DE REGISTRO	DOCENTES								Frecuencia Final	procesos y modificaciones	docentes								Frecuencia Final
	D 1	D 2	D 3	D 4	D 5	D 6	D 7	D 8			D 1	D 2	D 3	D 4	D 5	D 6	D 7	D 8	
	7	7	7	5	4	4	7	5	36	Intrínsecas	5	3	5	3	3	3	2	1	25
										Descomposición	5	3	7	5	5	2	7	3	37
										Mereológicas	2	4	4	3	1		5	2	21
										Proporción	1	3	1	2		1	1	2	11

Tabla 1: procesos y tipos de aprehensión figural evidenciados en las unidades de registro que dan cuenta del tratamiento en situaciones de la fracción como medida haciendo uso del registro pictórico. Datos tomados del anexo 7, ficha 7C.

En la tabla anterior es posible notar que existen procesos más relevantes que otros. Uno de los más notables es el proceso de descomposición ya que cuenta con 37 oraciones con sentido u unidades de registro al interior del registro pictórico. El proceso de descomposición está relacionado con uno de los primeros pasos de la dinamización de la geometría. De acuerdo a Alsina & Planas (2008) “componer figuras es la acción de unir dos o más figuras para obtener una nueva. Descomponer es, lógicamente, la operación inversa” (p.66). Eso quiere decir que el proceso de descomposición está asociado a las primeras acciones de medición relacionadas dentro de los aspectos pre-métricos en donde es válido generar transformaciones discontinuas como romper y armar (Vasco 2015).

2. El análisis de los discursos escritos y verbales obtenidos durante la intervención de los docentes en la solución de situaciones relacionadas con la fracción como medida en las que se evidenciaron tratamientos, sentidos o significados. Estos discursos fueron organizados para efectos del análisis en *Casos*. Veamos el siguiente ejemplo:

Caso 1:



D1-T-1c ¹	
<p>Situación: Representar de otra manera cada una de las regiones sombreadas en la figura 1 de tal forma que se conservara su medida.</p>	 <p>figura 1</p>
<p>Tratamiento D1:</p>	

Tabla 2: Datos obtenidos del anexo 5C-1 ítem- 1c para analizar caso 1 en cuanto al proceso de descomposición al interior del registro pictórico.

En este caso se analiza como la docente **D1** descompone la figura en varias partes y diseña un nuevo registro pictórico buscando conservar la medida. Se infiere que en la nueva representación asumida por el docente la región sombreada en la parte superior se puede dividir en dos partes iguales que al ubicarlas una seguida de otra conservan su medida. Se observa además que la

¹ El código asignado en la parte superior significa lo siguiente: D# (Código del docente)-categoría (Tratamiento, Sentido, Significado)-#ítem. De esta manera el código asignado al caso 1 significa: Docente 1-Categoría de tratamiento – Respuesta al ítem 1c. La información se obtiene directamente de cada anexo dispuesto para cada categoría.

región sombreada de negro inferior es fraccionada en dos partes y ubicada en una nueva posición. Estas mismas acciones se reflejan en la siguiente intervención del docente **D1**:

Trazando dos de estos saldría este y luego trazando este triángulo hasta acá. Este que queda acá y partir estas dos, sacando este triángulo acá y este otro trazándolo acá”.
(Discurso tomado del anexo 5C-1 ítem 1c)

Conclusiones

A continuación, se presentan algunas conclusiones y recomendaciones de la investigación organizadas en las siguientes secciones las cuales permitieron caracterizar los tratamientos, sentidos y significados asignados en la solución de situaciones relacionadas con la fracción como medida.

Conclusiones frente al tratamiento en situaciones de la fracción como medida

Es posible concluir que en la solución de situaciones relacionadas con la fracción como medida los docentes privilegian el uso del lenguaje común y esquemas pictóricos en el tratamiento. Al parecer esto se debe al empleo de elementos geométricos y métricos tales como la descomposición y la proporción como también a los tipos de aprensión figural comprendidos dentro de la visualización que incluyen las modificaciones mereológicas, intrínsecas y posicionales (Rubio & García, 1995).

La descomposición es un proceso fuerte tanto en el uso de registros pictóricos como en el lenguaje común. Este proceso permite asociar las primeras acciones de medición relacionadas dentro de los aspectos pre-métricos relacionados en Vasco (2015) durante la solución de cada tarea. A nivel general los docentes presentan dificultad para reconocer transformaciones de tratamiento al interior de un mismo registro debido a que existe una tendencia hacia el uso de modificaciones mereológicas en donde las partes en las que es dividida la unidad necesariamente deben ser iguales.

Conclusiones frente a los sentidos en situaciones de la fracción como medida

En la asignación, modificación o conservación de sentidos el tratamiento juega un papel fundamental. Este permite validar o modificar los sentidos iniciales que los docentes asumen frente a situaciones relacionadas con la fracción como medida. Se observa un marcado uso de la descomposición en el tratamiento para la asignación, modificación o conservación de sentidos. Se infiere que la descomposición del registro pictórico permite en mayor grado la configuración del sentido. Los docentes relacionan el sentido con procesos de estimación. Dicha estimación la realizan de manera cualitativa y cuantitativa. Por otra parte, en los procesos de estimación los docentes requieren identificar primero las cualidades medibles del objeto para asignar el sentido que permita seleccionar la unidad o asignar el sistema de medición.

Conclusiones y recomendaciones frente a los significados en situaciones de la fracción como medida

En situaciones de la fracción como medida los docentes requieren involucrar *significados asociados a magnitudes, significados asociados a la medida, significados asociados a la*

fracción, significados asociados al tratamiento y significados asociados a los polígonos. Ahora bien, cuando los docentes se remiten al concepto de fracción utilizan el significado “fracción parte todo” generalmente buscan que las partes sean exactamente iguales para definir el concepto primitivo de fracción.

Conclusiones y recomendaciones frente a la formación de maestros.

La fracción es un objeto matemático que necesita relacionarse con otros objetos matemáticos. Por lo tanto es necesario generar espacios de formación en donde los maestros comprendan la fracción tanto en lo didáctico como en lo epistemológico desde los diferentes contextos de tal manera que comprendan al menos lo fundamental para enseñarla como debe ser.

Referentes

- D'Amore, B. (2006). Objetos, significados, representaciones semióticas y sentido. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. Número especial. ISSN: 1665-2436, pp.177-195.
- Duval, R. (1995). *Geometrical Pictures: kinds of representation and specific processing*. En R. Sutherland y J. Mason (Eds.), *Exploiting Mental Imagery with Computers in Mathematics Education*, Springer, Berlín, 142-157.
- Duval, R. (1999). *Semiosis y Pensamiento Humano*. Santiago de Cali, Colombia: Universidad del Valle, Grupo de Educación Matemática.
- Fandiño, M. I. (2009). *Las fracciones aspectos conceptuales y didácticos*. Bogota, Colombia: Editorial magisterio.
- Gutiérrez, S., & Parada, D. (2007). *Caracterización de tratamientos y conversiones: El caso de la función afín en el marco de las aplicaciones* (Tesis de Maestría). Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia.
- Martínez, M. (1994). *Instrumentos de análisis del discurso escrito*. Santiago de Cali, Colombia: Editorial Facultad de Humanidades- Universidad del Valle.
- Rojas, P. J. (2014). *Articulación de saberes matemáticos representaciones semióticas y sentidos* (colección tesis doctoral). Bogotá, Colombia: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Rubio, S., & García, F. J. (1995). *Guía de uso de los materiales: Matemáticas segundo ciclo profesorado*. Valencia, España: Ministerio de Educación y Ciencia de la Generalitat Valenciana.
- Santi, G. (2011). Objectification and semiotic function. *Revista Educational Studies Mathematics*, Volumen no 77, pp,285-311. Doi 10.1007/s10649-010-9296-8
- Tamayo, M. (1999). *Serie aprender a investigar: Módulo 2 La investigación*. Bogotá, Colombia: ARFO EDITORES LTDA.
- Vallejo, F.A & Tamayo, O.E. (2008). Dificultades de los estudiantes de grado octavo en los procesos de tratamiento y conversión de los números racionales. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos (Colombia)*. Volumen 4(2). pp.151-182. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=134112597009>
- Vasco, C. E. (2015). *Los Sistemas Métricos en la Didáctica de las Matemáticas y las Ciencias*. Manuscrito no publicado.