



# II CEMACYC

II Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe

29 octubre al 1 noviembre. 2017

Cali, Colombia

[ii.cemacyc.org](http://ii.cemacyc.org)



## Los billetes decimales: más allá de Unidades, Decenas y Centenas en la enseñanza del Sistema de Numeración Decimal

Olga Emilia Botero Hernández  
Universidad de Antioquia  
Colombia  
[oebotero@gmail.com](mailto:oebotero@gmail.com)

Ana María Jiménez Echavarría  
Universidad de Antioquia  
Colombia  
[ana.jimenez@udea.edu.co](mailto:ana.jimenez@udea.edu.co)

Cristian Stiven Zapata Marín  
Universidad de Antioquia  
Colombia  
[cstiven.zapata@udea.edu.co](mailto:cstiven.zapata@udea.edu.co)

Francy Lorena Cautiva Sosa  
Universidad de Antioquia  
Colombia  
[francy.cautiva@udea.edu.co](mailto:francy.cautiva@udea.edu.co)

### Resumen

El presente taller tiene como objetivo contribuir a la formación de maestros de matemáticas, al ofrecer elementos teóricos y metodológicos para utilizar los billetes decimales como instrumento de mediación en las prácticas de enseñanza y aprendizaje del Sistema de Numeración Decimal (SND) y de las relaciones propias del pensamiento aditivo. Para esto se proponen diferentes momentos donde los maestros interactúan con los billetes decimales posicionándose de forma crítica frente a las oportunidades que ofrece este material para promover en el aula de clases que los estudiantes reconozcan y utilicen características del SND y desarrollen habilidades de pensamiento aditivo.

*Palabras clave:* prácticas matemáticas, características del SND, pensamiento aditivo, billetes decimales.

### **Introducción**

El eje central de este taller es el desarrollo de actividades con los billetes decimales<sup>1</sup> en tareas asociadas a la comprensión del SND y a las relaciones propias del pensamiento aditivo. Estos aspectos son fundamentales en los primeros grados de la educación básica, pues como lo mencionan Wolman y Terigi (2007), el SND es el elemento clave cuando los niños y las niñas inician su educación primaria. Se recogen en este taller diversas tareas y actividades que se han propuesto a niños y niñas de los grados primero a tercero de educación básica en contextos de aula regular y en el marco de investigaciones llevadas a cabo por los autores del mismo. Las actividades propuestas ofrecen a los niños la posibilidad de hacer evidentes las características propias del SND, según lo mencionan Guitel, Ifrah (citados en Wolman y Terigi, 2007): los agrupamientos, el principio de la base y el valor posicional de las cifras, y a su vez ofrece la posibilidad de llevar a cabo diferentes cálculos, en particular, los relacionados con el pensamiento aditivo, sin recurrir a la enseñanza de los algoritmos convencionales. Mediante este taller se ofrece a los maestros en formación y en ejercicio, la experiencia directa con la herramienta mencionada por medio de un conjunto de tareas que les dan la posibilidad de desarrollar en las aulas de los primeros grados de la educación básica, estrategias y actividades a partir de una perspectiva diferente a la tradicional, con relación al SND y a los materiales didácticos. A partir de esta propuesta los niños acceden a la comprensión y uso del SND de forma natural, en estrecha relación con las prácticas sociales en las que están inmersos y en medio de actividades reflexivas frente al objeto de conocimiento matemático.

### **Justificación**

Cuando se piensa en la actividad matemática que se desarrolla en la escuela, en particular en los primeros grados es natural hablar de las primeras nociones formales del número y la enseñanza de las operaciones básicas - presentadas en este orden -. Es claro que la escuela pone un énfasis importante alrededor del Sistema de Numeración Decimal (SND); incluso gran parte del proceso durante esta etapa se relaciona con el desarrollo de estos dos saberes, el SND y las operaciones básicas. Este énfasis puede ser debido a que se piensa que éstos posibilitan acercarse a otros campos de la matemática más avanzados dejando explícita una linealidad estricta entre los contenidos matemáticos mencionados. Se asume que estos contenidos se aprenden de manera consecutiva sin solaparse en ningún momento, situación que es descrita por algunos autores como Terigi y Wolman (2007) quienes al respecto mencionan que “la enseñanza usual se diseña sobre el supuesto de que los niños tienen que comprender el sistema de numeración antes de comenzar a utilizarlo, pues el uso deviene de la correcta aplicación de los principios conceptuales que rigen al sistema” (p.72).

De esta manera es común encontrar en la escuela prácticas como la repetición oral y escrita de los números uno a uno, avanzar de familia numérica según el período académico o el grado de escolaridad, por esta razón es usual encontrar en los cuadernos de los estudiantes el registro de algunas prácticas, como la plana escrita de números, ante la cual se encuentran con situaciones como no saber qué número sigue en la lista o emplear de manera irregular las características que

---

<sup>1</sup> Es un material compuesto por fichas en forma de billetes con denominaciones 1,10 y 100 etc. que permite la manipulación de las unidades del SND y cuyas características se describirán más adelante.

rigen la numeración, pues si bien esta práctica puede ayudarles a los niños a identificar regularidades en el carácter escritural, es una práctica mecanizada que no permite que el sujeto constituya significados sobre la complejidad del SND y las reglas que lo caracterizan. Al respecto Alsina (2007) al referirse a este tipo de prácticas comunes en la escuela menciona que “la repetición sin sentido más que un beneficio es perjudicial al rendimiento matemático” (p.316). En especial porque ocultan relaciones con otros aspectos de las matemáticas como su carácter aditivo y multiplicativo que son las que le permiten al sujeto desarrollar habilidades para resolver situaciones aditivas o multiplicativas.

En cuanto a la enseñanza y aprendizaje de las operaciones básicas encontramos en la escuela una dependencia del algoritmo convencional sin permitirse otro tipo de estrategias para enfrentarse a situaciones donde se deba operar de manera aditiva o multiplicativa, ni reflexionar acerca de las regularidades que componen estos algoritmos, de modo que su uso resulta rutinario, escaso de sentido y sin la posibilidad de hacer explícitas las relaciones que tienen con el SND en lo que respecta a llevar cuentas, tomar prestado, etc. “En efecto, cuando se enseña el algoritmo convencional de ‘sumar en columnas’ los alumnos no necesitan poner en acción en todo momento los conocimientos sobre el SND. Si se tiene que calcular la suma de las unidades y las decenas, esto puede llevarse a cabo sin pensar lo que estas cifras representan” (Terigi y Wolman, 2007, p. 97).

Por otro lado, en los documentos rectores de la Educación Matemática en Colombia se definen cinco procesos generales que se desarrollan durante la actividad matemática, entre ellos está la formulación, comparación y ejercitación de procedimientos como un proceso en el cual se propone la construcción de algoritmos por parte de los estudiantes y la reflexión sobre su utilidad o no en determinadas situaciones. En este sentido aparece un elemento importante que es la formulación de procedimientos, es decir que los estudiantes pueden construir, crear y practicar otras estrategias propias y analizar en cada situación su utilidad o no frente a otro tipo de procedimientos, tomar mejores decisiones al usarlos, situación que es posible en la medida en que los estudiantes logren reconocer y usar las características que constituyen el SND pero que pocas veces se propone durante la actividad matemática en la escuela, pues de manera usual se ha creado brecha entre estos saberes que se influyen de manera recíproca; en este sentido Vásquez y Obando (2008) mencionan que “es muy común encontrarse con que las personas utilizan el Sistema de Numeración Decimal de manera mecánica pero no comprenden por qué funciona. Esta situación se hace más evidente en los algoritmos convencionales, en los cuales, la lógica que los sustenta descansa fundamentalmente en el Sistema de Numeración Decimal” (p. 12).

Estas prácticas ya descritas dejan poco espacio para el estudio de la complejidad del SND, las características que lo componen y sus relaciones con el desarrollo de habilidades propias de otros saberes matemáticos, situación que aunque teóricamente es tema de amplias reflexiones en trabajos de autores como Terigi y Wolman, 2007; Gómez, 1988; Itzcovich, Ressa de Moreno, Novembre, Becerril y Gvirtz, 2007; Obando y Vásquez, 2008 es necesario que los maestros realicen un ejercicio reflexivo con relación a sus prácticas y las posibilidades para transformar los procesos de enseñanza y aprendizaje de dichos saberes.

Para esto se proponen en este taller tareas que se relacionan con el reconocimiento de las características del SND en contextos de pensamiento aditivo, al usar como referencia la relación dual entre estos dos saberes que se influyen de manera recíproca, para esto proponemos los billetes decimales que permitirán al estudiante reconocer las propiedades y características del

SND y al mismo tiempo evidenciar su carácter mixto (aditivo y multiplicativo) por medio de estrategias como la composición, descomposición, cambios de unidades, entre otras. Todo esto se debe a la estructura de estos billetes que define Botero (2011) “Este material diseñado con las mismas características de nuestro sistema, pues consta de unos, dieces, cienes, etc. favorece la manipulación concreta de las unidades del sistema de numeración que usualmente es presentado de forma abstracta” (p.7).

Por lo anterior con este taller nos hemos planteado los siguientes objetivos:

- Reflexionar acerca de los procesos de enseñanza y aprendizaje del sistema de numeración decimal que se llevan en la escuela.
- Interactuar con el material al enfrentarse a diversas situaciones.
- Reconocer las posibilidades que ofrecen los billetes decimales para la comprensión de las características del SND y el pensamiento aditivo.
- Plantear situaciones que pueden llevarse en el aula con uso del material.
- Analizar ventajas y desventajas de los billetes decimales en comparación con otro tipo de manipulativos.

### **Marco Teórico**

El SND es un producto de la elaboración humana por tanto una convención cultural e histórica que se ha constituido por unas reglas específicas y una simbología de acuerdo a unas necesidades específicas de utilización, en palabras de Bourbaki (citado en Gómez, 1988) su finalidad “es asignar a cada número natural individual (con un límite que depende de las necesidades prácticas) un nombre y una representación escrita, formada por combinaciones de un reducido número de signos, siguiendo leyes más o menos regulares” (p. 31). Esta constitución se desarrolla al añadir al principio de agrupación el carácter multiplicativo y el valor posicional, y se constituye en unas características en su formación descrita por (Gómez, 1998, p. 59) que se presenta a continuación:

- La base del sistema es 10 y se escribe 10.
- Todo número es suma de potencias de la base.
- Adopta un símbolo específico para cada uno de los números inferiores a la base llamado cifras: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9.
- Una cifra a la izquierda de otra representa potencias de la base inmediatamente superiores.
- Cada cifra tiene dos valores, uno según su forma y por otro por el lugar que ocupa, de modo que la primera de la derecha expresa unidades simples, la segunda unidades de segundo orden, la tercera de tercer orden, etc.
- Cada unidad de un orden equivale a 10 unidades de orden inferior.
- Para expresar la carencia de unidades de cualquier orden se emplea el cero, 0.

Por otro lado, el sistema de numeración guarda una estrecha relación con las operaciones aritméticas pues si bien se ha constituido por su claridad para la representación numérica un aspecto importante es su facilidad para realizar cálculos lo que lo ha llevado a constituir y adquirir la importancia que hoy posee, en este sentido, autores empiezan a identificar la relación entre el SND con las operaciones, por ejemplo Gómez (1998) afirma que:

las diferentes reglas para la obtención de un resultado en una operación son coherentes con el sistema en el que se trabaja, esta es una de las razones por las que nuestro sistema ha logrado imponerse: facilita el cálculo y el estudio de las propiedades y relaciones entre los

números empleando fundamentalmente las propias representaciones y simbolizaciones numéricas, sin necesidad de mecanismos auxiliares. Esta potencialidad no se emplea a fondo en nuestra escuela, salvo las rutinas que todos conocidas (p. 59).

De acuerdo con el planteamiento anterior las operaciones aritméticas se relacionan de manera directa con las características que definen nuestro del SND, además la comprensión y utilización de las propiedades del sistema posibilita el desarrollo de habilidades de otro tipo de pensamiento, como es por ejemplo, el pensamiento aditivo o o habilidades para el cálculo mental.

Para referirnos a pensamiento aditivo, primero es necesario concebir el pensamiento a partir de lo propuesto por Radford (2006) en la teoría de la objetivación, el autor plantea que la idea de pensamiento parte de presupuestos diferentes y en oposición a otras corrientes de pensamiento racionalistas e idealistas que argumentan que no se necesita ni de la experiencia y los sentidos para comprender los objetos matemáticos y las propiedades que estos poseen, sino que apuesta por una concepción no mentalista del pensamiento, en la cual la acción que realiza el sujeto en una actividad matemática manifiesta sus modos de pensar y comprender los objetos matemáticos. Estas acciones que realizan los sujetos son mediadas por unos recursos materiales e intelectuales que le posibilitan tomar conciencia de las formas de acción, expresión y reflexión que se han constituido históricamente en relación con los objetos, como también transformar su actividad, en este sentido el pensamiento es entendido como una reflexión activa que realiza el sujeto sobre el mundo, “un movimiento dialéctico entre una realidad constituida histórica y culturalmente y un individuo que la refracta (y la modifica) según las interpretaciones y sentidos subjetivos propios” (Radford, 2006, p. 123).

De esta manera, los planteamientos sobre la idea de pensamiento propuestos en la teoría de la objetivación permitirán definir pensamiento aditivo como:

La actividad reflexiva y sensible en torno a formas de acción, reflexión y expresión asociadas a las significaciones culturales e históricas con que han sido dotados de significado los objetos matemáticos suma y resta, significaciones que son resultado de la actividad matemática realizada por generaciones pasadas. Estas formas de acción, reflexión y expresión no necesariamente están asociadas al uso de la suma y de la resta sino que también pueden estar relacionadas con el uso del conteo, la comparación de cantidades, la agrupación no posicional y posicional, la equivalencia entre las unidades de primer nivel, las unidades de segundo nivel y cada una de las unidades de niveles superiores, a procesos de agregación y diferencia con objetos concretos, entre otras. Formas que emergen y se materializan en la actividad matemática cuando los estudiantes se enfrentan a tareas en las que pueden operar aditivamente con los números naturales (Pantano, 2014, p. 23).

En este sentido, la alternativa que proponemos para que los sujetos constituyan significados del SND y desarrollen habilidades de pensamiento aditivo mediado por procesos como la composición, descomposición, equivalencias de unidades, conteos múltiples, entre otros, que emergen en la actividad matemática, es la manipulación del material denominado billetes decimales, esto en relación con los planteamientos del Ministerio de Educación Nacional (MEN) de Colombia que propone en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006) “identifico regularidades y propiedades de los números utilizando diferentes instrumentos de cálculo (calculadoras, ábacos, bloques multibase, etc.)” (p. 80) entre estos instrumentos, se

encuentra los billetes de denominaciones de 1, 10, 100, 1000 etc. que además se incluyen en los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) (2016) en su versión 2 como un manipulativo que permite “Utiliza[r] las características posicionales del Sistema de Numeración Decimal (SND) para establecer relaciones entre cantidades y comparar números” (p. 9).

Los billetes decimales son una propuesta que desarrolla Botero (2011) en el texto *Estrategias y reflexiones matemáticas de maestr@s para maestr@s. Propuestas para la Educación Básica Primaria*, quien afirma que “este material diseñado con las mismas características de nuestro sistema, [...] favorece la manipulación concreta de las unidades del sistema de numeración que usualmente es presentado de forma abstracta” (p.7) Además, permite al estudiante establecer regularidades y generalidades acerca del sistema de numeración decimal en su utilización y adquirir la habilidad para componer y descomponer los números. Martínez (2000) menciona el uso que se le puede dar a esta clase de material

Una colección de monedas de 1, 10 y 100 pesetas, y billetes de 1.000 pesetas. Es un material fácil de obtener y que ayuda en la comprensión del proceso. Los primeros ejercicios pretenden hacer ver como iguales una moneda de 10 pesetas y diez de 1 peseta. [...] lo mismo se hace con una moneda de 100, que se puede convertir en diez de 10 pesetas y en cien de 1 peseta. Para los niños no es difícil ver que en una moneda de 100 hay monedas de 10 pesetas y, por supuesto, de 1, se trata, en definitiva, de que contemplen a la vez todas las posibilidades (p. 26).

Estas equivalencias entre las unidades del SND le permiten al estudiante desarrollar habilidades para enfrentarse a diversas situaciones aditivas y/o multiplicativas, por ejemplo al encontrarse con una tarea en donde deba adicionar 27 y 15, puede llevarla a cabo de la siguiente manera usando los billetes decimales; en primer lugar se representan los numerales usando los billetes, luego se agrupan los billetes de la misma denominación, en este caso los tres dieces y los doce unos, como se observa en la imagen. Así obtiene un resultado parcial de 30 y 12, del cual ahora puede cambiar diez de estos unos por un billete de 10 para obtener así el numeral compuesto por cuatro decenas y dos unidades (42). De esta manera es posible observar y naturalizar acciones como “llevar una” que ahora se hace de una forma consciente y no como una mecanización de pasos como se presenta en el algoritmo convencional.

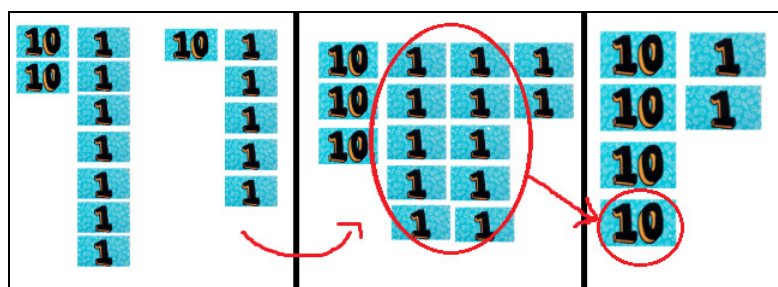


Figura 1. Fotografía de los billetes decimales

## Metodología

El taller se llevará a cabo en seis momentos a través de los cuales los participantes realizarán discusiones acerca de la enseñanza y el aprendizaje del SND y el pensamiento aditivo, analizarán experiencias de enseñanza con los billetes decimales y llevarán a cabo tareas con dicho material para analizar su incidencia en la transformación del proceso de enseñanza y aprendizaje del SND y el pensamiento aditivo en los primeros grados de la básica primaria.

**Primer momento: 5 minutos.**

Contextualizar a los participantes, indicar a partir de qué experiencias se ha consolidado la propuesta. Práctica en el aula regular y la investigación realizada.

**Segundo momento: 25 minutos**

Discutir con relación a las prácticas de enseñanza y aprendizaje que se han llevado a la escuela, a partir de la experiencia previa y planeaciones propuestas por los participantes acerca del sistema de numeración y luego a través de materiales audiovisuales, entre otros. Además vincular las prácticas que se desarrollan en la escuela con más frecuencia. En este espacio se pretende que los participantes compartan sus experiencias y posiciones frente a éstas.

**Tercer momento: 55 minutos.**

Se desarrollarán diversas tareas con el uso de los billetes decimales, en las que los participantes se verán involucrados y atravesados por la reflexión constante frente a las posibilidades que ofrece el material, se propondrán las siguientes tareas:

- Representar numerales con el uso del material (15 minutos)
- La serpiente, para el reconocimiento del valor posicional del SND. (10 minutos)
- La tienda, como contexto ideal para comprender las potencialidades de este material, por ejemplo, habilidades de composición y descomposición (20 minutos)
- Resolver adiciones y sustracciones (10 minutos)

**Cuarto momento: 10 minutos**

Se presentarán en diversos formatos experiencias en diferentes contextos del trabajo desarrollado en interacción con los billetes decimales.

**Quinto momento: 15 minutos**

En este espacio se pondrán en discusión las características del SND y cómo por medio de los billetes se pudieron reconocer y emplear dichas características mediado además por el contexto de las tareas. Además, se discutirá del empleo de otros materiales manipulativos utilizados para la enseñanza del SND en comparación con los billetes decimales.

**Sexto momento: 10 minutos**

Se realizarán algunas conclusiones de las experiencias durante el taller y se describirán algunas posibles tareas que puedan llevar a la escuela con el uso del material de acuerdo con las posturas y elaboraciones que se han logrado constituir a lo largo del mismo.

**Resultados esperados**

Se espera que los participantes del taller reflexionen acerca de la enseñanza del SND y las prácticas que se realizan habitualmente en la escuela, asuman un posicionamiento crítico de

acuerdo a las experiencias durante su participación en este espacio, mediada por una interacción directa con la manipulación y el uso de los billetes en tareas que se proponen para ser llevadas a la escuela en las que se evidencian las características del SND y habilidades propias de pensamiento aditivo, en este sentido se espera que constituyan posturas claras frente a las ventajas y desventajas de este material en relación con los demás manipulativos que son llevados a la escuela para el aprendizaje de dicho saber.

Por último, los maestros participantes plantearán tareas que pueden ser llevadas al aula de clase con los billetes decimales de manera que les permitan transformar las prácticas de enseñanza y aprendizaje del SND y su relación con el desarrollo de habilidades de tipo aditivo.

### **Referencias y bibliografía**

- Alsina, A. (2007). *¿Por qué algunos niños tienen dificultades para calcular?: Una aproximación desde el estudio de la memoria humana*. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa 10(3) Agosto, p. 315-333.
- Gómez, B. (1988). *Numeración y Cálculo*. Colección: *Matemáticas Cultura y Aprendizaje*. Madrid, España: Síntesis.
- Itzcovich, H., Ressa de Moreno, B., Novembre, A., Becerril, M. y Gvirtz, S. (2007). Los números naturales y el sistema de numeración. En H. Itzcovich, B. Ressa de Moreno, A. November, M. Becerril y S. Gvirtz (Eds). *La matemática escolar: las prácticas de enseñanza en el aula*. (p. 31–61). Buenos Aires, Argentina: Aique Grupo Editor.
- Obando, G. y Vásquez, N. (2008). *Pensamiento numérico del preescolar a la educación básica*. Curso dictado en 9° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa (16 al 18 de Octubre de 2008). Valledupar, Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Bogotá, Colombia: Magisterio.
- Ministerio de Educación Nacional. (2016). *Derechos Básicos de Aprendizaje -DBA V2*. Bogotá, Colombia: Magisterio.
- Pantano, L. (2014). *Medios semióticos de objetivación en estudiantes de tercer grado de primaria al resolver tareas de tipo aditivo en los naturales* (Tesis de maestría). Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia.
- Radford, L. (2006). Elementos de una teoría cultural de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, Special Issue on Semiotics, Culture and Mathematical Thinking*, pp. 103-129.
- Terigi, F., y Wolman, S. (2007). Sistema de numeración: Consideraciones acerca de su enseñanza. *Revista Iberoamericana de Educación*, 43(4), 59-83.



Villa-Ochoa, J. y Botero, O. (2011). *Estrategias y reflexiones matemáticas de maestr@s para maestr@s. Propuestas para la Educación Básica Primaria*. Medellín, Colombia: Escuela del Maestro.