PROPUESTA DE MEJORA EN EL APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE LÍMITE DE UNA FUNCIÓN REAL

María Rosa Romiti, Natalia Sgreccia, Marta Caligaris
Grupo Ingeniería & Educación. Facultad Regional San Nicolás. Universidad Tecnológica Nacional. Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura. Universidad Nacional de Rosario. Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas. Argentina
mromiti@arnet.com.ar, sgreccia@fceia.unr.edu.ar, mcaligaris@frsn.utn.edu.ar
Nivel Universitario

Palabras clave: Registros semióticos. Tratamientos. Conversiones. Límites.

Resumen

El trabajo diario y sus resultados llevan a reflexionar sobre lo complejo que resulta, por una parte enseñar y, por otra, comprender y apropiarse del concepto de límite, que se desarrolla en la asignatura Análisis Matemático I de las carreras de Ingeniería. En la Facultad Regional San Nicolás de la Universidad Tecnológica Nacional (FRSN-UTN) éste es el primer concepto en el que los alumnos necesitan un significativo manejo simbólico, abstracto y visual.
Teniendo como referente principal la teoría de Duval sobre los registros de representación semiótica (gráfico, natural y simbólico) y sus vinculaciones con la Matemática, se está llevando a cabo una tesis de Maestría con el propósito de analizar el desempeño de los alumnos en la asignatura Análisis Matemático I frente a los distintos registros de representación y sus conversiones, en el estudio del concepto de límite de una función real a variable real.
A partir del análisis de los datos recogidos en el trabajo de campo realizado en el primer cuatrimestre del año 2011 en la FRSN, en esta ponencia se presenta una propuesta de mejora para la asignatura. La misma incluye actividades que involucran de manera relativamente equitativa tanto los tratamientos de los tres registros como las conversiones entre pares de ellos. El análisis del desempeño de los alumnos en la experiencia llevada a cabo sirvió de puntapié para la detección de aspectos a mejorar en la propuesta de actividades de la materia.

Introducción

El trabajo diario y sus resultados llevan a reflexionar sobre lo complejo que resulta, por una parte enseñar y, por otra, comprender y apropiarse del concepto de límite, que se desarrolla en la asignatura Análisis Matemático I de las carreras de Ingeniería. Dicho concepto es relevante no sólo para plantear otros contenidos del Análisis Matemático I, como los del Cálculo Diferencial e Integral, sino también en los que se apoyan en ellos para su formalización y comprensión, incluso para otras ciencias, como Física.

Desde la experiencia áulica, docentes de primer año de la FRSN, con respecto al desempeño de los estudiantes, compartimos el siguiente diagnóstico:

Desconocimiento de ciertos símbolos matemáticos. La mayoría de los ingresantes no tienen manejo simbólico, ya sea porque no lo conocen o porque no lo recuerdan. Desde el inicio del cursado en Análisis Matemático I, la unidad de funciones reales les ocasiona dificultades a los estudiantes y cometen errores. Éstas se agravan particularmente cuando se introduce límite y continuidad de funciones.

Preferencia de ciertas actividades en detrimento de otras. Por lo general los estudiantes prefieren actividades rutinarias donde aplican técnicas o realizar representaciones gráficas antes que proponer leyes que verifiquen determinadas condiciones. Hacer que los alumnos lean y expliquen un texto donde prevalecen los símbolos matemáticos es más difícil y provoca mayor resistencia que pedir que realicen cálculos.

Dificultades para justificar el valor de verdad de las proposiciones matemáticas. En las actividades que requieren justificar la veracidad o falsedad de una proposición, son pocos los que logran expresarse en forma completa y ordenada.

A este diagnóstico compartido se incorpora el siguiente obtenido en la unidad previa al concepto de límite, la de funciones reales. Resultó pertinente realizar un estudio para recoger información acerca de cuál es el desempeño de los alumnos en los registros gráfico, natural y simbólico, ya que con éstos se trabajaría en la próxima unidad. Entre los resultados obtenidos, el registro gráfico fue en el que mejor se desenvolvieron los alumnos. Si bien en el desempeño en el registro simbólico no fue bueno, lo que llamó la atención fue el bajo rendimiento en el lenguaje natural (en su versión escrita), siendo -paradójicamente- éste el lenguaje habitual de comunicación entre las personas.

Teniendo en cuenta el diagnóstico anterior y la complejidad intrínseca a la enseñanza y aprendizaje del concepto de límite, se está llevando a cabo una tesis de Maestría que pretende analizar el desempeño de los estudiantes de las especialidades Industrial (turno tarde) y Electrónica de la carrera de Ingeniería de la FRSN-UTN con los distintos tipos de registro de representación, así como sus preferencias, en el concepto de límite, ubicado en la unidad de límite y continuidad de funciones de la asignatura Análisis Matemático I.

A partir del análisis de los datos recogidos en el trabajo de campo realizado en el primer cuatrimestre del año 2011 en la FRSN se presenta en esta ponencia una propuesta de mejora para la práctica de ejercitación para alumnos de la asignatura. La misma incluye actividades que involucran de manera relativamente equitativa tanto los tratamientos de los tres registros como las conversiones entre pares de ellos, en ambos sentidos. También se tuvieron en cuenta, para la elaboración de las actividades, los errores y omisiones por parte de los alumnos que han sido detectadas durante el transcurso de la experiencia llevada a cabo.

Fundamentación

Los avances científicos exigen al universitario la capacidad de “reciclar”, en el sentido de completar, sus conocimientos constantemente. Para algunas especialidades de Ingeniería, los cambios son tan rápidos que la mitad de lo que el alumno aprende puede estar obsoleto en tan sólo un par de años. Para ser capaces de asumir y asimilar estos cambios, el estudiante debe poseer una sólida formación de base.

Entre las características sobre el perfil del Ingeniero Tecnológico, se distinguen la de un profesional capaz de desenvolverse en un plano de máximo nivel en la industria y en la sociedad, que debe poseer capacidad de creatividad, comunicación pluridisciplinaria y responsabilidad social, y debe promover y facilitar tanto la investigación como el estudio para el mejoramiento y desarrollo tecnológico (http://www.frsn.utn.edu.ar/).

El pensamiento lógico es fundamental para resolver problemas profesionales del proceso productivo en el cual el ingeniero se desempeña. De acuerdo con ello, resultan ser muy pocas las materias en los planes de estudio de Ingeniería que no utilizan la Matemática. En este sentido, esta ciencia es una herramienta de trabajo y al mismo tiempo una disciplina básica fundamental en la formación para esta profesión. Con base en estas consideraciones, los objetivos de la enseñanza de la Matemática para futuros ingenieros deberían ser, en términos generales, los de desarrollar una serie de competencias que les permitan lograr una amplia comprensión de los conceptos y principios matemáticos, razonar con claridad, comunicarse eficazmente y reconocer aplicaciones matemáticas específicas.

El nivel de conocimientos matemáticos que el alumno reciba a través de la enseñanza universitaria debe permitirle adoptar una postura crítica y creativa ante un problema dado y brindarle las herramientas de razonamiento necesarias para su resolución. Esto hace que se cuestione cómo debe ser la Matemática que se le enseña. Este trabajo se encuadra teóricamente en el enfoque planteado por Duval (1999) sobre los registros de representación semiótica (gráfico, natural y simbólico) y su incidencia en la Matemática.

Este autor sostiene que las acciones de tratamiento (transformación en un mismo registro) y de conversión de registros (transformación de un registro a otro) son imprescindibles en la actividad matemática. Asevera que una representación puede funcionar verdaderamente como tal, es decir, permitirles el acceso al objeto representado, sólo cuando se cumplen dos condiciones: que dispongan de al menos dos sistemas semióticos diferentes para producir la representación de un objeto o de una situación y que “espontáneamente” puedan convertir de un sistema semiótico a otro las representaciones producidas, sin siquiera notarlo. Cuando alguna de estas dos condiciones no se cumple, la representación y el objeto representado se confunden y no se pueden reconocer dos representaciones diferentes de un mismo objeto (Duval, 1999).

La enseñanza en general, y este concepto en particular, debe orientarse a promover un aprendizaje reflexivo, proponiendo el trabajo no sólo de tratamiento sobre distintos registros sino también de conversiones entre ellos.

Metodología de la investigación

Teniendo en cuenta las características de la investigación y la forma en que se analizaron los resultados obtenidos, se utilizó un enfoque cualitativo (Hernández Sampieri, Fernández Collado y Baptista Lucio, 2006). Los métodos cualitativos suelen resultar más apropiados para el campo educativo en general, según lo demuestra la práctica misma de la investigación.

Las técnicas de investigación utilizadas fueron cuestionarios abiertos para la recolección de datos asociados a las producciones de los alumnos y análisis de contenido en cuanto a la práctica existente de la asignatura.

De acuerdo a los objetivos de la investigación, asociados a la identificación de los niveles de desempeño de los alumnos en los distintos registros, se realizó un estudio de alcance exploratorio-descriptivo, de tipo longitudinal, con un diseño no experimental.

Desarrollo

El estudio se ha focalizado en dos especialidades de Ingeniería que presentan características diferentes: Industrial, en la que la mayoría proviene de escuelas donde la formación en Matemática no es el fuerte, y Electrónica, en la cual la generalidad de sus ingresantes proviene de escuelas técnicas, lo que les brinda una mejor preparación en los conocimientos básicos necesarios para estudiar Ingeniería. Durante el primer cuatrimestre del año 2011 se llevó a cabo la experiencia en la FRSN, con 15 alumnos de Electrónica y 18 de Industrial. Los trabajos prácticos especialmente diseñados se aplicaron semanalmente desde el día 17 de mayo de 2011 hasta el día 14 de junio de 2011. Se dispusieron los alumnos de ambas especialidades en un mismo salón con el objetivo de garantizar equidad en la experiencia.

Los trabajos prácticos se diseñaron de la manera más completa posible, de acuerdo al marco teórico de referencia en cuanto a tratamientos y conversiones incorporadas. Así fue que los alumnos se vieron involucrados por primera vez (sin trabajo en las clases teórico-prácticas habituales de la materia) en actividades de tratamiento en los registros natural (en su versión escrita) y simbólico con predominio conceptual. También se incorporaron en los trabajos prácticos todas las conversiones entre los registros mencionados, aun aquellas que no se habían trabajado ni figuraban en la cartilla de práctica de la asignatura.

Se han clasificado los desempeños de los alumnos de Ingeniería Electrónica y de Ingeniería Industrial en actividades de tratamiento en los registros gráfico, natural y simbólico, y también se han examinado sus desempeños en las conversiones entre registros.

Los registros considerados fueron:

Registro gráfico: contempla representaciones de funciones en un sistema de coordenadas cartesianas ortogonales y bocetos informales que prescindan de un sistema de referencia. Está vinculado al concepto de visualización de Zimmermann (1990; citado en Hitt, 2003) quien afirma que conceptualmente el papel del pensamiento visual es tan fundamental para el aprendizaje del Análisis Matemático que es difícil imaginar un curso exitoso de esta materia que no enfatice los elementos visuales del tema si se tiene la intención de promover un entendimiento conceptual.

Registro natural: se lo asocia a la lengua materna, primera lengua que una persona aprende y que se emplea como modo de expresión habitual en los diversos ámbitos de la vida corriente, para realizar descripciones, explicaciones, argumentaciones, deducciones, etc., con el objetivo de comunicarse. Puede emplearse en forma oral o escrita, considerándose en este trabajo esta última.

Registro simbólico: la Matemática se apoya en un lenguaje simbólico formal, a veces denominado algebraico, que sigue una serie de convenciones propias. En este trabajo se contempla el lenguaje simbólico integrado por dos partes: **registro simbólico con predominio procedimental**, en el que el alumno deba aplicar, para resolver un problema planteado, estrategias sencillas o rutinarias, y **registro simbólico con predominio conceptual**, en donde el alumno necesite conocer y manejar los símbolos propios matemáticos de las definiciones de límite. En este tipo de ejercitaciones es necesario trabajar con mayor rigurosidad para entender la lógica de las definiciones y/o propiedades. Se trata de una instancia en la que se involucra un pensamiento más formal y comprensivo que la anterior.

Además, se tuvo en cuenta el término **conversión entre registros** como el pasaje de uno a otro indistintamente, por ejemplo: conversión "simbólico-gráfico" significará convertir del registro simbólico al gráfico y viceversa. Si es necesario destacar una de ellas, se indicará con la frase "en este sentido"; por ejemplo, si se menciona solamente la conversión del simbólico al gráfico, se indicará: conversión "simbólico-gráfico (en este sentido)". Para obtener conclusiones se consideró que una persona comprende efectivamente un cierto contenido cuando logra desempeñarse satisfactoriamente en los tres registros considerados, tanto en su tratamiento por separado como en las conversiones entre pares involucradas.

En general se consideró el desempeño "satisfactorio" (realiza la actividad solicitada en forma completa y correcta en su totalidad), "parcialmente satisfactorio" (realiza la mitad o más de la actividad solicitada en forma correcta), "totalmente insatisfactorio" (resuelve en forma incorrecta la totalidad o la mayoría de la actividad, o incluso no resuelve), indicando que para cada actividad específica las particularidades respectivas.

Propuesta de mejora

A partir de la experiencia realizada en ambas especialidades se propone:

1°.- En cuanto a la cantidad y variedad de registros: en la propuesta de enseñanza incluir actividades que involucren de manera relativamente equitativa tanto los tratamientos de los tres registros así como las conversiones entre pares de ellos (en ambos sentidos).

2°.- En cuanto a la devolución de las correcciones: en el seguimiento de los aprendizajes darles los trabajos corregidos a los alumnos lo más pronto que sea posible y explicar en clase los grupos de errores cometidos.

3º.- En cuanto a la extracción de fotocopias: una vez entregados los trabajos e indicados en clase los errores cometidos en general, debe permitirse extraer fotocopias de los mismos para que cada alumno pueda analizar su trabajo en detalle y con tranquilidad en otro momento y, si lo requiere, realizar consultas puntuales sobre su propia producción en horarios extras a la clase.

A continuación, primeramente se muestra el relevamiento de las principales características relativas al tópico en cuestión de la cartilla de actividades existente al momento en la asignatura y luego se proponen actividades complementarias a implementar según punto 1º.

Límite

De un total de 71 ejercicios, 43 son sobre límite finito para variable finita y 28 para límites (finito o infinito) para variable infinita y límite infinito para variable finita, que se detallan a continuación:

Límite finito para variable finita

Actividades de tratamiento:
Tratamiento gráfico: 0 (ninguno)
Tratamiento natural: 0 (ninguno)
Tratamiento simbólico con predominio procedimental: 37
Tratamiento simbólico con predominio conceptual: 0 (ninguno)
Actividades de conversiones:
Conversión simbólico-gráfico: 6, siendo 2 simbólico a gráfico y 4 gráfico a simbólico
Conversión natural-simbólico: 0 (ninguno)
Conversión gráfico-natural: 0 (ninguno)

Límites (finito o infinito) para la variable infinita y límite infinito para variable finita

Actividades de tratamiento:
Tratamiento gráfico: 0 (ninguno)
Tratamiento natural: 0 (ninguno)
Tratamiento simbólico con predominio procedimental: 25
Tratamiento simbólico con predominio conceptual: 0 (ninguno)
Actividades de conversiones:
Conversión simbólico-gráfico: 1, siendo simbólico a gráfico
Conversión natural-simbólico: 2, siendo 1 natural a simbólico y 1 simbólico a natural
Conversión gráfico-natural: 0 (ninguno)

Como puede observarse, en la práctica existente sobre límite prevalece la inclinación a actividades de tratamiento simbólico, con connotación a su vez fuertemente procedimental. Incluso son pocas las propuestas de conversiones entre los distintos registros que en ella figuran.

Esto concuerda con lo que sostiene Hitt (2003) en que el sistema simbólico (con predominio procedimental) suele ser el de preferencia de los docentes. También Zimmermann (1990; citado en Hitt, 2003) hizo referencia al énfasis en el trabajo algebraico por parte de los docentes.

Algunas actividades propuestas

Se tuvo en cuenta que la mayor cantidad de errores que los alumnos cometieron fue en el tratamiento en el lenguaje simbólico con predominio conceptual y el registro natural, así como en la conversión natural-simbólico (en este sentido) y simbólico-gráfico (en este sentido). También, en justificaciones de verdaderos o falsos y en proponer leyes con determinadas condiciones.

A continuación se presentan los enunciados de algunas actividades que se diseñaron para intentar mejorar la propuesta de práctica de la asignatura en cuanto a la diversidad de registros (tratamientos y conversiones) que involucra.

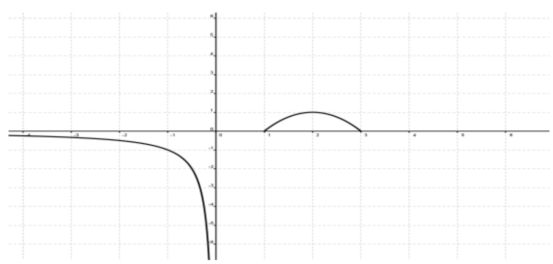
- Representar gráficamente una función que no posea límite en un punto de su dominio. (Conversión natural-gráfico (en este sentido)).

- Formular con tus palabras la siguiente expresión: $\lim_{x\to 1}\frac{x^2-x}{x-1}=1$. (Conversión simbólico-natural (en este sentido)).
- Representar en un gráfico el siguiente resultado: $\lim_{x\to x_0} f(x)=f(x_0)$. (Conversión simbólico-gráfico (en este sentido)).
- Justificar gráficamente que no existe $\lim_{x\to 0}\frac{|x|}{x}$. (Conversión simbólico-gráfico (en este sentido)).
- Siendo f la función real cuya ley es: f(x)= x^2, calcular $\lim_{h\to 2}\frac{f(h)-f(2)}{f(h-4)}$. (Tratamiento simbólico conceptual).

- Explicar con palabras lo siguiente:
  a) Por qué puede no existir el límite de una función en un punto. Pensar un caso para explicarlo. (Tratamiento natural).
  b) Qué es el límite de una función en un punto. (Tratamiento natural).
- Teniendo en cuenta la definición de límite finito para variable finita en forma simbólica y la siguiente proposición:
  $\forall\varepsilon>0,\ \exists\delta>0$, tal que, para todo x, si $0<|x+1|<\delta$, entonces $|x^2-1|<\varepsilon$
  se pide reconocer de qué función se trata y a qué valor tiende la variable independiente. (Tratamiento simbólico con predominio conceptual).
- Dar un ejemplo de la ley de una función de dominio real, que no posea límite finito en algún valor de su dominio. Justificar la elección. (Conversión natural-simbólico (en este sentido)).
- Corregir el siguiente texto para que esté completa la definición de límite finito para variable finita en el punto x=a de una función f definida en un conjunto A.
  Dada una función $f: D_f \to R$, x = a punto de acumulación del dominio, se dice que: $\lim_{x\to a} f(x)=l \Leftrightarrow \exists\varepsilon>0, \forall\delta(\varepsilon)>0$, tal que, para todo x, si $0<|x-a|<\delta$, entonces $|f(x)-l|<\varepsilon$. (Tratamiento simbólico conceptual).
- Teniendo en cuenta los símbolos: $\exists, \varepsilon, >, 0, \delta(\varepsilon), |\ |, <, f(x), f(x_0), \forall$, se pide construir la definición, en forma simbólica, para el resultado $\underset{x\to x_0}{lím} f(x)=f(x_0)$. (Tratamiento simbólico conceptual).
- Dada la siguiente afirmación: Si f: A → R verifica $\lim_{x\to x_0^+} f(x)=\lim_{x\to x_0^-} f(x)$ y que $\exists \lim_{x\to x_0} f(x)$ entonces la función no presenta un salto en x_0. Indicar si algún símbolo sobra y por qué. (Conversión simbólico-natural (en este sentido)).
- El teorema del encaje establece: Sea I un intervalo $a\in I$ y sean f, g y h funciones definidas en I, exceptuando quizás el mismo punto a. Supongamos que $\forall x\in I$ tenemos $g(x)\le f(x)\le h(x)$ y que $\lim_{x\to a} g(x)=\lim_{x\to a} h(x)=L \Rightarrow \lim_{x\to a} f(x)=L$
  Dado el enunciado anterior, se pide:

Transcribir la hipótesis y la tesis en símbolos. (Tratamiento simbólico con predominio conceptual).
Explicar el enunciado en palabras. (Conversión simbólico-natural (en este sentido)).
Representar gráficamente una función que cumpla con el enunciado. (Conversión natural-gráfico (en este sentido)).

- Indicar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificar la respuesta.
  a) f(x)=tg(x) tiene límite en todo $x \in R$
  b) Si $\lim_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$ la función puede presentar un salto en x_0
  c) Si $f(x_0) = L$ entonces $\lim_{x \to x_0} f(x) = L$
  d) Si el $\lim_{x \to x_0} f(x) = L$ entonces $f(x_0) = L$
  e) Si $f(x_0)$ no está definida entonces el $\lim_{x \to x_0} f(x)$ no existe
- Representar gráficamente una función y=h(x) que verifique, simultáneamente, las condiciones que se indican:
  $\lim_{x \to -\infty} h(x) = -\infty$ $\lim_{x \to 0^-} h(x) = +\infty$ $\lim_{x \to 0^+} h(x) = 4$ $\lim_{x \to 0^+} h(x) = 3$
  (Conversión simbólico-gráfico (en este sentido)).
- Explicar por qué no existe $\lim_{x \to +\infty} \cos x$ (Conversión simbólico-natural (en este sentido)). Dar ejemplos de otras funciones que se comporten de la misma forma. (Conversión natural-simbólico (en este sentido)).
- Dar un ejemplo de una ley de una función f, en la que no existe $\lim_{x \to +\infty} f(x)$. (Tratamiento simbólico conceptual).
- Sea la siguiente gráfica correspondiente a una función:



I) Se pide realizar extensiones para cada uno de los siguientes casos: (Tratamiento gráfico)
a) Que la función decrezca infinitamente cuando nos acercamos al cero. Justificar la elección.
b) Que posea asíntota horizontal por derecha. Justificar la elección.
c) Que no exista el límite en el origen.
II) Sin extender la gráfica, explicar en palabras si es posible analizar el límite en x=0. (Conversión gráfico- natural (en este sentido)).

- Expresar en palabras lo siguiente:
  a) Qué significa que una función posee una asíntota vertical en un punto. Analizar una de las posibilidades. (Tratamiento natural).

b) El significado de la siguiente expresión: $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ (Conversión simbólico-natural (en este sentido)).

- Analizando la siguiente proposición: $\forall M > 0\ \exists \delta(M) > 0$ tal que para todo x $\in D_f$ si 0 < |x + 3| < δ entonces $\frac{1}{(x+3)^2}$ >M, explicar con palabras la situación planteada. (Conversión simbólico-natural (en este sentido)).
- Indicar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificar la respuesta.
  a) Si f es una función periódica el límite cuando x $\to +\infty$, puede existir.
  b) Si $f(x_0) = L$ entonces $\lim_{x \to x_0} f(x)$ puede ser $+\infty$.
  c) Si $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$, entonces la función es nula.
- Dar un ejemplo de la ley de una función que verifique:

a) Crecer indefinidamente cuando la variable independiente se acerca al origen y decrecer indefinidamente cuando la variable independiente se acerca a uno.
b) Poseer asíntota vertical en el origen y poseer como dominio todos los reales.
c) Poseer asíntota horizontal y vertical.
d) Estar definida en todos los reales y presentar asíntotas verticales en los valores $\left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \quad \text{con } k \in \mathrm{Z}\right\}$ (Conversión natural-simbólico (en este sentido)).

Comentarios finales

Claro está que una propuesta de práctica no es el único elemento que interviene en los procesos de enseñanza y aprendizaje en estas comisiones de Ingeniería. De todos modos aquí, sin desconocer el complejo entramado en el que se inscriben tales procesos, se pretende optimizar el potencial de la propuesta didáctica como facilitador de los aprendizajes de los futuros ingenieros. Consecuentemente se considera propicio incorporar a la cartilla existente otras actividades para confeccionar una propuesta de práctica que atienda a los tres registros y a las conversiones entre pares de registros de una manera que sea lo más equitativa posible entre los mismos.

Así, se incorporaron 28 actividades a la propuesta original y, en caso que el docente requiera hacer un recorte, indicará a los alumnos cuáles deberán consultar en horarios extra áulicos. Se ha podido constatar que poseer información sobre el nivel de desempeño de los estudiantes en relación con los tratamientos y conversiones entre registros contribuye a idear propuestas de mejora para optimizar su desenvolvimiento en la unidad de referencia.

Referencias Bibliográficas

Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Cali: Universidad del Valle.

Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C. y Baptista Lucio, P. (2006). *Metodología de la investigación* (4ta. ed.). México DF: McGraw Hill.

Hitt, F. (2003). Una reflexión sobre la construcción de Conceptos Matemáticos en Ambientes con Tecnología. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana, X* (2), 216-217.