

PROCEDIMIENTOS HEURÍSTICOS EN LA ENSEÑANZA DE LA LÓGICA

Beatriz del Carmen Autino, Marisa Angélica Digión, Lydia María Llanos
Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Jujuy. Argentina
scalu@arnet.com.ar, mlsadir@arnet.com.ar, lyllanos@arnet.com.ar
Niveles Terciario y Universitario

Palabras clave: Enseñanza de la Matemática. Procedimientos Heurísticos. Razonamientos Deductivos

Resumen

Uno de los temas más recurrentes cuando se trata de la enseñanza de la Matemática, es la preocupación de los docentes por buscar alternativas metodológicas para que los estudiantes aprendan los conocimientos de la misma.

Entre los distintos procedimientos utilizados en las aulas se puede rescatar los algorítmicos y los heurísticos. Algunos problemas se resuelven siguiendo un procedimiento algorítmico, es decir, se acude a una sucesión de acciones completamente prefijadas y donde su correcta ejecución está asegurando, en gran medida, la solución del problema o tarea emprendida. Cuando no se conoce un algoritmo para la solución de una tarea, es posible aplicar un procedimiento heurístico, a través de: principios, reglas, estrategias y medios auxiliares específicos.

El objetivo de esta comunicación es mostrar la utilización de la Heurística como metodología de la enseñanza de los procesos lógicos del pensamiento, pretendiendo afianzar de este modo la formación de conceptos. Para ello se presenta el desarrollo de una clase sobre el tema Razonamiento Deductivo, perteneciente a la Unidad N°1: Nociones de Lógica, perteneciente a la materia Álgebra y Geometría Analítica, perteneciente a primer año del ciclo básico común de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Jujuy.

Introducción

Uno de los temas más recurrentes cuando se trata de la enseñanza de la Matemática, es la preocupación de los docentes por buscar alternativas metodológicas para que los estudiantes aprendan los conocimientos de la misma.

Para ello el docente debe enseñar a pensar, dominando nuevas técnicas metodológicas pretendiendo que el estudiante aprenda a aprender, es decir desarrollar en él una actitud crítica y la capacidad para la toma de decisiones. En el afán de esta tarea, se recurre a distintos tipos de procedimientos, entre ellos mencionaremos los algorítmicos y los heurísticos. Algunos problemas se resuelven siguiendo un procedimiento algorítmico, es decir se acude a una sucesión de acciones completamente prefijadas y donde su correcta ejecución está asegurando, en gran medida, la solución del problema o tarea emprendida (Monereo, Castelló, Clariana, Palma, Pérez, 1998). Cuando no se conoce un algoritmo para la solución de una tarea, se podría seguir un procedimiento heurístico, siguiendo principios, reglas, estrategias y medios auxiliares específicos.

Ambos procedimientos de la matemática son importantes, tal vez en los distintos niveles educativos, debería tener más prioridad uno que otro. Por ejemplo, si se refiere al ámbito universitario, sería recomendable afianzar y profundizar el proceso heurístico, pues permite que "...los estudiantes desarrollen actividades en las cuales desarrollen un pensamiento creativo, que permita conjeturar y aplicar información, descubrir, inventar y comunicar ideas, así como probar esas ideas a través de la reflexión crítica y la argumentación"(Vilanova, Rocerau, Valdez, Oliver, Vecino, Medina, Astiz, Álvarez, 2001, p. 1).

Tomando como base lo expresado anteriormente, el objetivo de esta comunicación es mostrar la utilización de la Heurística como metodología de la enseñanza de los procesos lógicos del pensamiento, pretendiendo afianzar de este modo la formación de conceptos. Para ello se presenta el desarrollo de una clase sobre el tema Razonamiento Deductivo, perteneciente a la Unidad N°1: Nociones de Lógica, perteneciente a la materia Álgebra y Geometría Analítica, perteneciente a primer año del ciclo básico común de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Jujuy.

Desarrollo:

***Conceptos orientadores**

En la enseñanza de la matemática a nivel universitario se resalta la importancia que tiene la enseñanza de la lógica a través de los procedimientos algorítmicos y heurísticos, priorizando los últimos, por considerarlos componentes claves en el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes.

Desde la Educación Matemática se han realizado numerosas investigaciones en las cuales se analizan las ventajas del uso de la Heurística en las aulas, y se coincide en clasificar a los elementos heurísticos en dos grupos: procedimientos heurísticos y medios auxiliares heurísticos.

Al respecto, Müller (1987) considera que los procedimientos heurísticos representan formas de trabajo y de pensamientos que favorecen la realización consciente de actividades mentales de mayores exigencias por parte de los alumnos. Así también esta forma de trabajo en la clase propicia la asimilación de los conocimientos, la capacidad para resolver problemas de forma no algorítmica y el desarrollo del pensamiento creador.

Los medios auxiliares heurísticos (MAH), son como su nombre lo indica, aquellos instrumentos de los cuales se pueden valer profesor y/o alumno para visualizar una situación problemática y colaboran a la búsqueda de su solución. Son ejemplos de MAH, las figuras de análisis, esbozos, figuras ilustrativas, tablas, gráficos, grafos, resumen de fórmulas, entre otros.

A su vez, los procedimientos heurísticos se pueden dividir en: principios (PH), reglas (RH) y estrategias heurísticas (EH).

Para Müller (1987) "los principios heurísticos son de gran utilidad para la búsqueda de nuevos conocimientos y para su fundamentación, también sugieren ideas para la solución de diferentes problemas" (p.1). Entre los principios heurísticos más utilizados se

encuentran: la analogía, la generalización, el principio de movilidad, la consideración de casos especiales o límites, la inducción completa, medir y probar y la reducción a problemas ya resueltos.

A su vez las reglas heurísticas, “representan impulsos que provoca el profesor en los estudiantes mediante observaciones, preguntas y recomendaciones, que ayudan a éstos a orientarse en la búsqueda de la solución del problema” (Müller, 1987, p.10). Entre las reglas heurísticas más utilizadas pueden mencionarse las siguientes: separar los datos dados de los buscados, recordar conocimientos, buscar relaciones entre lo que se conoce y lo que se busca y expresar los enunciados con notación simbólica.

Y por último las estrategias heurísticas son los sentidos de orientación que pueden seguirse en el razonamiento para conectar los datos con la solución durante el proceso de resolución de un problema (Müller, 1987). Entre las estrategias más utilizadas se encuentran: el trabajo hacia adelante o método sintético y el trabajo hacia atrás o método analítico.

* Desarrollo de una clase

Los objetivos propuestos en el desarrollo de la clase fueron:

Que los estudiantes logren:

- a) Analizar la validez de los razonamientos.
- b) Identificar distintas formas de razonamiento.
- c) Resolver problemas utilizando distintas formas de razonamientos.
- d) Reconocer la importancia de los razonamientos como herramienta indispensable en las demostraciones matemáticas.

Los conocimientos previos necesarios para el desarrollo de la clase, ya conocidos por los estudiantes, eran: proposición lógica, operaciones proposicionales, razonamiento, métodos de validez de un razonamiento, conjuntos, operaciones con conjuntos.

Se utilizó como forma de enseñanza, la conferencia orientadora; la función didáctica principal fue la de elaboración de un nuevo contenido y consolidación del saber. El tipo de clase fue teórico-práctica y la metodología se encuadra en la Heurística.

Los ejercicios planteados fueron los siguientes:

Ejercicio 1:

Determinar la validez del siguiente razonamiento:

“Si los impuestos bajan, los comerciantes venden mas barato.

Si los comerciantes venden más barato, aumentan sus ingresos.

Por lo tanto, si los impuestos bajan, los comerciantes aumentan sus ingresos”

En esta instancia, para impulsar a los estudiantes en el análisis detallado de los temas a considerar para la resolución de la consigna, se utilizaron Reglas Heurísticas, realizando las siguientes preguntas: ¿qué se plantea en el enunciado?, ¿qué es un razonamiento?, ¿cuándo un razonamiento es válido?

Para la resolución de este ítem, la RH aplicada fue la de relacionar datos e incógnitas con temas vistos anteriormente.

Entre las respuestas obtenidas se mencionan a las siguientes: “se quiere determinar la validez de un razonamiento”, “un razonamiento es un conjunto de proposiciones (dos o más) en el que una de ellas, llamada conclusión, se pretende que está fundada en la/s otra/s llamada/s premisa/s”, “un razonamiento deductivo es válido cuando su forma es tal que no tiene ningún ejemplo con premisas verdaderas y conclusión falsa. Es decir cuando el condicional asociado a su estructura es tautológico (no hay ninguna fila que tenga antecedentes verdaderos y consecuente falso)”(Estudiantes AyGA, 2012).

A continuación los estudiantes escribieron en forma simbólica el razonamiento, para lo cual debieron identificar las proposiciones simples intervinientes, en este paso se puede interpretar que se aplicaron las RsHs:, identificar, relacionar y designar enunciados con notación simbólica.

La expresión simbólica del razonamiento fue la siguiente:

- p: Los impuestos bajan
- q: los comerciantes venden más barato
- r: los comerciantes aumentan sus ingresos

$$\begin{array}{r}
 p \Rightarrow q \\
 q \Rightarrow r \\
 \hline
 p \Rightarrow r
 \end{array}
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{PREMISAS} \\ \\ \text{CONCLUSIÓN} \end{array}$$

En el paso siguiente los estudiantes debían determinar la validez del razonamiento planteado, utilizando alguno de los métodos estudiados anteriormente; para esto se recurrió a la RH: Recordar temas del dominio matemático correspondiente.

Los estudiantes acudieron al método directo o del condicional asociado y recurrieron a las tablas de valores de verdad, que se indica a continuación, como MAH, obteniendo al final de la misma una tautología, por lo que concluyeron que el razonamiento es válido.

			(1)			(2)		
p	q	r	p ⇒ q	q ⇒ r	p ⇒ r	(p ⇒ q) ∧ (q ⇒ r)	(2) ⇒ (1)	
V	V	V	V	V	V	V	V	
V	V	F	V	F	F	F	V	
V	F	V	F	V	V	F	V	
V	F	F	F	V	F	F	V	
F	V	V	V	V	V	V	V	
F	V	F	V	F	V	F	V	
F	F	V	V	V	V	V	V	
F	F	F	V	V	V	V	V	

Ejercicio 2:

Dado el razonamiento:

Si Juan canta, está alegre.

Si Juan está alegre, está feliz.

Por lo tanto, si Juan canta, está feliz

Determinar su estructura e indagar si es posible determinar directamente la validez del mismo

En este segundo ejercicio los estudiantes observaron que la estructura lógica de este razonamiento era la misma que la del ejercicio anterior, y por lo tanto se trataba de un razonamiento válido. A este paso se lo reconocería como el PH de analogía y como RH de analizar las acciones de identificación y/o transformación para alcanzar el objetivo buscado. Posteriormente se realizó una generalización (PH), resaltando que todo razonamiento cuyo esquema simbólico se asemeje al del primer ejercicio, es válido.

Ejercicio 3:

De lo analizado en el ejercicio anterior se sabe que, por el método directo de razonamiento, la expresión: $[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$, representa siempre un razonamiento válido, ¿se podrá llegar a la misma conclusión usando otra forma de demostración?

Los estudiantes, apoyados por orientaciones brindadas por el docente, recordaron el teorema contra-recíproco y a partir del método indirecto de razonamiento, que indica partir de la negación de la tesis para llegar a la negación de la/s hipótesis, escribieron:

$$\sim(p \Rightarrow r) \Rightarrow \sim [(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)]$$

En este ejercicio, el docente puso en práctica: el RH, la recordación de teoremas correspondientes y el análisis de identificación y transformación para alcanzar el objetivo buscado, el PH la comparación con problemas resueltos y como MHA, la confección de tablas de valores de verdad.

Para obtener los resultados finales los estudiantes recurrieron nuevamente al método del condicional asociado pero en forma simplificada (tachando todas las filas donde la premisa era falsa y se observa los valores de verdad que quedaron sin tachar en la columna correspondiente a la conclusión), como se puede observar en el cuadro que precede, estos valores son verdaderos, por lo que se puede concluir que el razonamiento es válido.

p	q	r	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow r$	$p \Rightarrow r$	$\sim(p \Rightarrow r)$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)$	$\sim(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)$
V	V	V	V	V	V	F	V	F
V	V	F	V	F	F	V	F	V
V	F	V	F	V	V	F	F	V
V	F	F	F	V	F	V	F	V
F	V	V	V	V	V	F	V	F
F	V	F	V	F	V	F	F	V
F	F	V	V	V	V	F	V	F
F	F	F	V	V	V	F	V	F

Ejercicio 4:

a) Si se consideran los conjuntos numéricos N, Z, R, ¿podrían identificar la propiedad que se escribe a continuación?. En caso afirmativo, decir de cuál se trata.

$$N \subset Z \wedge Z \subset R \Rightarrow N \subset R$$

b) ¿Podrían relacionar esta propiedad con lo visto en la ejercitación anterior?

Los estudiantes pudieron identificar perfectamente la propiedad transitiva de la inclusión de conjuntos; también reconocieron que son propiedades equivalentes y que existe una correlación entre la lógica matemática y la teoría de conjuntos.

En este ítem se puede considerar que se utilizó el PH de analogía y como RH, recordar teoremas del dominio matemático correspondiente, buscar relaciones entre los elementos dados y lo buscado.

Ejercicio 5:

Realizar un cuadro, en donde se vea plasmada la relación entre los conceptos de Lógica Matemática y Teoría de Conjuntos.

El cuadro planteado fue el siguiente:

Lógica matemática	Teoría de conjuntos
Proposiciones	Conjuntos
Implicación	Inclusión
Negación	Complementación
Disyunción	Unión
Conjunción	Intersección
Equivalencia	Igualdad

Para responder esta tarea se podría considerar que los estudiantes realizaron una analogía (PH), e identificaron y relacionaron para dar solución a la consigna (RH). También se recurrió como MHA a la confección de tablas.

Ejercicio 6:

Dado un razonamiento simbolizado como:

$$\begin{array}{l} \text{premisa 1 (P}_1\text{):} \quad q \Rightarrow \sim p \\ \text{premisa 2 (P}_2\text{):} \quad \frac{\dots\dots\dots}{\sim q} \\ \text{conclusión:} \end{array}$$

Determinar los valores de verdad de p y q y de una premisa que reemplace a P₂, de modo que el razonamiento resulte no válido.

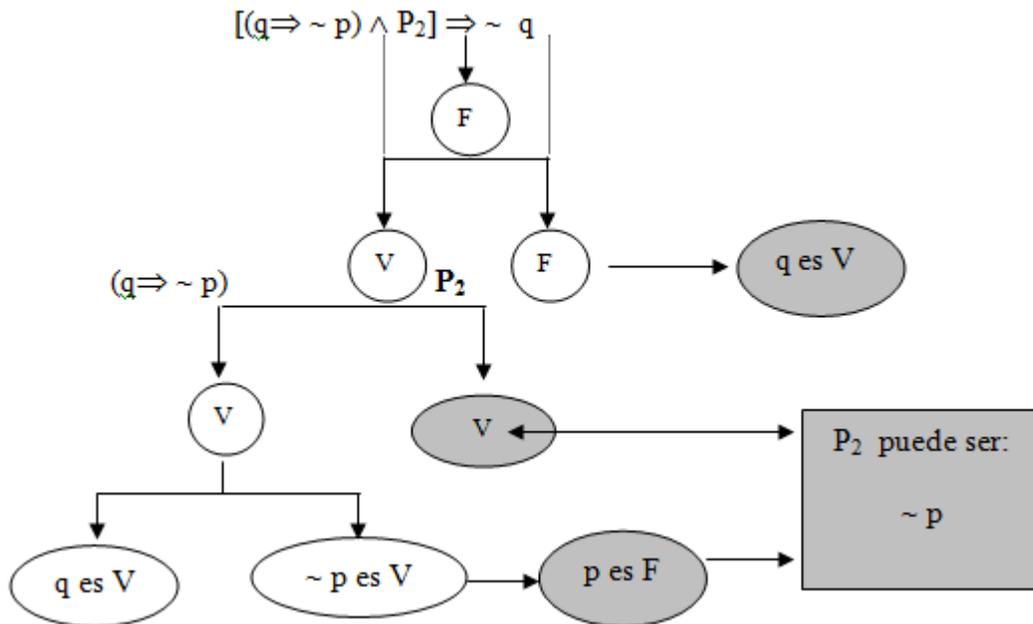
En este último ejercicio los estudiantes analizaron los datos que tenían y lo que tienen que encontrar, (RH: separar lo datos de las incógnitas, y uso del dominio matemático anterior). En este caso la EH fue el trabajo hacia atrás o método analítico y el MHA un grafo de solución.

Se trabajó con los estudiantes orientándolos a buscar relaciones entre los elementos dados y lo buscado y uso del dominio matemático anterior (RH).

De acuerdo al método directo de razonamiento se debía probar que:

$$[(q \Rightarrow \sim p) \wedge P_2] \Rightarrow \sim q, \text{ es no válido}$$

Los estudiantes recordaron que un razonamiento es no válido cuando el antecedente de la implicación es verdadero (V) y el consecuente (conclusión) es falso (F), y después de varias propuestas, una de las soluciones presentadas y esquematizada mediante un grafo es la siguiente:



Por lo tanto una de las varias posibilidades de que el razonamiento planteado sea no válido cumpliendo con las condiciones dadas, se sintetizó de la siguiente manera:

premisa 1 (P1):	$q \Rightarrow \sim p$
premisa 2 (P2):	$\sim p$
conclusión:	$\sim q$

A modo de cierre

En la descripción de la clase presentada se observa, que en el afán de dar solución a las consignas especificadas en los distintos ejercicios presentados, se podría identificar que el procedimiento utilizado se asemeja a los de un proceso heurístico, ya que el estudiante activa su capacidad intelectual, reflexionando sobre su propio proceso de pensamiento, haciendo transferencia de los temas estudiados a otros más complejos y con ello se colabora al desarrollo de un trabajo independiente.

Consideramos que esta forma de enseñanza es positiva, no sólo para los alumnos, sino también para el docente; ya que este último en la planificación de clases, al considerar la heurística, como una de las metodologías a utilizar, rompe con la forma tradicional del diario quehacer y puede complacerse al ver plasmado su trabajo de una forma totalmente diferente y creativa. Esto sirve de estímulo y colabora a buscar siempre alternativas distintas que harán que su tarea sea aún más enriquecedora y satisfactoria.

Referencias Bibliográficas

- Müller, H. (1987). *El trabajo heurístico y la ejercitación en la enseñanza de la matemática en la enseñanza general politécnica y laboral*. Folleto editado por el ISP Frank País García. Santiago de Cuba.
- Monereo, C.; Castelló, M.; Clariana, M.; Palma, M.; Pérez, M. L. (1998) *Estrategias de enseñanza y aprendizaje. Formación del profesorado y aplicación en el aula*, Grao, Barcelona.
- Vilanova, S.; Rocerau, M.; Valdez, G.; Oliver, M.; Vecino, S.; Medina, P.; Astiz, M.; Álvarez, E. (2001). "La Educación Matemática: El papel de la resolución de problemas en el aprendizaje". *Revista Iberoamericana de Educación*, OEI. Recuperado el 12 de agosto de 2012 de dirección: http://www.campus-oei.org/revista/did_mat10.htm.