



II CEMACYC

II Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe

29 octubre al 1 noviembre. 2017

Cali, Colombia

ii.cemacyc.org



Construcción del concepto de semejanza

Ana **Argueta** Aranda
Ministerio de Educación
El Salvador
argueta.anaester@gmail.com

Resumen

Hasta el 2017 en El Salvador, el concepto de semejanza se encuentra contemplado como uno de los contenidos de la unidad 3 de octavo grado *Midamos y construimos con triángulos*. En el marco del Proyecto ESMATE se plantea una nueva estructuración de los contenidos de matemática desde primer hasta undécimo grado, donde el tema de semejanza se aborda como una unidad dentro del programa de estudios de 9° grado. Bajo el enfoque de resolución de problemas, la secuencia de los contenidos de esta nueva unidad está elaborada de tal manera que el estudiante construya y comprenda el concepto de semejanza haciendo uso de materiales sencillos como páginas cuadriculadas, estuche de geometría y compás.

Palabras clave: ampliar, reducir, semejanza, proporcionalidad, congruencia.

Introducción

Semejanza de triángulos en el programa de estudio 2008 de El Salvador.

En El Salvador, los Programas de estudio de Matemática de Tercer Ciclo (7°, 8° y 9° grado) de Educación Básica estipulan que la cantidad de horas clase para la asignatura de matemática durante todo el año escolar es 200, la duración de una hora clase es 45 minutos. Desde el 2008, la unidad sobre medición y construcción de triángulos el programa de estudio de octavo grado tiene asignada 15 horas clase y 7 contenidos principales: clasificación de triángulos por sus lados y sus ángulos, suma de los ángulos exteriores de un triángulo, rectas y puntos notables de un triángulo, criterios de igualdad de triángulos, semejanza de triángulos, paralela a un lado de un triángulo y teorema de Pitágoras.

Esto indica que un docente debería dedicar, a lo sumo, tres horas clases para lo siguiente:

Tabla 1

Unidad 3: *Midamos y construyamos con triángulos*

Contenidos	
Conceptuales	Procedimentales
	Determinación, explicación y aplicación de la semejanza de triángulos.
Semejanza de triángulos	Deducción, utilización y explicación de la proporcionalidad en la semejanza de triángulos. Resolución de problemas aplicando semejanza de triángulos

Fuente: Programa de estudio de Matemática, Tercer Ciclo de Educación Básica, Ministerio de Educación de El Salvador 2008.

A partir de octubre de 2015, el Ministerio de Educación (MINED) en conjunto con la Agencia de Cooperación Internacional del Japón (JICA) lleva a cabo el Proyecto de Mejoramiento de los Aprendizajes de Matemática en Educación Básica y Educación Media (ESMATE) en cuyas líneas de acción establece: revisar y ajustar el currículo educativo nacional para fortalecer la educabilidad, los aprendizajes significativos y el desarrollo de habilidades y competencias claves para la vida y el trabajo.¹

En el marco del proyecto ESMATE se han elaborado pruebas diagnósticas desde 1° hasta 9° grado con la intención de investigar la efectividad y eficiencia del aprendizaje a través del uso de materiales. Debido a la poca cantidad de horas asignadas para cada contenido de esta unidad y la falta de materiales (como libros de texto para a las escuelas públicas) los estudiantes no logran comprender el concepto de semejanza, situación que se vio reflejada en los resultados de las pruebas de diagnóstico aplicadas a estudiantes de noveno:

Tabla 2

Prueba Diagnóstica de matemática 9° grado

Ítem 9	Calcular razón de semejanza en triángulos semejantes
Bloque de contenido	Geometría y Medidas
Dominio cognitivo	Conocimiento
Porcentaje de respuestas correctas	6% (de 248 estudiantes a los que se les aplico la prueba)

Fuente: resultados prueba diagnóstica de matemática 9° grado, 2016

Para mejorar estos resultados, dentro de los ajustes curriculares se propone la separación y distribución de los contenidos de la unidad sobre medición y construcción de triángulos de octavo grado a lo largo de todo tercer ciclo, correspondiéndole a noveno grado el contenido sobre semejanza de figuras plana.

Pero, la mera separación de los contenidos en la nueva malla curricular queda sin efecto si no se cuenta con libros de texto adecuados en cuya secuencia y desarrollo los estudiantes de 9° grado logren interiorizar el concepto de semejanza de figuras planas y lo apliquen a situaciones

¹ Registro de discusiones sobre Proyecto de Mejoramiento de los Aprendizajes en Matemática en Educación Básica y Educación Media (ESMATE), octubre de 2015.

de la vida cotidiana. La educación pública no cuenta con materiales para docentes y estudiantes (proporcionados por el Estado salvadoreño), y los libros de texto que ofrecen las editoriales se limitan a enunciar los criterios de semejanza de triángulos para luego pasar a una gran cantidad de ejercicios repetitivos para los estudiantes sin que se comprenda la semejanza de triángulos.

Por ello, en el marco del proyecto ESMATE el Ministerio de Educación de El Salvador lleva a cabo la elaboración de materiales curriculares (libros de texto y cuadernos de ejercicios para los estudiantes, y guías metodológicas para los docentes), cuya secuencia y metodología en los contenidos permita un aprendizaje activo en los estudiantes, no solo de 9° grado sino en todos los niveles, desde 1° a 11° grado.

Figuras semejantes

El Modelo de Van Hiele.

En 1957 los educadores Pierre Van Hiele y Dina Van Hiele presentaron un modelo para la enseñanza de la geometría denominado “Modelo de Van Hiele”. Según el modelo un estudiante pasa, durante el proceso de aprendizaje de la geometría, por una serie de niveles secuenciados y ordenados:

Nivel 0: visualización. El estudiante logra reconocer los objetos geométricos asemejándolos con otros del entorno, no logra diferenciar propiedades y componentes.

Nivel 1: análisis. El estudiante logra percibir las propiedades y componentes necesarias de los objetos geométricos, describiéndolas de una manera un tanto informal pero no relacionándolas entre sí cuando se trata de objetos y figuras diferentes. Para poder realizar una demostración o para encontrar nuevas propiedades el estudiante se basa en la experimentación u observación, es decir, comprueba sus resultados utilizando ejemplos concretos.

Nivel 2: deducción informal. El estudiante logra elaborar las condiciones necesarias y suficientes que deben cumplir las figuras, es decir, logran comprender los requisitos para que una definición se cumpla. Logran identificar la relación entre propiedades y realizan demostraciones, aunque no puedan entenderlas completamente.

Nivel 3: deducción formal. El estudiante razona formalmente, logra comprender y construir demostraciones sin necesidad de memorizar una análoga. También logra comprender que puede llegar al mismo resultado si se parte de distintas premisas (diferentes formas de demostración).

Nivel 4: rigor. El estudiante logra trabajar la geometría de manera abstracta sin necesidad de ejemplos concretos. Logra razonar en sistemas axiomáticos distintos del euclidano y pueden comparar sistemas basados en diferentes axiomas.

Este último nivel no se considera posible de alcanzar dentro de la educación básica (1° a 6° grado) y la educación media (7° a 11° grado). Para lograr el alcance de cada nivel, el modelo de Van Hiele propone 5 fases para que el docente guíe a sus estudiantes en el desarrollo del mismo:

Fase 1, información. El docente dialoga con sus estudiantes a manera de enterarse de los conocimientos previos que tienen estos sobre el tema a desarrollar, al mismo tiempo los estudiantes tienen la oportunidad de conocer la dirección del nuevo contenido.

Fase 2, orientación dirigida. El docente presenta actividades para que los estudiantes vayan introduciéndose gradualmente al nuevo tema y descubran las posibles relaciones o

componentes básicas del contenido.

Fase 3, explicitación. El docente debe propiciar el intercambio de ideas y experiencias entre sus estudiantes mientras corrige el lenguaje de ellos. La interacción ayuda a que los estudiantes organicen y ordenen sus ideas para que sean comprensibles a los demás.

Fase 4, orientación libre. El docente propone actividades más complejas para que los estudiantes apliquen lo adquirido anteriormente, respecto al contenido como al lenguaje. Es preferible que sean problemas o situaciones abiertas que puedan abordarse de diferentes maneras y el estudiante se vea en la obligación de justificar sus respuestas utilizando un razonamiento y lenguaje cada vez más potente.

Fase 5, integración. El docente y sus estudiantes deben realizar una síntesis de los contenidos trabajados, crear una red interna de conocimientos aprendidos.

Distribución del contenido de semejanza en 9° grado, Proyecto ESMATE.

Era inmediata la necesidad de un cambio dentro del contenido de semejanza de triángulos que lleve a los estudiantes a una mejor comprensión del concepto, de tal manera que no aparezca de una forma tan brusca sino más bien vaya aumentando gradualmente, comenzando primero con identificar: ¿qué significa que dos figuras sean semejantes?

Según las expectativas para los estudiantes de noveno grado detallado en los Principios y Estándares para las Matemáticas Escolares del National Council of Teacher of Mathematics, los alumnos deben ser capaces de explorar relaciones de congruencia y semejanza entre objetos geométricos en dos y tres dimensiones, haciendo y probando conjeturas sobre los mismos y resolviendo problemas que los involucren.

De acuerdo a lo anterior y teniendo en cuenta los niveles propuestos en el modelo de Van Hiele para la enseñanza de la geometría se ha elaborado una nueva unidad en noveno grado para semejanza de figuras planas, donde la secuencia de contenidos junto con las actividades planteada para el desarrollo de la misma en el libro de texto de matemática elaborado en el marco del Proyecto ESMATE permita que el estudiante:

- Primero: comprenda el concepto de semejanza de figuras, identifique características o propiedades de las figuras semejantes y aprenda a construirlas.
- Segundo: deduzca las condiciones necesarias para la semejanza de triángulos.
- Tercero: utilice los criterios de semejanza de triángulos para demostrar algunos teoremas y propiedades.
- Cuarto: aplique el concepto de semejanza en situaciones sobre escalas numéricas, distancias o longitudes difíciles de medir solamente con los instrumentos conocidos, y relaciones sobre áreas y volúmenes de figuras y sólidos semejantes.

Los cuatro puntos mencionados anteriormente corresponden a las cuatro lecciones que contiene la unidad sobre semejanza de figuras planas. Debido a que se trata de un libro de texto para estudiantes, no se han tomado en cuenta las 5 fases propuestas por el modelo de Van Hiele para el paso de un nivel a otro, sino solamente los niveles:

La primera lección está desarrollada para los niveles 0 y 1 del modelo de Van Hiele, pues permite un primer acercamiento al concepto de semejanza mediante la idea de “misma forma

pero no necesariamente mismo tamaño. En esta lección el estudiante logra identificar, mediante casos particulares, las propiedades respecto a ángulos y lados para que dos figuras sean semejantes.

La segunda lección está desarrollada para los niveles 1 y 2 del modelo de Van Hiele, pues el estudiante logra establecer las condiciones necesarias para asegurar semejanza de triángulos. La tercera lección está desarrollada para el nivel 3 del modelo de Van Hiele, el estudiante debe razonar de una manera más formal para lograr establecer demostraciones sobre propiedades de los triángulos semejantes o que se justifican por medio de semejanza de triángulos (por ejemplo los teoremas de la base media y Tales).

La lección 4 no corresponde a ninguno de los niveles del modelo de Van Hiele, pues como se detalló arriba son aplicaciones del concepto de semejanza a situaciones o problemas del entorno. El nivel 4 no se ha considerado debido a la complejidad del mismo.

Para el taller solamente se retomará la primera cuyos contenidos se detallan a continuación:

Tabla 3

Lección 1 de la unidad sobre Figuras semejantes, 9° grado

Lección	Contenido
Semejanza	Razones entre segmentos
	Segmentos proporcionales
	Definición de figuras semejantes
	Características de figuras semejantes (ángulos y lados)
	Construcción de figuras semejantes

Fuente: Plan de Unidad 5, 9° Grado, Proyecto ESMATE

Taller: construcción del concepto de semejanza en figuras planas.

Objetivos del taller. Los objetivos para el taller son los siguientes:

1. Presentar los cambios curriculares realizados en el desarrollo del contenido de semejanza en los grados 8 y 9.
2. Desarrollar las actividades y problemas propuestos en la secuencia didáctica sobre semejanza de figuras planas del libro de texto de 9° grado de matemática utilizando material concreto.

Desarrollo del taller. El taller se desarrollará en cuatro partes:

PRIMERA PARTE: En esta parte se realizará un breve repaso sobre razón entre segmentos y segmentos proporcionales, necesarios para la comprensión del concepto de semejanza. Se comienza con la comparación entre longitudes de segmentos y la pregunta: “¿cuántas veces es..?” para luego dar paso al concepto de razón:

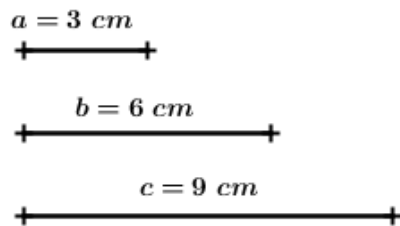


Figura 1. Razón entre segmentos

Luego de eso se comparan las dimensiones de dos fotografías, donde la segunda es una ampliación de la primera y dar paso al concepto de segmentos proporcionales:

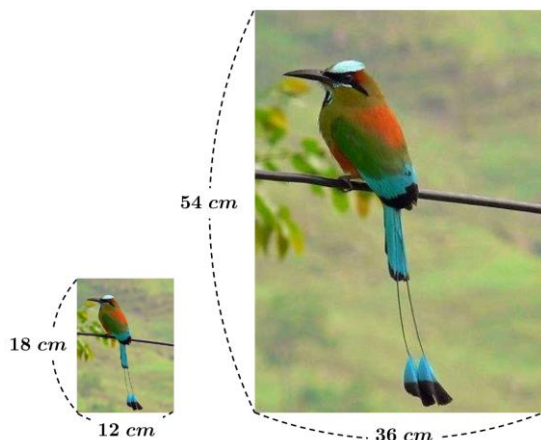


Figura 2. Segmentos proporcionales

SEGUNDA PARTE: en ella se introduce el concepto de figuras semejantes mediante la noción de ampliar y reducir una figura sin cambiar su forma. Para realizar esta actividad se dibujará un cuadrilátero y se dará la indicación para que se reduzca a la mitad y se amplíe al doble sin cambiar su forma y se espera que los participantes se auxilien de papel cuadriculado, estuche de geometría y compás, y las dimensiones mismas de la figura.

TERCERA PARTE: una vez se tenga el concepto de semejanza se pasa a determinar las características de las figuras semejantes. Para ello se proporcionarán cuatro figuras dibujadas en papel cuadriculado donde dos de ellas son semejantes y las otras dos no; con esta actividad se pretende que los participantes (y los estudiantes de 9° grado) identifiquen en las figuras semejantes la congruencia de sus ángulos y la proporcionalidad de sus lados homólogos, auxiliándose de la cuadrícula y del estuche de geometría y compás.

CUARTA PARTE: en esta parte se hace uso de la homotecia para dibujar figuras semejantes. Se trata de un trabajo guiado para poder construir las figuras semejantes y hacer uso del estuche de geometría y el compás.

