MAESTROS EN FUNCIONES

Mariana Talamonti Baldasarre, Alfredo Raúl Palacios,
Sandra Luz Martorelli, Claudia Giménez González
Instituto EUREKA. Educación del pensamiento. La Plata. Argentina
marianatalamonti@yahoo.com.ar
Niveles inicial, primario, secundario y superior

Palabras clave: Invariantes. Patrones. Recursos. Función.

Resumen
Este acto reflexivo merece iniciarse con la anécdota de Dyer (1992), la misma da cuenta de que un profesor le dice a sus compañeros que llevan más de 30 años dando clase, "¿Han estado ustedes realmente enseñando 30 años, o han estado enseñando un año 30 veces?"
Reformulemos la cuestión: ¿La carpeta de nuestro trabajo áulico ha pasado a ser un invariante “matemático” con el transcurso de los años? ¿Cómo en diferentes grupos de alumnos de culturas institucionales disjuntas se exponen idénticas clases de matemática?
La propuesta es tratar de intentar que cada hora de clase sea una función exclusiva de interacción entre alumnos y docentes, lo cual implica claro está, el desarrollo de un trabajo creativo en pos de cumplir con nuestra vocación.
Si bien es cierto que cuando se habla de creatividad generalmente se piensa en las diversas expresiones del arte, y que pocas veces se ve a la matemática como un área creativa, el alcance de esta creatividad no se refiere solo al modo de utilizar los recursos sino también al tipo de actividades que han de proponerse.
Rescatemos lo creativo de la matemática, alejemos esa idea de que el aprendizaje, para que se logre, tiene que ser desagradable, aburrido o formalísimo; no estamos hablando de incorporar ilustraciones absurdas en los textos para hacer creer que así es divertido aprender matemática, sino que se trata de otra cuestión mucho más profunda, queremos que cada alumno vaya construyendo su propio conocimiento.

Introducción

El recuerdo de una charla de café entre Alfredo R. Palacios y Jaime Barylko nos abre camino hacia esta introducción.

> -¿Por qué no nos enseña a pensar?- me dijeron los padres de un colegio a quienes les hablaba de este tema.
> -No, no se puede enseñar a pensar-repliqué-, pero lo que se puede hacer es estimular el pensamiento, dejarlo fluir, cuando tu hijo, tu alumno, de pronto se sale del libreto establecido y dice alguna idea propia, o una fantasía. Ahí es donde hay que estar alerta para prestarle atención y motivarlo.
> Pero la sociedad, y la escuela a menudo, lejos de motivar eso que es la diferencia, la reprime, la anula. Y después dicen: “hay que enseñar a pensar.

> No, no hay que enseñar, hay que dejar pensar, provocar el pensamiento, aceptar al que pronuncia ideas extrañas a las establecidas en los manuales.
> Hay que educar para pensar, que es educar para no repetir, por más que todos digan lo mismo. Si todos dicen algo atinado, es bueno; y si no es verdadero, hay que atreverse a decir que es falso.
> Cuando se piensa, toda situación aunque parezca ya sucedida es nueva. Cuando se repite, que es lo contrario, toda situación, aunque sea nueva, parece vieja, ya conocida, y se le aplican las respuestas que ya experimentamos en otra época.
> Para pensar queridos amigos, hay que tener atrevimiento.(Palacios, Martorelli, Talamonti Baldasarre, 2011, contratapa)

¿Por qué se sigue concibiendo a la matemática como una ciencia en que únicamente existe la repetición y la algoritmización extrema?

Nos es muy útil el empleo de colecciones de objetos o universos seleccionados de acuerdo con una ordenada distribución de sus propiedades; la regularidad de la misma nos facilitará la elaboración de actividades que exijan reglas, multiplicándose de esta manera, las situaciones propicias para estimular el desarrollo de las capacidades del pensamiento del estudiante.

La puesta en escena de la propuesta didáctica que exponemos en el primer acto consta de tres actividades a realizar en tres tipos de universos totalmente diferentes ofreciendo así oportunidades para:

- ✓ el desarrollo de la capacidad de identificar, en especial identificar invariantes y patrones de formación,
- ✓ el desarrollo de la capacidad de representación gráfica, en particular de la construcción geométrica de espirales.
- ✓ propiciar el rescate de recursos didácticos que han caído en desuso como material estructurado e instrumentos de geometría.

ACTO I- maestros que cuestionan. *En el reestreno de recursos didácticos de antaño, vamos al rescate de invariantes y patrones*

Ficha1__________________________________Completamos formularios

Esta es la reproducción de un formulario utilizado comúnmente

NOMBRE Y APELLIDO:……………………………………………………………………………………

SEXO………………   ESTADO CIVIL……………………………

EDAD……………...   D.N.I./L.C./L.E………..………..……………..

DIRECCIÓN:…………………………………

LOCALIDAD:…………………………………PROVINCIA……………………………………………..

CARGO O PROFESIÓN:……………………………………………………………………………..

LUGAR DE TRABAJO:…………………………………………………………………………………

¿Qué diferencias encontrarías entre el formulario en blanco y el mismo formulario completado con tus datos personales?
Presentamos ahora un formulario ya completo:

NOMBRE Y APELLIDO: ***Laura López***

SEXO: ***femenino***   ESTADO CIVIL: ***casada***

EDAD: ***44 años***   D.N.I./L.C./L.E: ***13.000.013***

DIRECCIÓN**:** ***Corrientes Nº 348-2º C***

LOCALIDAD: ***Capital Federal***   PROVINCIA: --------

CARGO O PROFESIÓN: Docente

LUGAR DE TRABAJO: Jardín de Infantes nro. 16**.**

Teniendo en cuenta todas las cualidades mencionadas en el formulario,

- ✓ ¿cuáles recibieron respuestas coincidentes y cuáles no si comparases este último presentado con uno que lleve tus datos?
- ✓ ¿Qué elementos componen la situación que acabás de analizar?

Pues bien, los tres elementos componentes de dicha situación, son **objeto, atributo y valor**, nada más parecido que hablar de objeto, sustantivación y adjetivación.

¿Por qué? Pues el objeto es aquel de quien se dice algo, en este caso, el objeto es la persona humana; el atributo es lo que le es propio a dicho objeto, en este caso, a la persona humana le es propio llevar un nombre, un apellido, etc. y valorizar ese atributo, no es más que adjetivarlo, particularizarlo, por ejemplo Laura es valor del atributo nombre.

Ficha 2____Jugamos con Dienes

Un universo muy adecuado para trabajar sobre los atributos es el universo de los llamados bloques lógicos, material estructurado ideado y estudiado por Zoltan P. Dienes.

Este tipo de material estructurado permite variadas actividades lúdicas que necesitan una cierta forma de razonamiento e implican la resolución de situaciones problemáticas en cuanto que la solución es posible y se obtendrá por medios intelectuales, o sea que el sujeto no logra vencer las dificultades de la situación por el único desenvolvimiento de una habilidad adquirida automáticamente, en cuya caso se trataría de una adaptación o un aprendizaje.

Se aprecia entonces la importancia de estos juegos en lo que al desarrollo de la inteligencia se refiere, aunque no se imponga el fin preciso de la elaboración de un concepto.

Te proponemos que analices el material presentado y luego completes una tabla similar a la siguiente considerando los cuatro atributos más destacados:

ATRIBUTO	VALOR
Forma	
Color	
Tamaño	
Espesor	

- ✓ ¿Todas las combinaciones posibles de esos atributos están representadas en el universo de los bloques?
- ✓ ¿Cuántas piezas representan cada posible combinación en la que se considere uno y sólo un valor de cada atributo y en la que figuren todos los atributos?
- ✓ En virtud de ello, ¿cuántos elementos tendrá entonces el universo de estos bloques?

Los bloques Dienes dan el paso ahora a los instrumentos de geometría, otros de los recursos guardados en el “galpón de los recuerdos”.

Ficha 3____________________________________Geometrizamos patrones

¿Qué tiene en común una galaxia, un Nautilus, una piña, una serpiente enroscada…?

Están presentes en nuestro entorno, sí, pero además de eso todas estas cosas tienen en común su forma de espiral; forma compartida por realidades sustancialmente distintas que van desde el entorno natural, ajeno a la creatividad humana, hasta el entorno artificial que el hombre ha creado con su ciencia, su tecnología y sus artes.

Es por esta diversidad de situaciones en las que aparecen las espirales en la naturaleza y en el arte y por la belleza de esta curva que ahora los invitamos a participar de esta actividad *en espiral*.

La propuesta es:

- Descubrir patrones, identificando así invariantes.

- Identificar la forma de espiral en entornos observables variados.
- Comparar distintas espirales para así poder establecer sus diferencias y semejanzas y determinar así sus características esenciales.
- Clasificar los distintos tipos de espirales.
- Formular una hipótesis acerca de los procedimientos de construcción de cada una de ellas.
- Construir espirales siguiendo instrucciones dadas en términos geométricos.

En la búsqueda de patrones

Se dice que Buda dio una vez un sermón sin pronunciar ninguna palabra sino que simplemente sostuvo una flor ante los que estaban allí presentes. Este famoso “Sermón de la flor” podría decirse que fue una prédica en el lenguaje de los patrones de formación, el idioma silencioso de las flores.

¿De qué habla el modelo de una flor? Si la observamos detenidamente hallaremos en ella una **unidad** y un **orden** comunes a todas las demás creaciones naturales y hasta muchas creaciones artificiales.

Observá detenidamente las ocho imágenes que se proyectarán.
¿A qué objeto asociarías cada una de las imágenes anteriores?
¿Qué podés decir acerca de la forma que ellas reproducen?
¿Identificás algún patrón en especial? Si la respuesta es sí, ¿cuál es dicho patrón? ¿Cómo lo definirías?
Si bien estas imágenes tienen mucho en común, ¿advertís diferencias entre unas y otras?

De la observación a la clasificación

Estamos de acuerdo entonces en que, una espiral es **una curva plana engendrada por un punto que se desplaza alrededor de otro punto y se aleja de él en cada vuelta.** Hemos visto que existen distintos tipos de espirales y si analizamos detenidamente la definición de espiral podemos descubrir cuáles son las características esenciales, características invariantes de una curva para que sea espiral y cuáles son las variables que pueden darse sin que la curva deje de ser una espiral. Determiná entonces cuáles son dichos invariantes y cuáles no.

Ahora observá las siguientes imágenes de espirales (Antón, J. L., González Ferreras, F, González García, C., Llorente J., Montamarta, G., Rodríguez, J.A., Ruiz, Mª J., 1994), tratando de encontrar semejanzas para así poder determinar diferentes clases.

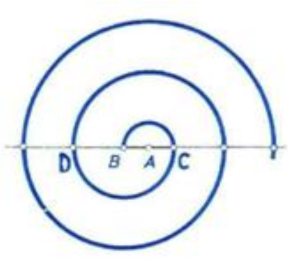


Imagen 9

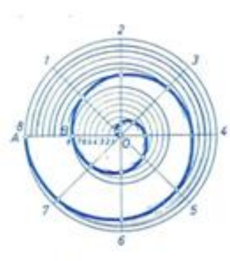


Imagen 10

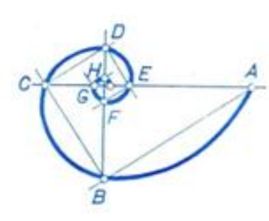


Imagen 11

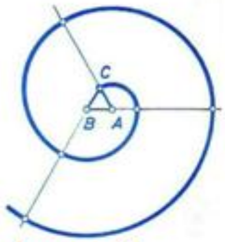


Imagen 12

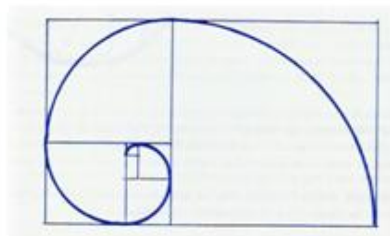


Imagen 13

Imagen 14

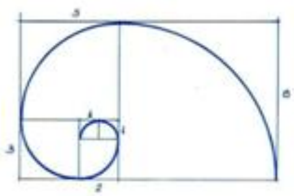


Imagen 15

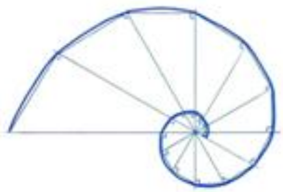


Imagen 16

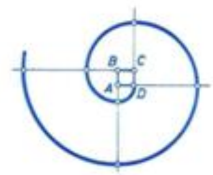


Imagen 17

Según las semejanzas encontradas, enumerá las diferentes clases en que las agruparías, enunciando las características propias de cada clase; luego trabajaremos sobre algunas de ellas.

De la clasificación a la construcción

Las espirales de varios centros. Compará las espirales de más de un centro y tratá de conjeturar acerca del proceso de construcción.

A- Espiral de dos centros. Seguí las siguientes instrucciones para construir la espiral de dos centros.

1. Trazar un segmento AB y prolongarlo en ambos sentidos.
2. Con centro en A y radio igual a la longitud del segmento AB, trazar una semicircunferencia que corte a la prolongación del segmento AB en un punto que llamaremos C.
3. Con centro en B y radio igual a la longitud del segmento BC, trazar otra semicircunferencia que corte a la prolongación del segmento AB en un punto que llamaremos D.
4. Este proceso continua indefinidamente alternando los centros A y B de las sucesivas circunferencias.

En estas espirales, ¿quién determina la medida de separación entre dos semicircunferencias consecutivas?

.

B-Espiral de tres centros. En este caso partimos de un triángulo equilátero, cuyos vértices harán las veces de centros de la espiral.

1. Trazar un triángulo ABC y prolongar sus lados.

2. Con centro en A y radio igual a la longitud del lado del triángulo, trazar un arco de circunferencia que pase por C y corte a la prolongación del lado AB.
3. Con centro en B y radio igual al doble de la longitud del lado, trazar otro arco de circunferencia que corte a la prolongación del lado BC.
4. Y con centro en C y radio el triple de la longitud del lado, trazar otro arco de circunferencia que corte a la prolongación del lado AC.
5. Este proceso continua indefinidamente alternando los centros A, B y C.

¿Cuánto mide la separación entre dos arcos de circunferencia?
¿Qué ángulo mide cada uno de esos arcos?

C-Espiral de más de tres centros. Aplicando el principio de reversibilidad, te proponemos ahora que expliques el proceso de construcción de una espiral de cuatro centros y luego que la construyas.

ESPIRAL DE ARQUÍMEDES O ARQUIMEDIANA.

A- Esta espiral se presenta en muchas situaciones de la vida cotidiana, tal como el borde de una alfombra enrollada, un rollo de papel o la cinta de un video cassette. Su nombre se debe a quien hizo un estudio detallado de esta espiral por primera vez: Arquímedes.

Te proponemos un procedimiento para construirla.

1. Trazar tantas circunferencias concéntricas como cantidad de espiras o vueltas se quiera que tenga la espiral; el radio de la primera circunferencia es igual al paso o separación entre espiras, en cambio el de la segunda circunferencia es igual al doble del paso y así siguiendo con cada circunferencia.
2. Dividir estas circunferencias concéntricas en un determinado número de partes iguales, por ejemplo ocho y enumerar desde 0 hasta 8 cada radio que las divide.
3. Dividir el radio de la primera circunferencia en ocho partes iguales y enumerarlas desde cero (centro) hasta el 8.
4. Trazar arcos concéntricos de radios 0-1, 1-2, 2-3, 3-4, 4-5, 5-6, 6-7, 7-8 hasta cortar a los radios que tienen igual número.
5. Los puntos así obtenidos son puntos de la espiral; uniéndolos se obtiene la primera espira de la espiral.
6. De manera análoga se construye la segunda espira.

¿Cómo es el paso de la espiral? ¿Por qué podés afirmarlo?

ACTO II: cuestiones de maestros. *Hacia el concepto matemático de función*

Para la puesta en escena del segundo acto se hace necesario el libro siguiente:

Palacios, A. R, Martorelli, S. L., Talamonti Baldasarre, M. (2011) *CUESTIONES DE MAESTROS. Hacia el concepto matemático de función.* Buenos Aires: LUMEN.

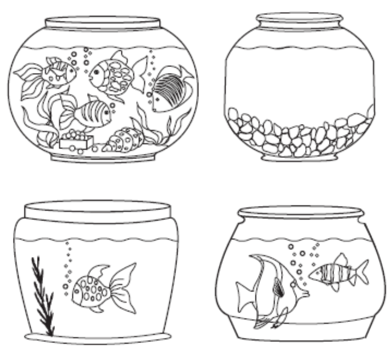
A modo de ejemplo de lo que se realizará en el taller, mostramos la siguiente actividad en la cual, una vez definida una operación de pensamiento, se propone ejercitación para su puesta en escena.

Interpretar: implica un proceso por el cual damos y extraemos cierto significado de nuestras experiencias. Para trabajar esta operación de pensamiento es bueno ofrecer a los alumnos gráficas, tablas, cartas, planos, imágenes, mapas, informes, poemas, cuentos etc. El manejo de datos de material que se encuentra a mano como los concernientes a la comunidad local, ingresos, productos, etc., hace que los alumnos vayan asimilando nociones de gran importancia para el desenvolvimiento de su vida, no olvidemos que estamos acostumbrados a generalizar sin fundamentación suficiente.

Te acercamos aquí algunas fichas de trabajo del libro **CUESTIONES DE MAESTROS. *Hacia el concepto matemático de función.***

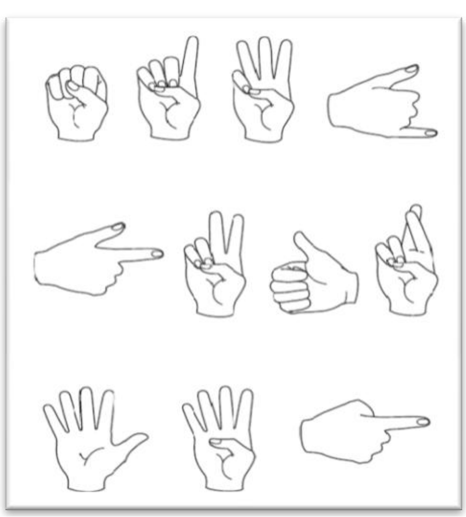
Al pie de cada una encontrarás las operaciones de pensamiento que se proponen desarrollar y que favorezcan el aprendizaje del lenguaje lógico–matemático para alcanzar la comprensión del concepto matemático de función.

Ficha N°1:

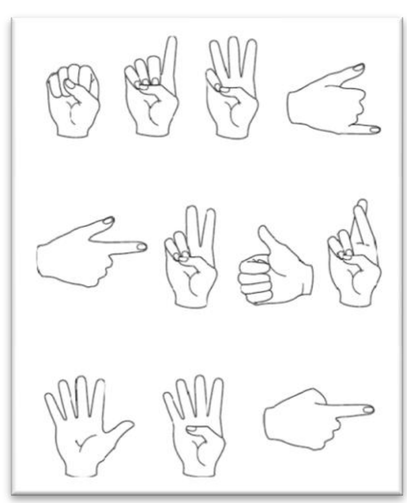


Pintá las peceras en las que hay **por lo menos** un pez.

Pintá los floreros en los que hay **a lo sumo** una flor.



Pintá las manos que muestran **a lo sumo** un dedo extendido.



Pintá las manos que muestran **por lo menos** un dedo extendido.

Ficha N°2:

- Observá las imágenes en la pantalla y respondé:

1. ¿De **cada** elefante del conjunto **A** sale, **por lo menos**, **una** flecha que llega a **una** manzana del conjunto **B**?	SI	NO
2. ¿De **cada** elefante del conjunto **A** sale, **por lo menos**, **una** flecha que llega a **una** manzana del conjunto **B**?	SI	NO
3. ¿De **cada** elefante del conjunto **A** sale, **a lo sumo**, **una** flecha que llega a **una** manzana del conjunto **B**?	SI	NO
4. ¿De **cada** mono del conjunto **C** sale, **por lo menos**, **una** flecha que llega a **una** banana del conjunto **D**?	SI	NO
5. ¿De **cada** mono del conjunto **C** sale**, a lo sumo**, **una** flecha que llega a **una** banana del conjunto **D**?	SI	NO
6. ¿A **cada** taza del conjunto **E** le corresponde, **por lo menos**, **una** tetera del conjunto **F**?	SI	NO
7. ¿A **cada** taza del conjunto **E** le corresponde, **a lo sumo**, **una** tetera del conjunto **F**?	SI	NO
8. ¿A **cada** caracol del conjunto **G** le corresponde, **por lo menos**, **una** hoja del conjunto **I**?	SI	NO
9. ¿A **cada** caracol del conjunto **G** le corresponde**, a lo sumo**, **una** hoja del conjunto **I**?	SI	NO
10. ¿De **cada** payaso del conjunto **J** sale, **por lo menos**, **una** flecha que llega a **un** globo del conjunto **K**?	SI	NO
11. ¿De **cada** payaso del conjunto **J** sale, **a lo sumo**, **una** flecha que llega a **un** globo del conjunto **K**?	SI	NO
12. ¿A **cada** bruja del conjunto **L** le corresponde, **por lo menos**, **un** hada del conjunto **M**?	SI	NO
13. ¿A **cada** bruja del conjunto **L** le corresponde**, a lo sumo**, **un** hada del conjunto **M**?	SI	NO
14. ¿De **cada** castillo del conjunto **S** sale, **por lo menos**, **una** flecha que llega a **un** dragón del conjunto **T**?	SI	NO
15. ¿A **cada** castillo del conjunto **S** le corresponde, **a lo sumo**, **un** dragón del conjunto **T**?	SI	NO

16. ¿A **cada** pulpo del conjunto **V** le corresponde, **por lo menos**, **un** pez del conjunto **W**?	SI	NO
17. ¿De **cada** pulpo del conjunto **V** sale**, a lo sumo**, **una** flecha que llega a **un** pez del conjunto **W**?	SI	NO

Ficha N°3:

- Observá las anteriores relaciones de correspondencia establecidas entre conjuntos e intentá clasificarlas. ¿qué criterios podés utilizar?

- Registrá aquí tu clasificación evocando simbólicamente cada relación, por ejemplo A → B.

- CLASE
- CLASE
- CLASE
- CLASE

Ficha N°4:

En esta ficha te mostramos una clasificación de todas las relaciones trabajadas hasta ahora.

- Observá que hay dos clases: clase 1 y clase 2. escribí la propiedad que permitió formar la clase en cada uno de los casos.

CLASE 1

CLASE 2

Ficha N°5:

Trabajando con el mismo conjunto de relaciones, te proponemos realizar una nueva clasificación.

- Construí cada una de las clases utilizando la propiedad correspondiente.

CLASE 3

De **cada** elemento del conjunto de partida sale, **por lo menos y a lo sumo, una** flecha que llega a **un** elemento del conjunto de llegada.

CLASE 4

No es cierto que de cada elemento del conjunto de partida sale **por lo menos y a lo sumo, una** flecha que llega a **un** elemento del conjunto de llegada.

Si bien nos detuvimos en estas operaciones no relativizamos la importancia de otras como **formular críticas, traducir, buscar suposiciones, imaginar, reunir y organizar datos, formular hipótesis, aplicar hechos y principios a nuevas situaciones, tomar decisiones, diseñar proyectos e investigaciones, codificar,** etc.

Pensar implica una forma de enfrentar una situación nueva, significa examinar las alternativas existentes y tratar, a veces, de ensayar nuevas hipótesis. El pensar trata de un hábito práctico que puede conservarse.
Subrayar la importancia del pensamiento implica dar un gran paso inicial para el mejoramiento de la condición humana.

A modo de reflexión de la práctica docente

¿Qué recursos didácticos utilizamos frecuentemente?
¿Resignificaríamos el uso de los instrumentos de geometría en nuestras clases? ¿Por qué?
¿Conocemos el diseño curricular actual? Si es así, ¿qué exige el diseño curricular al respecto?
¿Estamos de acuerdo con ello?

Conclusiones

Según las expectativas a lograr pautadas en los objetivos del taller, podemos arribar a las siguientes conclusiones:

1- Se trabajó con instrumentos de geometría que habitualmente caen en desuso en las escuelas a la hora de desarrollar geometría, proponiéndose el uso de estos recursos por medio de un contenido diferente y presentado bajo una metodología que propicia el desarrollo de las habilidades del pensamiento.
2- Se alertó sobre el mal uso del lenguaje; cuestión que invade el lenguaje disciplinar y deteriora la precisión y evocación de los conceptos que cada término define.
3- Se logró observar, comparar, identificar, interpretar, construir, clasificar, etc, sobre diferentes entornos, logrando así una variabilidad perceptual que impide la construcción de un concepto aferrado a sólo un universo de elementos.

Referencias Bibliográficas

Antón, J. L., González Ferreras, F, González García, C., Llorente J., Montamarta, G., Rodríguez, J.A., Ruiz, Mª J. (1994), *Taller de matemáticas.* Narcea Ediciones-Madrid.
Dyer, W. (1992) *Tus zonas erróneas*. Barcelona: Ediciones Grijalbo.
Palacios, A. R, Martorelli, S. L., Talamonti Baldasarre, M. (2011) *cuestiones de maestros. Hacia el concepto matemático de función.* Buenos Aires: Lumen.