

## UMA TAREFA NA PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA REALÍSTICA: SEMELHANÇAS E RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

Angela Fontana Marques – Hallynnee Héllenn Pires Rossetto – Marcele Tavares Mendes

[angela.marques@ifpr.edu.br](mailto:angela.marques@ifpr.edu.br) – [hallynneerossetto@gmail.com](mailto:hallynneerossetto@gmail.com) –  
[marceletavares@yahoo.com.br](mailto:marceletavares@yahoo.com.br)

Instituto Federal da Paraná/Brasil – Universidade Estadual de Londrina/Brasil –  
Universidade Tecnológica Federal da Paraná/Brasil

Tema: I.7 - Los procesos de Comunicación en el aula de Matemática y su impacto sobre el Aprendizaje Del Alumnado.

Modalidade: Comunicação Breve

Nível educativo: Médio (11 a 17 anos)

Palabras clave: Educação Matemática; Educação Matemática Realística; Semelhanças e Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo; Matematização.

### Resumen

*O presente trabalho consiste em um relato de uma aula de matemática para estudantes do 2º ano do Ensino Médio do Instituto Federal do Paraná – Câmpus Paranavaí, desenvolvida à luz dos pressupostos da Educação Matemática Realística (RME). A Tarefa realizada pelos estudantes contempla o conceito de Semelhança de Triângulos Retângulos e suas Relações Trigonométricas. Discutem-se tais pressupostos na busca de caracterizar o ensinar e o aprender na abordagem da RME e configurar o espaço pedagógico, enfatizando a relação da matematização e a construção do conhecimento.*

### A Educação Matemática Realística – RME

A Educação Matemática Realística é uma abordagem para o ensino de Matemática que surgiu na Holanda no final da década de 60, com o intuito de se opor ao Movimento da Matemática Moderna, perspectiva de ensino com bases estruturalistas. Seu precursor foi o matemático e educador matemático Hans Freudenthal (1905 – 1990) que defendia a ideia da matemática como atividade humana.

Para Freudenthal a ideia da matemática como “atividade humana” esta entrelaçada a concepção de que a matemática não é uma ciência pronta e acabada em que as pessoas se apropriam de um mundo de conhecimentos matemáticos, mas é construída pela e na ação humana. Neste sentido os alunos devem ter oportunidade para reinventar a Matemática e os professores devem “guiá-los” a reconstruir os conhecimentos matemáticas por meio de situações imagináveis e familiares.

Segundo Freudenthal (1971, p. 413-414) a atividade realizada pela Educação Matemática Realística é

uma atividade de resolução de problemas, de procura por problemas, mas também é uma atividade de organização de um assunto. Pode ser um assunto da realidade que tem ser organizado de acordo com modelos matemáticos se os problemas da realidade devem de ser resolvidos. Também pode ser um assunto matemático, resultados novos ou antigos, de seu próprio país ou de outros que tem que ser organizados de acordo com novas ideias, para ser mais bem entendido, em um contexto mais amplo, ou por uma abordagem axiomática. (Freudenthal, 1971, p. 413/414).

Freudenthal chamou esta atividade de organização de matematização.

Nesta concepção, o ensino da Matemática vai de encontro ao modelo de aula em que o professor transmite o conteúdo de maneira expositiva e o aluno de forma mecânica repete todos os passos demonstrados pelo professor. É desejável que o professor oportunize ao aluno se envolver com o objeto matemática de estudo para aprender os conceitos matemáticos construindo-os, reiventando-os, recriando-os, reorganizando-os. Freudenthal (1991) destaca que as crianças não devem ser submetidas a aprender matemática de uma forma separada da realidade, desta maneira a criança não será capaz de aplicá-las. Segundo Freudenthal (1991), as crianças devem aprender, o que considera uma virtude matemática, a atividade de sistematizar e não simplesmente apresentar a ela um algoritmo, uma fórmula, uma propriedade matemática.

Além disso, baseado no pressuposto da RME, matemática é uma atividade humana, a natureza da aprendizagem matemática também tem garantida sua origem na matematização da realidade. Nessa direção Freudenthal (1973) critica a inversão didática que geralmente é feita no ensino tradicional “em vez de partir do problema concreto e investigá-la por meio matemáticos, a “matemática” vem em primeiro lugar, enquanto o problema concreto vem depois como uma ‘aplicação’” (FREUDENTHAL, 1973, p. 132) e propõe que os alunos sejam oportunizados a realizar atividades como os matemáticos, ou seja, para aprender matemática é preciso fazer matemática.

Para a RME o aluno aprende Matemática quando é oportunizado a construir conhecimento e a reinventar a matemática, isto é, o aluno aprende ao “fazer matemática”, segundo Freudenthal um maneira disso acontecer é por meio da “reinvenção guiada” (FREUDENTHAL, 1991). O foco principal da “reinvenção guiada” não está nos objetos matemáticos, isto é, na matemática pronta e acabada e, sim, na atividade, no fazer matemática.

Outro aspecto levando pelo autor é o poder que a matemática tem em usar diferentes contextos “na mesma forma”, o que possibilita o aluno aprender a aprender a analisar e organizar as situações-problema e aplicar a matemática de forma flexível em situações-problema que sejam significativas para eles.

### **Relato da atividade desenvolvida pelos alunos à luz da RME**

Será relatada e discutida uma tarefa desenvolvida por alunos do 2º ano do Curso Técnico em Informática Integrado ao Ensino Médio, do câmpus Paranaíba. Para o desenvolvimento dessa atividade foi necessário seis aulas e alguns momentos extra sala de aula para discussões e reflexões à respeito de procedimentos e estratégias utilizados pelos alunos e pela professora.

#### **A Tarefa**

Foi proposto aos alunos que fossem até o pátio da instituição, e escolhessem um objeto para medir sua altura, porém, esse objeto deveria ser alto o suficiente de tal modo que seus instrumentos de medida não fossem suficientes para tal medição.

No pátio os alunos tentaram elaborar regularidades, relações, estratégias e procedimentos já conhecidos, porém, não conseguiram desenvolver uma matemática para resolver a tarefa. Nesse momento verificou-se que os alunos tentavam organizar a realidade a partir de meios matemáticos conhecidos, e pareciam ter receio de se aventurar e construir um procedimento além do que eles já conheciam.

Nesse processo, de acordo com o princípio da reinvenção, os alunos devem ser oportunizados a vivenciar um caminho semelhante aquele pelo qual um determinado objeto matemático foi construído, e o professor têm como papel fundamental orientar, mediar, oferecer direções, verificar e possibilitar relações entre o que os estudantes estão produzindo e o que há de padrão dentro da comunidade matemática (Freudenthal, 1973). Sob a luz do princípio da reinvenção, em vez de apresentar ferramentas e conceitos matemáticos prontos, deve-se possibilitar que o estudante aprenda fazendo matemática e reinventá-la por meio de suas próprias ações. Nessa perspectiva, os alunos foram oportunizados a investigar e construir hipóteses, a professora fundamentada na ideia do princípio da reinvenção, mediava às discussões que ocorriam entre os alunos, tentava propiciar momentos de reflexão a respeito do que estavam questionando e buscava conduzi-los ao processo de reinvenção.

Percebendo a necessidade dos alunos trocar experiências foi sugerido que formassem grupos. Eles se dividiram em seis grupos de cinco. Os primeiros apontamentos que os alunos fizeram davam indícios de que eles queriam utilizar o conceito de Semelhança de Triângulos, porém, não conseguiam definir procedimentos que encaixassem no processo de resolução. É relevante destacar, que esses alunos, em séries anteriores, já haviam estudado Semelhança de Triângulos. Os estudantes, muitas vezes, por só conhecerem aquele modelo que de aula tradicional, pediam para que a professora falasse qual a fórmula que deveria ser usada ou o que deveria ser feito para que alcançarem a resolução de maneira mais rápida. Porém a professora ministrou as aulas focada em mostrar aos alunos que podiam ser capazes de construir conhecimento por meio da sua experiência e que teriam capacidade de serem reinventores de ferramentas e conceitos matemáticos.

Após perceberem que não teriam as estratégias e procedimentos postos a priori e que deveriam buscar meios para tentar resolver a tarefa, os alunos se puseram no papel de protagonista do processo de aprendizagem. As estratégias e procedimentos começaram a ser elaboradas pelos alunos e conforme iam se envolvendo e desenvolvendo diversas atividades, apareciam indícios de que estavam “matematizando”. Para a RME o processo de matematização envolve diversas características, como: análise, sistematização, reflexão, descoberta de regularidades, organização e estruturação do conhecimento matemático. Estas características foram surgindo conforme os alunos desenvolviam suas atividades, eles tiveram que decidir pela solução mais provável, juntos com seus pares, e analisar os procedimentos e os possíveis encaminhamentos para a solução, avaliaram e refletiram a respeito de quais estratégias seriam mais viáveis mediante a complexidade e as interpretações diante da situação real vivida.

Para relatar e discutir as estratégias e os procedimentos adotados pelos alunos, será apresentado duas fases desenvolvidas por um grupo de alunos para solucionar a tarefa.

### **Fase 1 – elaborando estratégias**

Os alunos após discutirem qual o objeto mais adequado para que pudessem medi-lo e resolver a tarefa proposta, decidiram por medir um poste de iluminação que fica centralizado no centro do jardim do IFPR – Câmpus Paranavaí e iriam fotografá-lo com um aluno, do grupo, a uma determinada distância do objeto. Ao serem questionados a respeito do porquê estavam fotografando o jardim com um deles no gramado,

imediatamente indagaram se não poderiam fazer isso e se estavam errados, a professora disse que poderiam fazer o que achassem mais apropriado e explicou o que ela desejava, que era acompanhar quais as estratégias e procedimentos que eles haviam pensado e ajudá-los a investigar meios para resolver a tarefa.

Este diálogo dos alunos com a professora parece ter feito com que os alunos percebessem que a professora não iria apresentar fórmulas prontas e acabadas, mas que ela iria guiá-los a envolver-se, cada vez mais, com a situação “fazendo matemática”, refletindo e lidando com o assunto.

Os alunos mostraram uma foto na tela do celular para a professora e explicaram que já que eles não podiam utilizar instrumento de medida, eles pensavam em construir um triângulo, no qual o maior lado do triângulo seria o que sairia da extremidade mais alta do poste, tocaria na cabeça do aluno e terminaria tocando o solo. O segundo lado do triângulo iniciaria no ponto de encontro entre o maior lado do triângulo e o solo e terminaria no ponto de encontro entre o poste e o solo e o terceiro lado seria a própria altura do poste. A professora buscando desenvolver o papel de mediadora do processo solicitou que explicassem, detalhadamente, o que pretendiam fazer, o que eles estavam pensando.

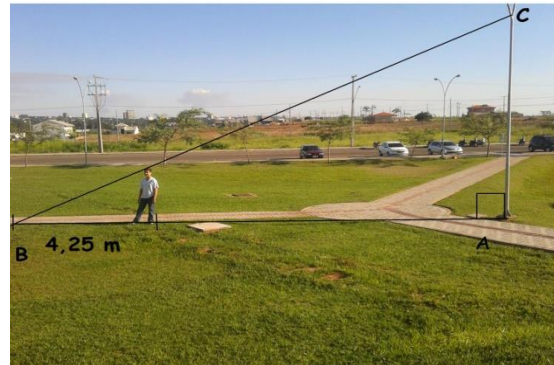
A professora buscava caminhar à luz da RME, procurando apoiar-se na reinvenção guiada e oportunizando aos alunos que pudessem “repetir o processo de aprendizagem da humanidade, não como isso de fato ocorreu, mas, sim, como ele teria sido feito se as pessoas no passado tivessem conhecido um pouco mais do que nós sabemos agora” (FREUDENTHAL, 1991, p.48).

O enfoque da RME, em relação a “reinvenção guiada”, não está no professor apresentar o conteúdo matemático constituído e formalizado, isto é, no produto e, sim, na atividade, no fazer, no realizar, do que por meio da matematização os alunos podem reinventar.

Buscando atender a solicitação feita pela professora que deixassem explícito, de forma detalhada, o que pretendiam fazer, e o que estavam pensando, os alunos salientaram que eles haviam deixado, no lugar do aluno na foto, uma pedra para que pudessem voltar e

medir a distância entre as principais medidas do grande triângulo. A professora questionou como eles fariam para medir estes pontos, e de que triângulo eles estavam falando. Os alunos passaram a foto para o computador e desenharam utilizando o *software PAINT* o triângulo ABC, demonstrado na figura 1 a seguir.

**FIGURA 1 – Foto do aluno próximo ao Poste**



Fonte: Alunos

Quando a figura foi apresentada a professora, ela perguntou qual o procedimento que os alunos haviam desenvolvido para representar a medida do ponto B até o pé do aluno como 4,25 metros. Os alunos descreveram, da seguinte maneira o que eles haviam feito, um dos alunos, com um tubo de caneta deitou no chão e olhando por dentro do tubo imaginou uma reta que passava tocando a cabeça do aluno da foto e ia até a extremidade mais alta do poste. Depois com uma trena, que pediram para o zelador, do câmpus Paranaíba, mediram a distância dos olhos do aluno deitado no chão até os pés do aluno que esta em pé. Com a trena em mãos os alunos já aproveitaram e mediram a distância entre os olhos do aluno que estava deitado, e a base do poste.

### Fase 2 – desenvolvendo procedimentos

Os alunos amparados no triângulo, demonstrado na foto, descreveram os procedimentos que aplicariam para descobrir a altura do poste mediante os passos que serão apresentados a seguir.

Utilizando a Regra de Três;

$$\frac{BP}{\text{altura do aluno}} = \frac{BA}{\text{altura do poste (AP)}} \quad (1) \qquad 4,25 \text{ AP} = 22,275 \quad (3)$$

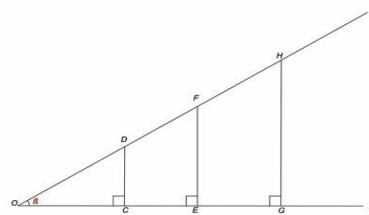
$$\frac{4,25}{1,65} = \frac{13,50}{(AP)} \quad (2) \qquad AP = \frac{22,275}{4,25} \quad (4)$$

$$AP \cong 5,25$$

Descobriram que a altura do poste era aproximadamente 5,25 metros.

A professora questionou os alunos se o procedimento 1, 2, 3 e 4, descrito por eles, tinham alguma similaridade com o conteúdo de Semelhança de Triângulos, alguns responderam que não e outros que sim, então a professora pediu para que argumentassem em defesa da ideia que tinham com o seu grupo. Os alunos conversaram sem a presença da professora e após alguns minutos, ela voltou e solicitou que explanassem qual a conclusão que haviam chegado. Os alunos disseram que ao procurar na internet a respeito do conteúdo de Semelhança de Triângulos, encontraram uma figura igual a que eles haviam feito. Segue figura 2.

**FIGURA 2 – Semelhança de Triângulos**



Fonte: <http://www.alunosonline.com.br/matematica/seno-atraves-semelhanca-triangulos.html>

Os alunos chegaram à conclusão que a Regra de Três e a Semelhança de Triângulos tem similaridade, e a proporcionalidade está na razão entre as medidas e a relação com o triângulo retângulo. A intenção da professora é oportunizar aos alunos que por meio das noções trabalhadas pudessem perceber algumas razões trigonométricas de proporcionalidade que estão presentes em razão de serem triângulos semelhantes.

### **Algumas considerações**

Este tipo de tarefas permite que os alunos mobilizem-se a investigar, criar estratégias e procedimentos, o “aprender fazendo”. Os alunos são participantes ativos na construção da aprendizagem indo de encontro a inversão didática criticada por Freudenthal. Pode-se perceber, por meio das tarefas proposta, que parece inócuo apresentar apenas conteúdo sistematizado para serem trabalhados em sala de aula. Uma tarefa matemática, quando proposta na perspectiva da RME, possibilita ao professor e ao aluno o “princípio de reinvenção” e ao aluno a aprendizagem Matemática por meio da “matematização”.

As intervenções, debates, negociações, a cooperação são partes essenciais do processo de aprendizagem. No discurso, os alunos utilizam seus enfoques informais como um veículo para atingir os conhecimentos mais formais.



O trabalho em questão tenta provocar um repensar, do professor, na sua própria prática e em aspectos que promovam um espaço pedagógico que vai ao encontro dos pressupostos da Educação Matemática Realística.

### **Referencia Bibliográfica**

- Freudenthal, H. (1971). Geometry Between the Devil and the Deep Sea. *Educational Studies in Mathematics*. Holanda, pp. 413-435.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.
- Freudenthal, H.(1991). *Revisiting Mathematics Education*. Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Lopes, J. M. S. (2010). *Análise interpretativa de questões não-rotineiras de matemática*. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual de Londrina, Londrina.