

## VIVENCIANDO A ESPACIALIDADE DA SALA DE AULA EM ATIVIDADES DE GEOMETRIA ESPACIAL

Marli Regina dos Santos  
UFV, Brasil

Tema: I.3 - Pensamiento Geométrico.

Modalidad: Comunicación breve

Nivel: Terciario – Universitario

Palabras clave: fenomenologia; conhecimento pré-predicativo; Husserl, geometria.

### Resumo

*Esta comunicação apresenta um recorte de uma pesquisa de doutorado na qual atentou-se para as perspectivas pelas quais o fenômeno do ensino e aprendizagem da Geometria se dá nas vivências de sujeitos em um curso de extensão abordando aspectos da Geometria Espacial, em particular as relações entre os entes geométricos. Assumindo a fenomenologia husserliana no que diz da visão de conhecimento e de mundo, a questão diretriz da pesquisa assim se apresenta: Como se dá o ensino e a aprendizagem da geometria assumida nos aspectos de compreensões pré-predicativas e nos encaminhamentos que direcionam para uma produção geométrica? Tal questionamento indaga pelos modos como os sentidos e os significados para as ideias e conceitos geométricos abordados são constituídos na temporalidade das vivências, não tendo como foco uma explicação linear e determinística de passos a serem dados por uma individualidade que aprende. Nesta comunicação, destacamos a compreensão fenomenológica quanto ao conhecimento pré-predicativo e alguns aspectos de vivências espaciais dos sujeitos da pesquisa, focando na possibilidade de uma produção em geometria.*

### Fenomenologia e conhecimento Pré-predicativo

Estudos que abordam a Geometria e sua relação com o conhecimento pré-predicativo (Detoni, 2000; Paulo, 2001; Kluth, 2001) destacam a forte relação entre o conhecimento intuitivo e a possibilidade de (re)elaboração das ideias geométricas, em direção a uma Geometria formalizada. Tais estudos, desenvolvidos no âmbito da Fenomenologia, focalizam em especial os modos de a Geometria se dar no mundo-vida, em um nível pré-teórico, ou seja, em um nível existencial, sem as formalizações presentes em teoremas e axiomas e ainda não desdobrada em interpretações e linguagens específicas do linguajar matemático. Trata-se de um conhecimento construído na experiência vivida, num movimento intencional de busca de compreensão do entorno, realizado subjetiva e intersubjetivamente, na medida em que o percebido faz sentido, podendo ser expresso ao sujeito.

Os estudos realizados por membros do FEM junto a crianças, e que focalizam a Geometria no pré-predicativo, mostram que elas se movimentam, atentamente, explorando seus horizontes de possibilidades e espacializando seu entorno (Detoni,

2000; Paulo, 2001). Essa construção não se dá em um nível teórico, mas existencial, expressando o compreendido na experiência vivida. Do mesmo modo, ao manifestar as ideias geométricas, a criança comunica os atributos que compreende pela percepção, sem pensá-los a partir de conceitos decorrentes de quadros teóricos científicos. O nome de uma figura geométrica plana (quadrado, por exemplo), ao ser usado para referir-se a um sólido (nesse exemplo, o cubo), não traz consigo as definições matemáticas dos termos, mas as compreensões possibilitadas nas vivências possíveis no universo em que ela está imersa. A criança compreende o cubo e o expressa por meio da linguagem disponível a ela, fazendo associações relacionadas com suas experimentações. As palavras utilizadas não carregam significados por conta própria, ao contrário, é dos significados atribuídos aos objetos que ressurgem as palavras, dando o sentido de totalidade ao percebido e expresso.

Perseguindo a possibilidade de os objetos matemáticos se manterem no tempo, extrapolando culturas, transcendendo o psicológico e tornando-se objetivamente dados, Husserl, em a Origem da Geometria (1970), discute sobre como as ideias geométricas (presente em atividades pessoais, na comunidade matemática, na linguagem cotidiana etc) vão se amalgamando em uma estrutura interna, onde as interconexões e formações se constituem e fazem com que a Geometria se presentifique, em sua existência objetiva, para ‘qualquer um que seja’. Os modos de objetivação científica tecem as camadas da construção do conhecimento geométrico e estão nuclearmente ligados aos modos deles próprios serem expressos.

Husserl destaca a tradição e a linguagem enquanto pano de fundo das construções humanas, em uma aquisição total de realizações que, pelo trabalho contínuo de novos atos humanos (individual, em grupo, na cultura), permite novas aquisições, em uma síntese contínua que perfaz uma totalidade que permite abarcar o compreendido.

As produções humanas, como a Geometria, são trazidas, repetidamente, de pessoa a pessoa, e, na cadeia do entendimento destas repetições, o que é evidente surge como o igual: uma estrutura comum que torna-se um objeto da consciência. Um objeto ideal (no sentido fenomenológico do termo) capaz de ser transmitido, explicitado pela linguagem e por atividades práticas, nova e novamente, na mobilidade da tradição, pela evidência de sua estrutura invariante.

Esse trazer diz de um movimento que vai além das percepções individuais já que as ideias geométricas não são meramente compreensões subjetivas: a experiência vivida permite a elaboração de compreensões que o sujeito busca expressar ou compartilhar com os cossujeitos. Tais compreensões podem ser compartilhadas, gerando novas compreensões, sendo assim uma construção intersubjetiva.

A noção de espaço, por exemplo, não é uma construção dada *a priori* e sobre a qual nos localizamos: é o corpo-próprio, intencionalmente situado no mundo-horizonte, que percebe, age, comunica, (re)criando e compreendendo este espaço. Os diferentes perfis pelos quais o espaço se doa e pode ser abarcado por uma subjetividade permite a compreensão de sua totalidade.

Voltando-nos para as situações de ensino e aprendizagem, notamos que a Geometria apresentada em sala de aula, muitas vezes, é aceita de modo passivo e associativo o que se revela quando, por exemplo, certos conteúdos são considerados como previamente necessários para a compreensão de um conteúdo seguinte: o que se ensina (e pode ser que se aprenda) é tratar com os conceitos e sentenças já prontos em um modo rigorosamente metódico, por meio de uma cadeia de associações reguladas.

Considerando que, nas diferentes fases de sua aprendizagem, o sujeito reelabora suas compreensões, avançando em um solo que tem por base suas vivência e partilhas com seus cossujeitos, a pesquisa de doutorado que embasa esta comunicação teve por meta explorar os processos de intuição (que já carregam compreensões primeiras) presentes nas elaborações pré-predicativas de ideias Geométricas importante em disciplinas de cursos de graduação em matemática. O estudo busca ressaltar compreensões, diálogos, análises, conclusões e testagem realizadas por alunos em situações de ensino aprendizagem de conceitos geométricos e de posição relativa entre planos e retas. Considerando a “bagagem” que os alunos trazem para sala de aula e as atividades propostas, a pesquisa busca investigar os aspectos estruturantes que podem ser intuídos em uma síntese ativa, nas vivencias e situações problemas que se colocam como aporte para as reelaborações possíveis. A seguir, apresentamos de modo sucinto a descrição de parte de um encontro que foca na análise da divisão do espaço a partir dos planos e eixos cartesianos, a fim de destacar intuições e aspectos vivenciados pelos sujeitos no encontro específico.


### O Encontro: Possibilidades de Aberturas

Com base na experiência didática da pesquisadora em disciplinas de graduação como Geometria Espacial ou Analítica, foi criado o cenário (Detoni & Paulo, 2000) no qual alunos e professora-pesquisadora se colocaram com suas intencionalidades atentas ao focado: atividades de Geometria propositalmente elaboradas que possibilitassem analisar e compreender o movimento de ensino e de aprendizagem ocorrido. Cenário é uma maneira de dizer do todo que motiva a atividade. Esse todo é aberto: ao outro, aos pré-conhecimentos do mundo cultural de cada um, a todas as experiências passadas que se retomam, e, qual um fluido em gás, aberto como abertura, como propensão, na chegada do outro e suas ofertas de significados autênticos compreendidos como coerentemente possíveis nesse todo (Detoni & Paulo, 2000, p. 150).

No primeiro encontro, buscamos criar um ambiente de encenação, no qual os alunos seriam retas interagindo entre si, em um “cenário” composto por um sistema de coordenadas tridimensional. Foram utilizadas placas de isopor para representar o sistema R3. O quadro abaixo apresenta a descrição de uma parte de uma cena do primeiro encontro focando na compreensão do sistema, bem como a interpretação da cena e asserções elaboradas pela pesquisadora. PP refere-se à pesquisadora e os demais nomes fictícios referem-se aos sujeitos do estudo.

DESCRIÇÃO DA CENA	INTERPRETANDO (FALAS, SILENCIOS, GESTOS, etc)	ASSERÇÕES SOBRE A UNIDADE DA CENA
<p><b>PP</b> solicita que os presentes expliquem o que estão compreendendo sobre aquele ‘cenário’ montado, sem nomear nada em termos de eixos coordenados.</p> <p><b>Sandro:</b> já tem dois planos, horizontal e vertical, e tem o canto assim pra cima [aponta para a representação como se indicasse um eixo vertical ao plano do chão]</p> <p><b>PP:</b> esse canto pra cima é o que?</p> <p><b>Sandro:</b> olha, tem um plano aqui, um eixo pra cá, risos (rs).</p> <p><b>PP:</b> já viu um eixo...</p> <p><b>Sandro:</b> um pra cá, outro pra lá e outro pra cima [gestos indicam como se fossem os</p>	<p>Aluno evidencia compreensão concernente aos elementos que compõem um sistema de coordenadas. Manifesta sua visualização mental de um sistema de coordenadas cartesianas, a partir da exposição verbal que é</p>	<p>1.1.1 O aluno busca dizer sobre o cenário montado, expressando-se verbalmente e por gestos, apontando aspectos da linguagem Matemática em sua fala. Denota o mundo-vida que habita: aluno de curso de Matemática e suas compreensões de ideias matemáticas provenientes de processo de</p>

eixos x, y e z]	complementada pela linguagem corpórea.	escolarização.
<p><b>PP:</b> Esses planos, eles estão de qualquer jeito?</p> <p>Vários gestos com as mãos apontando o cenário, e expressando negação.</p> <p><b>Carmem:</b> tem seis... planos [e aponta para o cenário]</p> <p><b>PP:</b> porque você falou seis planos? [pergunta pois nota que era exatamente o número de placas de isopor usadas]. Você olhou para as placas?</p> <p><b>Carmem:</b> cada plaquinha, é! rrsr</p>	<p>Gestos do corpo-próprio revelam compreensão</p> <p>Preenchimento de sentido do compreendido, matematicamente não apropriado, porém revelando compreensão da organização dos planos apoiada no material concreto à sua disposição.</p>	<p>1.1.2</p> <p>Atenta-se para as placas de isopor e percebe que para cada uma delas, em sua planitude, cabe o adjetivo plano.</p>
<p><b>PP [buscando pela compreensão dos alunos quanto ao termo]:</b> o plano, vocês pensam como algo infinito ou finito?</p> <p><b>Vários:</b> infinito [gestos complementam a ideia de infinitude do plano]</p> <p><b>PP:</b> então poderia se estender, infinitamente... Poderia ir colocando (as placas) uma do lado do outra aqui?</p> <p><b>Vários:</b> poderia [gestos positivos]</p>	<p>Linguagem corporal complementando a verbalização de sua compreensão de plano como um conceito algo infinito.</p>	<p>1.1.3</p> <p>Percebe-se, nos gestos indicando continuidade, que vários alunos focam o plano (substantivo) em sua qualidade de ser algo infinito.</p>
<p><b>PP:</b> algo mais chamou a atenção ou se destaca?</p> <p><b>Olivia</b> [timidamente]: noventa graus?</p> <p><b>Nilton:</b> perpendicularidade...</p>	<p>Visualização mental de perpendicularidade.</p>	<p>1.1.4</p> <p>Presença de aspectos da linguagem Matemática provenientes de processo de escolarização ou do cotidiano.</p>
<p><b>PP:</b> imagine isso aumentando [indica como se colocasse isopor infinitamente], que nome poderia dar pra essa região? [indica uma das regiões delimitada pelos três planos (de</p>	<p>PP busca explorar compreensões dos alunos quanto ao cenário.</p>	<p>1.1.5</p> <p>Manifestam distintas compreensões, mas</p>

<p>isopor e o chão). Com um gesto aponta a região que ela engloba]. Essa região que engloba vocês [pois era onde todos estavam situados durante a discussão]</p>  <p style="text-align: center;">fig 1</p> <p><b>Olivia:</b> espaço...</p> <p><b>Camila:</b> quadrante...</p> <p>Alguns fazem gestos positivos, outros mostraram dúvida.</p>	<p>Aponta para aspectos da linguagem matemática.</p>	<p>relacionadas entre si: o quadrante é o espaço onde se locomovem.</p>
<p><b>PP:</b> porque quadrante?</p> <p><b>Nilton:</b> continua infinitamente pra cá, e pra lá [gesticula apontando os eixos x e y e conta quatro partes divididas]</p> <p>Muitos concordam.</p>	<p>PP busca explorar compreensões expressas pelos alunos.</p> <p>Expressão do sentido já constituído mediante linguagem do corpo-próprio</p>	<p>1.1.6 Complementando a expressão da colega, os gestos e explicações do aluno indicam a divisão do espaço em quatro partes, acima do chão, por isso o termo quadrante.</p>
<p><b>PP</b> nota que desconsideraram o eixo vertical: mas vocês estão olhando para esses dois [aponta os eixos x e y]?</p> <p><b>Nilton:</b> e prolongando [gesticula prolongando os eixos indicados]</p>	<p>PP busca explorar as compreensões expressas pelos alunos.</p> <p>Gestos expressivos</p>	<p>1.1.7 Gestos indicam uma infinidade dos eixos.</p>
<p><b>PP:</b> Então vamos considerar mais um plano, o do chão. Será que quadrante ainda vale? Há um nome mais interessante?</p> <p><b>Olívia:</b> área? [aponta para o chão]</p>	<p>Expressão compreensão do conceito, considerada apropriada pela pesquisadora, porém divergente do buscado.</p>	<p>1.1.8 A aluna atenta para a divisão do espaço do plano do chão, o que remete à ideia de área.</p>
<p><b>PP:</b> e se pensasse no outro? [aponta para o eixo vertical]</p>	<p>PP busca ampliar as compreensões expressas pelos</p>	<p>1.1.9 Busca explicar para os colegas sua</p>

<p><b>Olivia:</b> eu visualizei assim: se fosse alongar pra lá e depois pra lá [aponta um alongamento do eixo x e depois do y], dividiria em quatro partes [movimento aponta a divisão no cenário]. Quatro quadrantes, tá vendo.</p> <p>Vários concordam.</p>	<p>alunos.</p> <p>A aluna busca apresentar o modo como se deu sua compreensão do termo.</p> <p>Confirmação dos cosujeitos.</p>	<p>compreensão e o modo como divide o espaço, movendo-se no cenário, indicando, por meio de linguagem corporal, um alongamento dos eixos indefinidamente.</p>
<p><b>PP:</b> ok, mas pensem na divisão, vocês falaram disso. Pensem que tem mais esse plano do chão [aponto]. Em quantas partes dividiu? [gestos apontando o cenário montado]</p> <p><b>Olivia:</b> pensando pra baixo.. tem quatro...? [indica como se contasse mais quatro partes]</p> <p><b>PP:</b> pensa assim, se eu pudesse ir pra baixo.. Eu não poderia descer? Não ia ter mais um espaço? Aqui em baixo?</p> <p><b>Caio:</b> oito.</p> <p><b>PP:</b> todos conseguem ver oito? [muitos ficam em dúvida]</p> <p><b>Ingrid:</b> Como assim?</p> <p><b>Caio:</b> Aqui dividiu em quatro e tem o chão... [gesticula] então vai ser duas aqui, duas aqui.... [continuação dos gestos de contagem] Oito.</p> <p>Olhares afirmativos e outros interrogativos.</p> <p><b>PP:</b> Então eu vou ter quatro e quatro pra baixo também.. Então qual seria um nome</p>	<p>PP busca ampliar as compreensões.</p> <p>Revela, mediante expressão do corpo-próprio, compreensão quanto à divisão do espaço.</p> <p>Revela compreensão quanto à contagem efetuada pela aluna</p> <p>Manifestação de dúvida</p> <p>Explicação do aluno, mediante expressão do corpo-próprio, ao cosujeito</p> <p>Olhares revelam atencionalidades ao desenrolar da situação</p> <p>A PP força para que</p>	<p>1.1.10 Os gestos complementam a contagem da divisão do espaço. Manifestação de evidencia de compreensão. Ao final da explicação os gestos e olhares denotam compreensão do efetuado pelos que revelaram dúvidas.</p>

bom pra parte que pega vocês?  Pausa e algumas tentativas repetidas, mas o termo esperado por PP não surge.  <b>PP:</b> Se quatro é quadrante, oito é?... octante	numa extensão da ideia de quadrante surja o termo 'octante'. Porem isso não ocorre.	
---	---	--

### Considerações

A descrição apresentada aponta para os atos intencionais que se presentificam em atividades geométricas, expressando possibilidades de produção de conhecimento em situação específica de ensino e aprendizagem. A estrutura que sustenta a produção geométrica em seus aspectos humanos, ou seja, enquanto vivências que se dão na temporalidade e espacialidade das relações intersubjetivas no mundo vida historicamente constituído em sua objetividade, não se desliga dos significados manifestados pelos alunos, os quais carregam sentidos percebidos em suas vivências cotidianas. As palavras, termos e descrições apresentados se refazem ao serem explicitados e a compreensão do dito vem acompanhada da movimentação do corpo-próprio, expondo a intencionalidade do olhar frente ao focado, adentrando por novas compreensões em movimentos de reelaborações que se dão por meio da reflexão sobre as informações expostas e as ideias que cada um apresenta. Trabalhar na direção da discussão coletiva desses sentidos e significados que vão se clareando indica a possibilidade de uma atividade pedagógica mais dinâmica, especialmente frente às diversas possibilidades que se abrem ao explorar a geometria tridimensional, as experiências cotidianas dos alunos e os sentidos próprios do fazer matemático.

### Referências

- Ales, A. (2006). *Introdução à fenomenologia*. Bauru: EDUSC.
- Bicudo, M. (2011). *Pesquisa Qualitativa segundo a visão fenomenológica*. São Paulo: Cortez.
- Detoni, A. (2000). *Investigações acerca do espaço como modo de existência e da geometria que ocorre no pré-reflexivo*. (tese inédita de Doutorado). Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.
- Detoni, A. & Paulo R. (2000). A organização dos dados da pesquisa em cenas. En: M. A. V. Bicudo (Ed.), *Fenomenologia: confrontos e avanços*. São Paulo: Cortez.
- Husserl, E. (1970). *The Origen of Geometry*. In: *The Crisis of European Sciences and Transcendental Phenomenology*. Evanston: Northwestern Press.
- Kluth, V. (2001). O conhecimento geométrico: trama de vivências corpóreo-sócio-culturais. En: M. A. V. Bicudo (Ed.) *Formação humana e educação*. Bauru: Edusc.
- Paulo, R. M. (2001) *A compreensão geométrica da criança: um estudo fenomenológico*. (tese inédita de Mestrado). Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.