

QUADRILÁTEROS NO GEOGEBRA: PROPRIEDADES E CONSTRUÇÕES

Deire Lúcia de Oliveira - Regina da Silva Pina Neves
deire.lucia@gmail.com - reginapina@gmail.com

Formadora de professores na Secretaria de Educação do Distrito Federal -- SEDF
Brasil - Consultora da Unesco Pesquisadora no Instituto de Psicologia da UnB Brasil

Tema V.5 - TIC y Matemática.
Nivel Medio (11 a 17 años)
Modalidad Comunicación breve
Palavras-chave: Quadriláteros. GeoGebra.

Resumo

Apresenta-se neste texto uma pesquisa qualitativa e colaborativa que abordou a conceituação de quadriláteros a partir da junção de recursos computacionais, que permitem o deslocamento de figuras, e a análise das propriedades inerentes ao posicionamento. Para tanto, foram acompanhadas e analisadas as tentativas e reflexões de quatro alunos de uma turma de correção de fluxo de uma escola pública em Brasília, frente a diversos quadriláteros construídos no GeoGebra. Inicialmente os alunos desenharam os quadriláteros com o uso do software, verificaram suas propriedades e os classificaram, por meio de tentativas, conjecturas, medições e observações. A posteriori foram ofertados desenhos eletrônicos de quadriláteros, um de cada vez, e um roteiro para explorar a dinamicidade dos recursos do software e possibilitar os registros das impressões sobre os objetos. Por meio de medições e movimentos, investigou-se se era possível perceber e reconhecer as propriedades dos quadriláteros. Os resultados evidenciaram a contribuição do GeoGebra para a aprendizagem dos alunos, os quais reconheceram as propriedades dos quadriláteros e perceberam que estes formam um conjunto com relações de pertinência e interseções. Assim o software estimulou o raciocínio lógico e o contato com entes matemáticos de uma forma mais descontraída, envolvente e atuante.

Introdução

O trato da matemática como uma ciência de pensamento puro com processos mentais de construção, demonstração e provas por diversas vezes cria repulsa nos estudantes, quando isso acontece na fase de alfabetização gera um relacionamento tortuoso por um longo período da vida escolar. Além disso, cria-se um distanciamento tão profundo que por vezes transforma-se em ojeriza. Tais experiências, por vezes, levam ao distanciamento, ou são levados por ele, a deixar de observar a matemática no dia-a-dia, a prática ao seu redor.

As políticas educacionais, no decorrer das últimas décadas, têm dado autonomia às instituições quanto à decisão sobre o cronograma e o programa das disciplinas o que possibilitou aos professores evitar conteúdos com os quais se sentissem desconfortáveis. De certo modo, como discute Pavanello (1993), o ensino da geometria sofreu as consequências dessa mobilidade. Para a autora, na maioria das escolas o ensino da geometria ou foi

abandonado ou reservado para o final do ano letivo, e dessa forma seria, talvez inconscientemente, renegado. Além disso, destaca que enquanto alguns desprezaram a geometria de seus currículos, outros enfatizaram suas relações com demais ramos da matemática, bem como sua contribuição valiosa para a construção do conhecimento ao longo do processo de escolarização previsto Parâmetros Curriculares Nacionais

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive (Brasil, 1998, p 51).

Desde a publicação do estudo de Pavanello (1993) houve muitos avanços em relação ao ensino e a aprendizagem da geometria, entretanto em muitos contextos e escolas ainda há restrição de acesso ao saber geométrico por parte dos alunos e a dificuldade de mediar esse saber por parte dos professores. Diante disso, a opção nesse trabalho foi por discutir sobre tópicos de geometria valorizando sua contribuição para o conhecimento matemático do aluno a partir do incentivo à manipulação de objetos geométricos expressos no GeoGebra.

Guimarães, Vaconcelos & Teixeira (2006, p.100) chamam à atenção para o fato de "existir, nos dias de hoje, um grande número de adultos que não conseguiu desenvolver, ao longo da sua vida, uma concepção do espaço que lhes permita um controle adequado de suas relações espaciais". Em contrapartida o ensino de Geometria pode estimular a linguagem matemática, sua formalização, e reverter a visão de que matemática se aprende na escola é distante da realidade social e ambiental. Afinal

Se pensarmos em Geometria como processo de interiorização e apreensão intelectual de experiências espaciais, o aprendizado passa por um domínio das bases de construção deste ramo do conhecimento, e aqui a abstração desempenha papel fundamental. Nesta "matematização" - leitura do mundo através da matemática - os objetos do mundo físico passam a ser associados a entes abstratos, que são definidos e controlados por um corpo de pressupostos, o sistema de axiomas da teoria. Na transição para este mundo existem dificuldades inerentes ao processo, provenientes do confronto entre conceitos científicos e não científicos (Gravina, 1996, p.2).

Ao entrar em contato com um objeto Geométrico, seja na forma de representação da imagem, ou ainda no comando de descrição de tal objeto, o estudante traz para si o que lhe é mais representativo, ou seja, seus componentes nem sempre estão na totalidade dos conceitos que são intrínsecos ao objeto.

Em função disso, a proposta deste trabalho foi fazer com que o estudante tomasse para si o componente figural e conceitual dos objetos geométricos, pois “Uma vez construído e validado, o novo conhecimento fará parte do patrimônio” (Almouloud, 2004, p. 97) do aluno. Para tanto, as atividades selecionadas objetivavam provocar a reflexão, tirar o aluno de situações confortáveis e fazê-lo buscar argumentações, pois como afirmam Gravina & Santarosa (1998, p. 5) “Os desequilíbrios entre experiência e estruturas mentais é que fazem o sujeito avançar no seu desenvolvimento cognitivo e conhecimento”.

Nesse estudo foi feito o recorte conceitual dos quadriláteros que são os polígonos com quatro lados, quatro ângulos e quatro vértices. Em especial, os “notáveis”, ou seja, aqueles que possuem características que podem ser notadas ao nos depararmos com eles.

O objetivo foi estimular que os alunos se apropriassem dos conceitos e das propriedades dos quadriláteros, distinguissem os notáveis por suas características inerentes e percebessem que estes formam um conjunto com relações de pertinência e interseções. Era desejável também que percebessem que há outras possibilidades de representações de quadriláteros além das apresentadas nos livros didáticos, nos desenhos feitos pelos professores ou ainda em suas representações mentais. Desejava-se oportunizar experiências que possibilitassem e incentivassem a investigação e o desenvolvimento da autonomia dos alunos pelos caminhos por eles selecionados, construindo conscientemente suas argumentações.

O domínio dos processos de aprendizagem pode ser facilitado por meio de tentativas, sucessos, fracassos, correções, conjecturas e análise do que se conhece, do que se deseja obter e das etapas percorridas. Unindo recursos computacionais voltados para educação matemática, em especial ensino de Geometria, foi escolhido o uso do GeoGebra (GEOmetria + álGEBRA) que é um Software de Matemática Dinâmica livre que simula construções feitas por régua e compasso e que permitem movimentos dos objetos com vários recursos e interação com o usuário.

O arrastar talvez seja o principal entre todos. Através do mouse é possível clicar sobre um ponto do objeto geométrico construído e depois arrastá-lo pela tela, criando um movimento que provoca uma mudança na configuração. A questão sobre o que se pode arrastar e sobre por que arrastar permite a diferenciação entre construir uma figura ou simplesmente desenhá-la. Quando constrói uma figura, o usuário não pode fazer apenas uma aproximação e sim ter a clareza sobre as relações entre os diferentes elementos da figura, senão ela não mantém seu formato original ao ser arrastada. [...] a dinâmica dos movimentos possibilita que ele (usuário) perceba o que permanece invariante, alertando-o para determinados padrões e motivando-o a fazer conjecturas e a testar suas convicções (Alves & Soares, 2007, p. 5).

As estratégias escolhidas visavam proporcionar que os sujeitos participantes se apropriassem das oportunidades e recursos que o GeoGebra dispõem ao movimentar e ao mesmo tempo mostrar as propriedades dos objetos.

Para concatenar os conhecimentos de Quadriláteros Notáveis imersos no GeoGebra, com suas propriedades matemáticas foi usada uma pesquisa qualitativa e colaborativa. Participaram do estudo quatro alunos entre 15 e 16 anos de uma escola pública de Brasília e que cursam o projeto de Correção de Fluxo¹ equivalente a 7º ou 8º anos do Ensino Fundamental.

As atividades foram desenvolvidas em três momentos:

- 1º Familiarizar os alunos com o *Software* GeoGebra. Durante esses momentos para foram estimulados debates sobre conceitos matemáticos nas construções livres e nas propostas;
- 2º Estimular o contato dos alunos com diversos quadriláteros, nas mais diversas formas, aparências, posições; e também a explorar a dinamicidade do *Software* para reconhecer o tipo de quadrilátero apresentado, de acordo com suas propriedades matemáticas;
- 3º Compartilhamento das opiniões sobre os objetos analisados e construção de um quadrilátero específico: Retângulo.

Buscava-se que os participantes usando o saber geométrico e suas observações nos dois momentos anteriores, construíssem o retângulo com suas propriedades intrínsecas, ou seja, que as propriedades se mantivessem com o movimento de arrastar e movimentar que o GeoGebra proporciona. Esperava-se também que eles percebessem que o retângulo construído possuía as propriedades de paralelogramo e que pode por vezes assumir as dos quadrados e dos losangos também.

Resultados

Os resultados das interações durante o primeiro momento mostraram que o uso da malha disponível pelo GeoGebra foi facilitador para a construção de objetos em perspectiva, uns com mais facilidade que outros. A liberdade que os participantes tinham de explorar o programa estava amparada pela tranquilidade de ter o suporte ofertado pela pesquisadora quanto ao domínio do mesmo.

A fim de familiarizar os participantes das ferramentas “Reta Paralela e Reta Perpendicular” foi proposto que simulassem as linhas do caderno, com as margens, de modo que ao

¹ O programa é baseado em uma metodologia de aceleração da aprendizagem. O objetivo é corrigir um dos principais problemas do sistema público de ensino do Distrito Federal, a distorção idade-série, causadora de prejuízos aos estudantes, às escolas e ao sistema brasileiro de ensino.

movimentar uma linha a sensação fosse de ter movimentado o caderno. Outra atividade proposta foi a de construir ângulos com medidas específicas, a qual não despertou muita resistência e dificuldade. Porém a tarefa de construir um triângulo com duas medidas de ângulos internos fixas gerou muita dificuldade sobre quais recursos deveriam ser utilizados. Ao ser feita a construção como exemplo, uma aluna inconformada com o resultado disse “*Não acredito. Mexe o ponto A para eu ver!*”, que após executado completou “*Ah, agora sim eu acredito... Repete o que a senhora fez*”, o que transparece que nesse momento a participante já acreditava que as propriedades dos objetos construídos permanecem inalteradas com o movimento, enquanto num desenho elas podem se momentâneas.

O segundo momento durou três encontros onde foram distribuídos dez quadriláteros, cada um com um respectivo questionário. Foi tomado o cuidado que um mesmo quadrilátero não fosse disponibilizado no mesmo momento para participantes diferentes e que todos os participantes analisassem todos os quadriláteros ofertados. A cada novo encontro desse momento, inserimos uma nova atividade nos questionários: movimentar os vértices; medir os lados e movimentar os vértices; medir os lados e os ângulos. Estimulando assim a percepção e reconhecimento das propriedades dos quadriláteros ao mesmo tempo em que exploravam os recursos do software.

Em alguns questionários houve confusão na terminologia entre objetos bidimensionais e tridimensionais, cubo e paralelepípedo no lugar de quadrado e paralelogramo respectivamente. A expressão “*ele mexe todo*” foi utilizada para dizer que ao movimentar um vértice os demais também se movimentavam, também a expressão “*direito*”, teve o sentido de ângulo reto, ou seja, ao contrário de inclinado. Outra expressão usada ao analisar um quadrilátero foi que “*não é fixo*” para o fato do quadrilátero ser *Não Notável* e ter sido verificado que as propriedades estudadas não se mantiveram com os movimentos. Expressões do cotidiano cuja intencionalidade, no contexto, não gerou dúvida.

Alguns quadriláteros foram analisados como sendo “*Um quadrado, um retângulo, e um paralelogramo*”, ou ainda “*Um paralelogramo, quadrado, trapézio*”, o que não apresenta contradição apenas imprecisão, porém com a dinamicidade do GeoGebra os participantes puderam perceber e inferir sobre as características que são preservadas com o movimento. Ao analisar um Quadrado que foi apresentado com as diagonais horizontal e vertical, simulando o conceito popular de Losango um dos alunos disse “*todos esses ângulos medem o mesmo... Todos lados tem a mesma medida*”, concluindo ser um quadrado. Outro aluno teve a iniciativa de medir lados e ângulos mesmo sem que isso fosse recomendado, por sentir que

dessa forma poderia analisar os quadriláteros com maior precisão, “*Eu vejo mais fácil o que é o desenho se eu medir, e é legal ver os ângulos mexendo. Dá até pra perceber quando a gente dá a volta*”, referindo-se ao fato de que ao movimentar um vértice passando pela reta suporte do lado oposto, o que era ângulo interno passava a ser externo, com medidas conjugadas, cuja soma resulta em 360° .

Registros como “*Ele aumenta e diminui o comprimento e os ângulos. Então ele não é um retângulo*”, explicitam o domínio que o aluno passou a ter com as experimentações e os recursos disponibilizados, perceber a necessidade de ‘Ter Propriedades’. Em outro momento esse mesmo aluno avaliou inicialmente um dos quadriláteros como sendo um losango e depois registrou “*Todos os ângulos medem 90° . Isso é um pouco estranho e que ele tem os quatro lados iguais e os ângulos retos de 90° . Então ele é um quadrado.*” A surpresa foi causada devido ao fato desse quadrado não ter os lados paralelos aos Eixos Cartesianos e sim as diagonais.

Quanto ao terceiro momento, temos que durante um debate sobre os tipos de quadriláteros uma participante ressaltou que “*Tem os que não tem nada*” referindo ao fato de não possuir nenhuma das propriedades matemáticas citadas, foi então que outro participante questionou “*Quer dizer que existem mais quadriláteros além desses?*”. Apesar de ser um tópico já visto em sala de aula, só com a oportunidade de manipular e debater as características ficaram claras. Ao analisar um dos quadriláteros ofertados os participantes foram questionados sobre qual aparentava ser (desenho), consensualmente era um Quadrado, mas necessitávamos verificar as propriedades, foi sugerido que movimentássemos os vértices, imediatamente um dos sujeitos disse para medir os lados e os ângulos, pois se as medidas permanecessem congruentes o Quadrilátero realmente seria um Quadrado, o que foi derrocado. Um dos alunos disse “*Quer dizer que ele pode ser qualquer um??!! Como vou saber o que ele é?*”, inconformado por ter sua tese sobre o desenho não confirmada. Em outra oportunidade ele disse “*Tem que pensar muito, tem hora que fica muito difícil*”, afinal sua intenção inicial ao utilizar o GeoGebra era simplesmente desenhar, obter figuras que desejasse. Usar ferramentas diferenciadas dos programas de desenho comumente por ele usado foi, até então, encarado como novos recursos e não como construção geométrica. A partir desses debates ele passou a usar o GeoGebra para fazer as construções criando figuras com propriedades geométricas; fez previsões, analisou erros e tentou obter sucesso, ou seja, saiu da situação de conforto e passou a de construção de conhecimento, e quando foi avaliar o *Software* disse que “*Aprendi que as coisas não são o que parecem*”.

Uma dificuldade detectada foi o conceito de paralelismo que envolvia reta e o lado do quadrilátero não era uma reta. Esse foi um obstáculo que só foi observado no momento da discussão. Usamos os recursos do *Software* para analisar as retas suportes que continham os lados. A facilidade de ampliar e reduzir a figura no GeoGebra foi altamente explorada, só então eles realmente perceberam e participaram das discussões sobre o paralelismo dos lados dos polígonos que eram formados por segmentos de retas, ou seja, por pedaços de reta.

Para a construção do Retângulo proposto, os sujeitos tentaram usar a malha disponível no programa, a construção de ângulos com amplitude fixa, a fixação dos pontos, retas, segmentos de retas, porém não obtiveram sucesso. Foi necessário sugerir um caminho. Para tanto foi aberto uma nova janela do GeoGebra, com os eixos a mostra. O debate sobre o que era apresentado e quais propriedades matemáticas eles reconheciam levou os participantes ao uso de Retas Perpendiculares. A dificuldade que se apresentou a seguir foi onde estariam os demais lados do Retângulo após traçar duas retas perpendiculares, a sugestão foi “*Escolhe um ponto qualquer, que tenha o tamanho que você deseja para o lado desse retângulo*“. Mesmo ofertando ajuda, esta foi direcionada a dar ao aluno o domínio de sua construção, sem referir que o ponto deveria estar sobre uma das retas, fato que não necessitou de nova intervenção.

Considerações Finais

Destacamos que o uso do GeoGebra estimulou contato com objetos geométricos, reflexão e apropriação de conceitos. Obtivemos sucesso na intencionalidade de aguçar a curiosidade dos alunos e estimulá-los na comunicação com o *Software*. Eles apresentaram-se confortáveis em percorrer menus, fazer construções voluntárias, movimentar objetos, questionar, gravar e tomar decisões, permitindo-se desfazer quando o resultado não era o esperado/programado. Alguns conceitos geométricos foram tratados por meio da experimentação e construção estimuladas pelo uso do *Software* e pelo contato de figuras e desenhos. Permitir a exploração do *Software* livremente, aguçando seus sentidos com apresentações de objetos nele construídos, fez com que os participantes buscassem reconhecer e diferenciar as ferramentas disponíveis.

Nas respostas aos questionários sobre os quadriláteros oferecidos quase não houve erros conceituais, por diversas vezes ocorreu imprecisão, visto que se um quadrilátero que inicialmente parece um paralelogramo, mas é um losango, não deixou de ser paralelogramo, há um refinamento em suas propriedades que podem não ter sido observadas, entretanto não significa serem desconhecidas ou impróprias para o caso.

Em resumo, avaliamos que os debates realizados durante a análise dos quadriláteros, nos permitem afirmar que o *GeoGebra* estimulou a observação de propriedades geométricas nunca antes observadas pelos estudantes. Além disso, contribuiu no entendimento e na diferenciação dos conceitos de figura e desenho em situações de construção geométrica. Ademais, é possível reconhecer que os resultados aqui descritos corroboram o *GeoGebra* como instrumento mediador para o ensino e a aprendizagem da geometria a partir da criação de situações de aprendizagem e de mediação que incentive interações (aluno-aluno;aluno-professor), análises e validação de conceitos.

Referencias bibliográficas

- Almouloud, S. et al (2004). *A geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos*. Rev. Bras. Educ., RJ, 27, Dec. . Recuperado de: www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S141324782004000300007&lng=en&nrm=iso.
- Alves, G. & Soares, A. (2003) *Geometria Dinâmica: um estudo de seus recursos, potencialidades e limitações através do software Tabulae*, XXIII CSBC, Campinas.
- Brasil, (1998). *Secretaria de Educação Fundamental. PCN: Matemática /Secretaria de Educação Fundamental*. Brasília: MEC / SEF.
- Gravina, M. (1996) *Geometria Dinâmica: Uma Nova Abordagem para o Aprendizado da Geometria*, VII SBIE, pp. 1-13, Belo Horizonte.
- Gravina, M. & Santarosa, L. (1998) *A Aprendizagem da Matemática em Ambientes Informatizados*, IV RIBIE, BRASÍLIA.
- Guimaraes, D.; Vasconcellos, M. & Teixeira, L. (2006). *O ensino de geometria nas séries iniciais do Ensino Fundamental: concepções dos acadêmicos do normal superior*. Zetetike, vol. 14, nº25, pp. 93-106.
- Pavanello, R. (1993). *O abandono do ensino da Geometria no Brasil: causas e consequências*. Zetetiké, Campinas, SP. v. 01, p.7-17.