

## **SOBRE LA COMPLEJIDAD DE LA GESTIÓN DE UNA CLASE DE MATEMÁTICA Y SU RELACIÓN CON EL PROYECTO DE ENSEÑANZA DEL DOCENTE**

*Irma Saiz - Edith Gorostegui – Diego Vilotta*

[irmasaiz28@gmail.com](mailto:irmasaiz28@gmail.com); [gorostegui@gmail.com](mailto:gorostegui@gmail.com); [vilottadiego@arnet.com.ar](mailto:vilottadiego@arnet.com.ar)  
Universidad Nacional de Nordeste – Facultad de Ciencias Exactas, Naturales y Agrimensura. Argentina

Tema: Formación y actualización del profesorado

Nivel: Formación y actualización docente

Modalidad: Comunicación Breve (CB)

Palabras clave: estrategias docentes – resolución aritmética – ecuaciones – introducción al álgebra.

### **Resumen**

*En el marco de la Investigación: Procesos de modelización algebraica en Matemática y en la introducción a su estudio en clases ordinarias de secundaria, nos propusimos - entre otros objetivos - explorar y caracterizar las estrategias docentes que se despliegan en la introducción al álgebra en clases ordinarias de la educación secundaria en Argentina.*

*En el estudio de caso realizado observamos una serie de discrepancias entre las expectativas del docente en relación con la utilización de las ecuaciones como herramienta de resolución de los problemas y las producciones de los alumnos más acordes con una resolución aritmética. Encontramos que los gestos profesionales del docente no colaboraron en la apropiación por parte de los alumnos del sentido y pertinencia del uso de la herramienta citada.*

*Las discrepancias se relacionan, por un lado, con los conocimientos matemáticos y didácticos del profesor y su pretensión de constituir la clase como una comunidad de producción matemática que incluya plenamente la validación como parte de las tareas de los alumnos y, por otro lado, la consideración de las razones de ser de los conocimientos matemáticos que se trabajan en estas clases.*

### **1. Introducción**

Una de las primeras tareas desarrolladas en el marco de la investigación (Res.F009-2011-FACENA-UNNE): “**Procesos de modelización algebraica en Matemática y en la introducción a su estudio, en clases ordinarias de Secundaria**” corresponde al objetivo: Explorar y caracterizar las estrategias docentes que se despliegan en la introducción al álgebra en clases ordinarias. En este marco observamos, registramos y analizamos clases de 2do año de Educación Secundaria o Media (alumnos de entre 13 y 15 años) donde se planteaban las primeras tareas algebraicas.

En el material empírico relevado, detectamos ciertas regularidades en las prácticas de enseñanza que llevan adelante los profesores en este campo particular, en relación con

el rol que juega la planificación previa en la gestión posterior de la clase. Esto nos permitió definir una primera categorización de prácticas docentes según el grado de conformidad a su propia planificación en dos grandes clases: sujeción estricta o apertura a los “imprevistos” de la clase.

En relación con las prácticas de profesores que pueden ubicarse en la primera categoría citada y con el objetivo de comprender en profundidad, los hechos de cada clase, nos planteamos interrogantes del tipo: ¿Qué sucede en esta clase? ¿Qué hace el docente en esta clase? ¿Por qué toma las decisiones que toma? Y ¿qué efectos tienen sus decisiones sobre los aprendizajes de los alumnos?

Daremos cuenta de nuestro foco de análisis dirigido fundamentalmente a caracterizar los *gestos profesionales* de un docente (P) -como caso paradigmático de la categoría- en particular el tipo de recursos a los que apela cuando se enfrenta a situaciones imprevistas, que suponen una cierta ruptura con los objetivos previamente planteados. Seleccionamos para esta presentación únicamente el análisis de las primeras dos horas de clase, debido a la riqueza de situaciones que surgieron relacionadas con el objeto de estudio.

En el trabajo realizado quedaron en evidencia las importantes exigencias que, en términos de conocimientos didáctico-matemáticos, plantea la gestión de una clase de estas características, las cuales pondremos en relación con los contenidos habituales tanto de la formación inicial de los profesores como de las acciones de capacitación posteriores.

## **2. Marco teórico**

Diferentes autores (Bolea: 2003; Sadovsky: 2003; Sessa: 2005) han investigado las condiciones didácticas que permitirían introducir a los alumnos al estudio de los objetos del álgebra en la Escuela Secundaria. Algunos resultados de estas investigaciones dan cuenta de la necesidad de considerar el pasaje de la Aritmética al Álgebra así como la relación entre la semántica y la sintaxis del lenguaje algebraico y los conflictos de significados que se producen entre docentes y alumnos durante el trabajo con esos objetos.

### **De la Aritmética al Álgebra**

El objetivo fundamental de la introducción al trabajo algebraico es que los alumnos aprendan a abordar ciertos problemas, cuya algebrización permite tratarlos en toda su complejidad. Notemos que este trabajo implica la apropiación de un conjunto de significados y estrategias característicos de un género discursivo complejo: qué es una ecuación, el significado del signo igual en el álgebra, la utilización de letras en estas escrituras, manipulación de expresiones para obtener la/s solución/es, propiedades de las operaciones, empleo de distintos tipos de números, etc.

Asumimos que, para que sea posible un trabajo como el citado es necesario considerar los conocimientos aritméticos que han podido elaborar previamente los alumnos. Se trata de partir de sus propias producciones aritméticas y hacerlas evolucionar hacia modelos algebraicos con una gestión adecuada. El salto que implica esto último puede ser provocado con consignas específicas en donde ya no sea posible utilizar conocimientos aritméticos para tratarlas, pero que sirvan de control a sus producciones algebraicas. Se pueden citar aquí los problemas que demandan *encontrar una fórmula para el paso “n” de una cierta colección que se construye iterativamente según un proceso que guarda una regularidad definida de modo explícito* (Sessa, 2005; p.75).

### **Juegos didácticos y gestos profesionales**

Se trata de nociones importantes en la Teoría de la Acción Didáctica Conjunta (Sensevy, G. & Mercier, A. 2007; Jaubert, M. *ét al*, 2010), que refieren a un modelo que permite poner en evidencia algunos aspectos del mundo social y de la actividad humana. En esta teoría la función del docente es la de permitir al alumno poner en acción una estrategia ganadora y ser garante de la validación de esa estrategia.

Los *Juegos de aprendizaje* que proponen estos autores permiten pensar las clases como una sucesión de momentos en los que se van definiendo y redefiniendo nuevos juegos que podrían actuar como de motores de avance del aprendizaje.

La teoría propone como modelo de la acción docente, en tanto sucesión de juegos didácticos, a los gestos profesionales. Esta noción se desarrolla sobre la base de los principales conceptos didácticos elaborados por Brousseau, G. (1.986) en el ámbito de la Didáctica de la Matemática.

Lo que va a caracterizar entonces la acción del profesor, es la cuádrupla: 1) definir el juego: explicitar a los alumnos lo que se espera que hagan; 2) lograr la devolución, es

decir obtener que los alumnos se hagan cargo del problema; 3) regular, en el sentido de intervenir para que los alumnos comprendan y facilitarles la producción de la estrategia ganadora, pero sin que esto implique sustituirse a ellos en estas tareas; 4) institucionalizar un saber, un procedimiento, una manera de actuar, etc. producto de las discusiones de la clase.

### **La noción de “medio”**

La noción de “medio”, también introducida por Brousseau (1998) y estudiada por distintos autores: Perrin-Glorian y Hersant (2003); Bloch y Salin (2003); Margolinas (1998) es otra componente esencial para interpretar los hechos de la clase.

Esta noción es a su vez retomada en la Teoría de la Acción Didáctica Conjunta (Sensevy & Mercier: 2007) estableciendo una diferenciación conceptual entre el *medio como contexto cognitivo* común y el *medio como sistema antagonista*.

El primer concepto alude a la necesidad de compartir un sistema común de significados entre el profesor y los alumnos. Lo que el P considera como conocimientos disponibles de los alumnos debería coincidir con los que efectivamente poseen, de tal manera que sirva de andamiaje indispensable para la *producción de estrategias ganadoras en el juego*. En este sentido afirman que “*un problema es aquello que escapa al contexto cognitivo actual*” (Sensevy & Mercier: 2007).

En la segunda acepción: *medio como sistema antagonista*, se hace referencia a que los alumnos se enfrentan a una situación a-didáctica para la cual tienen que producir una estrategia ganadora, es decir resolver un problema o responder a una cuestión. En los inicios no disponen de los medios, es el conocimiento matemático en juego en dicha situación el que deberán disponer para lograrlo. Esta situación a-didáctica les devolverá una información sobre su acción, con lo que habrán validado o no la estrategia puesta en juego.

### **3. Metodología**

El P del cual estudiamos sus prácticas docentes, forma parte de la muestra seleccionada para responder al objetivo de exploración y caracterización de las estrategias docentes - anticipado en la Introducción.

Los docentes de la muestra fueron elegidos atendiendo en primer lugar a su disposición a colaborar en el trabajo de investigación, disposición debida en particular, a que la temática – objeto de investigación - se relacionaba con sus objetivos de enseñanza.

Además, comparten con nuestro grupo de investigación la hipótesis de que aprender Matemática supone producir conocimientos matemáticos nuevos en respuesta a problemas planteados por el docente, el cual es el responsable de generar las condiciones para que esto sea posible.

Las prácticas docentes incluyen tanto las tareas previas a la clase a desarrollar como las que se despliegan en el desarrollo efectivo de la misma. En este sentido consideramos pertinente utilizar las componentes descriptoras de las prácticas docentes elaboradas por Robert y Rogalski (2002): la **componente cognitiva** que permite analizar los escenarios previstos: actividades a plantear a los alumnos, contenidos a desarrollar y organización de la clase, organización institucional de los contenidos, conocimientos previos de los alumnos, anticipación de sus dificultades y la **componente mediativa** que permite describir la puesta en escena de lo previsto, esto es los desarrollos que tienen lugar en la clase: interacciones docente-alumnos, gestos profesionales, producción y razonamientos de los alumnos.

Para recabar información respecto de la primera componente, realizamos una **entrevista semi-estructurada**, previa a la clase con el objetivo de conocer el plan de clase o la secuencia de actividades prevista y su posición sobre las características del contenido. Una **entrevista semi-estructurada** posterior a la clase, también aportó datos en relación tanto con esta dimensión como con las estrategias docentes desplegadas en la clase.

Los datos recabados sobre las clases nos permitieron describir esta componente de las prácticas docentes a partir de la cuádrupla definida por Sensevy & Mercier (2007) como los roles del docente o gestos profesionales: **definición, devolución, regulación e institucionalización** ya citados.

Completamos la descripción de esta componente a través del **análisis de los problemas** propuestos por el P a los alumnos, desde un abordaje global correspondiente a los contenidos matemáticos involucrados; y otro abordaje más local relativo a las tareas prescriptas y la correlación con los objetivos previstos por el P.

#### **4. Principales resultados**

En relación con la **dimensión cognitiva**, pudimos identificar – a partir de la entrevista previa- cuáles son sus intenciones didácticas para la clase que observamos posteriormente: avanzar en el conocimiento de ecuaciones al plantearles problemas en el campo numérico de los enteros. Los alumnos trabajaron en días previos con el

planteo de ecuaciones en el marco de una actividad de 1° año, en N y el P también organizó un trabajo de *repaso* con la operatoria en Z, ejercicios que pudimos observar en las carpetas de los alumnos.

Para el P la clase planificada consiste básicamente en actividades de reutilización de nociones; los problemas involucran distintos conocimientos - números enteros, operaciones, ecuaciones - y los alumnos deben identificar por si mismos aquellos que deben aplicar y la forma de hacerlo. En el trabajo previsto, aparece algo nuevo para los alumnos y el P argumenta que será accesible para ellos. Confía en que podrán plantear – sin mayores dificultades - las ecuaciones correspondientes a los problemas, ya que se ha organizado y realizado el trabajo previo que considera necesario. No obstante, también afirma que tomar a Z como nuevo conjunto de trabajo, puede provocar la aparición de algunas dificultades, en relación a los cálculos necesarios para la resolución de las mismas.

Los problemas seleccionados por el P para la clase son los siguientes:

*Resolvé las siguientes situaciones, justificando tus respuestas.*

- 1) *¿Hay algún número entero que sumado a 27 dé como resultado -107?*
- 2) *¿Existe algún número entero que sumado a -27 dé como resultado -107?*
- 3) *¿Es posible hallar algún número entero que multiplicado por -89 dé como resultado -5073?*
- 4) *Existe algún número entero que multiplicado por 74 dé como resultado -9475?*
- 5) *¿Hay algún número entero que al dividirlo por 126 de como resultado -478?*
- 6) *¿Cuál es el número entero que al multiplicarlo por -5 y sumarle 434 dé como resultado -772?*

Para la clase, seleccionó una situación – lista de problemas – como un **medio antagonista** al contexto cognitivo actual de los alumnos, en el cual se enfrentarán a lo “nuevo” de la clase - que la incógnita pueda ser un número negativo - lo que no formaba parte del contexto cognitivo común.

La clase tal como ha sido planteada puede interpretarse como un **juego didáctico** (G. Sensevy 2007 p. 17) basado en la *insuficiencia* del contexto cognitivo actual de los alumnos, creándose de este modo una necesidad de adaptación en términos piagetianos. En relación con la **dimensión mediativa** el P no logra que la mayoría de los alumnos establezcan una relación adecuada con la situación, ya que los conocimientos anteriores no les permiten producir razonamientos o procedimientos que hagan avanzar la

resolución del problema y por lo tanto el saber. Los alumnos, lejos de plantear una ecuación, se enfrentan al problema desde una mirada aritmética, se sitúan en el mundo de los números y buscan la solución a partir de sus incipientes conocimientos de los enteros y, de sus operaciones y propiedades. Los alumnos piensan los cálculos en términos de operaciones en  $\mathbb{N}$ , sin por eso negar la existencia de números negativos; por ejemplo, no pueden concebir una suma cuyo resultado sea un número negativo, sin embargo proponen –como solución a este conflicto– restar dos naturales admitiendo de todos modos que la solución sea un número negativo.

Ante estos hechos el P negocia la aparición en el seno de la clase, de la palabra “ecuaciones”. Se trata de una negociación “a la baja”, del ya famoso efecto Topaze identificado por Brousseau G. en los años 80. Como el docente no “puede” ni “quiere” decir directamente el recurso que espera usen sus alumnos, es decir las ecuaciones, “sugiere” la respuesta disimulándola bajo *códigos didácticos cada vez más transparentes* (Brousseau, G. 1986). Pero de esta manera, el problema ha cambiado totalmente. Ante los fracasos repetidos - los alumnos no dicen “ecuaciones” - el Profesor *mendiga una señal de adhesión y negocia a la baja las condiciones* en las cuales algún alumno terminará por decir “ecuaciones”.

Cuando la devolución del problema no está acompañada de una cierta armonía entre los nuevos y los viejos conocimientos de los alumnos se producen situaciones “forzadas”, el docente devuelve el problema con “imperativos” (hagan, trabajen) y los alumnos se resisten.

Para que se produzca un cambio en las prácticas hacia una clase concebida como una comunidad productora de conocimientos no es suficiente apropiarse de un discurso e incluso estar convencido de que esto es lo mejor, es necesario disponer de ciertos conocimientos matemáticos que no siempre están en la currícula de la formación de los profesores. Podemos citar entre las ausencias las discusiones sobre el camino a seguir en el pasaje de la aritmética al álgebra desde los números enteros. A partir de esta investigación estamos en condiciones de afirmar que conocer las reglas básicas de la operatoria en  $\mathbb{Z}$  no significa necesariamente que los alumnos hayan transitado las rupturas de significados que se producen de  $\mathbb{N}$  a  $\mathbb{Z}$  y esta cuestión se convierte en un obstáculo y una posibilidad a la hora de trabajar el tránsito de la aritmética al álgebra.

Obstáculo en el sentido de que los conocimientos algebraicos supuestamente adquiridos en  $\mathbb{N}$  no implican tener la suficiente seguridad sobre el sistema que se debe modelizar y posibilidad porque muchas de estas rupturas de significados (en el pasaje de  $\mathbb{N}$  a  $\mathbb{Z}$ ) recién se producen cuando se plantean estos “problemas de ecuaciones”. Creemos que una posibilidad, es discutir con los alumnos del profesorado un tratamiento aritmético de los problemas, contenido no presente en la formación de grado y que el P no alcanzó a anticipar en su planificación ni en los incidentes aparecidos en la clase.

## 5. Bibliografía

- Bolea, P. (2003). *El proceso de algebrización de organizaciones matemáticas escolares*. Tesis doctoral. Departamento de matemáticas. Universidad de Zaragoza. España.
- Brousseau, G. (1986): *Fundamentos y métodos de la didáctica de la matemática*. Recherches en Didactique des Mathématiques, (pp.33-115)
- \_\_\_\_\_ (1998): *Théorie des situations didactiques*. Grenoble. La Pensée Sauvage.
- \_\_\_\_\_ (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Traducción: Dilma Fregona. Libros del Zorzal. Bs As. Argentina.
- Margolinas, C. (1993): *De l'importance du vrai et du faux dans la class de mathématiques*. Grenoble, La pensée Sauvage. Francia.
- Panizza, Sadovsky y Sessa (1996). *Los primeros aprendizajes algebraicos. El fracaso del éxito*. Comunicación presentada a la Reunión Anual de la Unión Matemática Argentina, Salta.
- Perrin-Glorian M-J. & Hersant, M. (2003). *Milieu et contrat didactique. Outils pour l'analyse de séquences ordinaires*. Recherches en didactique des mathématique, 23 (2), 217-276.
- Robert A. & Rogalski J. (2002). *Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche*. Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies, vol. 2, n° 4.
- Sadovsky, P. (2003). *Condiciones didácticas para un espacio de articulación entre prácticas aritméticas y prácticas algebraicas*. Tesis doctoral. Facultad de Filosofía y Letras. Universidad Nacional de Buenos Aires. Argentina.
- Sensevy, G (2007). *Categorías para describir y comprender la acción didáctica*. Capítulo traducido del libro Sensevy, G & A. Mercier (2007). *Agir ensemble: l'action didactique conjointe du professeur et des élèves*. Rennes: PUR. Traducción de Juan Duque, y revisión de René Rickenmann.
- Sessa, C. (2005). *Iniciación al estudio didáctico del algebra*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.