



II CEMACYC

II Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe

29 octubre al 1 noviembre. 2017

Cali, Colombia

ii.cemacyc.org



La perspectiva de la práctica matemática en la formación del conocimiento matemático del profesor de matemáticas

Jhon Helver Bello Chávez
Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
Colombia
jhbelloc@udistrital.edu.co

Resumen

Se sustenta la importancia de entender el conocimiento matemático del profesor de matemáticas a partir de la idea de práctica matemática (Kitcher, 1984). Se relacionan teóricamente las componentes de la práctica matemática, la noción de cambio de la práctica y la relevancia que el autor le otorga a la historia de la matemática, con los dominios de conocimiento que hacen parte del conocimiento matemático del profesor propuestos por (Ball, Thames, & Phelps, 2008). De esta manera, se dota a la formación de profesores de una perspectiva de conocimiento matemático. A partir de estas relaciones teóricas, se presentan algunos asuntos que pueden ser trabajados en el cambio de cada una de las componentes de una práctica matemática a otra y se organizan por el tipo de dominio del conocimiento del profesor de matemáticas al cual están asociados.

Palabras clave: práctica matemática, formación de profesores, conocimiento matemático, historia de la matemática, conocimiento matemático del profesor.

Consideraciones acerca del conocimiento del profesor de matemáticas

Los aspectos que se relacionan en este documento hacen parte de las reflexiones teóricas que se construyen en el marco de los seminarios del Doctorado Interinstitucional en Educación sede Universidad del Valle y la construcción que realizo del proyecto de tesis doctoral, titulado: consideraciones de las prácticas alrededor de la geometría de Descartes en la formación del profesor de matemáticas. De esta manera, se presenta únicamente la relación teórica que se devela de posicionar el conocimiento matemático del profesor de matemáticas a través de la idea de práctica matemática.

Es casi generalizado en la comunidad de formadores de profesores, el reconocer el trabajo de Lee Shulman como inicio de varios términos dentro del campo de investigación. Shulman (1987) plantea un mínimo de siete tipos de conocimiento para la formación del profesor: conocimiento del contenido, conocimiento pedagógico general, conocimiento del currículo, conocimiento pedagógico del contenido, conocimiento de los aprendices y sus características, conocimiento del contexto educativo y conocimiento de los fines educativos. Desde entonces esta categorización ha sido estudiada desde la investigación; generando nuevas categorizaciones y una línea de trabajo en educación respecto a la formación de profesores.

Actualmente la formación del profesor de matemáticas se considera un campo emergente en Educación Matemática (Adler, Ball, Krainer, Lin, & Novotna, 2005), asunto que implica entender como problema de investigación el cómo, qué y para qué un tipo de conocimiento hace parte de la formación inicial o continua del profesor de matemáticas. El siguiente gráfico ilustra el tipo de formulaciones que se han realizado para la formación inicial del profesor de matemáticas

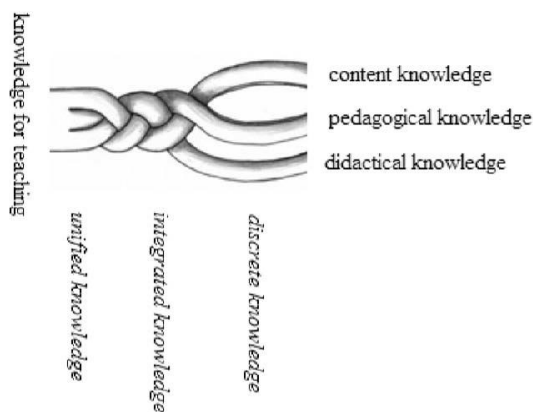


Figura 1. Conocimiento del profesor en la educación inicial del profesor (Liljedahl, et al., 2009, p.31)

Se observa en la figura 1, una propuesta de formación para la cual los conocimientos: contenido, pedagógico y didáctico, inician de manera separada; luego pasan por una integración del conocimiento y finalmente se logra conocimiento unificado para la enseñanza, un objetivo de la formación. Sin embargo el gráfico deja algunos cuestionamientos, por ejemplo; sí el conocimiento del contenido son las matemáticas, ¿Cómo se estructura el conocimiento matemático que se pone en juego?, ¿cuáles son las matemáticas para el profesor?, ¿qué idea de conocimiento matemático es necesaria para unificarse con los otros conocimientos?.

Una de las formulaciones más estudiada en la comunidad respecto al conocimiento del profesor de matemáticas es la planteada por (Ball et al., 2008), la cual parte del estudio del *Mathematical Knowledge Teacher*, MKT, definido como "...el conocimiento matemático utilizado para llevar a cabo la labor de enseñanza de las matemáticas" (Mosvold, Jakobsen, & Jankvist, 2014, pág. 48). Esta adaptación de los planteamientos de (Shulman, 1987), configurada alrededor del campo de investigación en formación de profesores de matemáticas, en la disciplina de la Didáctica de la Matemática, reorganiza los conocimientos del profesor a partir de las categorías *Subject Matter Knowledge*, SMK, y *Pedagogical Content Knowledge*, PCK. La figura 2 muestra el conocimiento organizado a partir de dominios en estas dos categorías

Domains of Mathematical Knowledge for Teaching

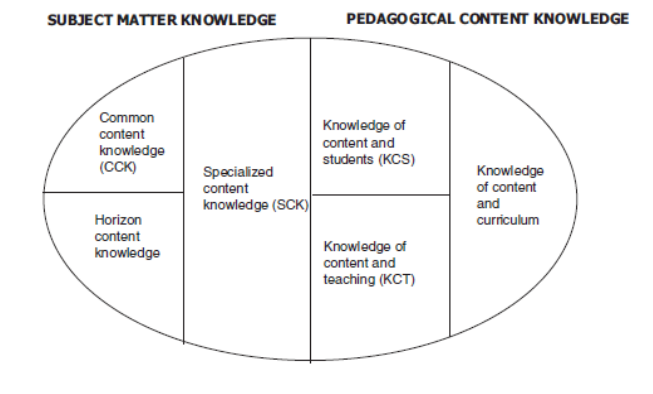


Figura 2. Dominios del Conocimiento matemático para profesores (Ball, et al., 2008, p.403)

Como parte del SMK, se reconocen tres divisiones:

- Common Content Knowledge, CCK: se trata de conocimientos y habilidades matemáticas que son propias de cualquier persona al nivel de enseñanza que se esté analizando. No hace referencia a un dominio de conocimiento exclusivo del profesor de matemáticas
- Specialized Content Knowledge, SCK: es el conocimiento matemático propio del proceso de enseñanza y el aprendizaje. Principal dominio de profesionalización del profesor de matemáticas. Incluye el saber de por qué se procede de cierta manera, desde allí el profesor puede analizar las producciones matemáticas de sus estudiantes
- Horizon Content Knowledge, HCK: se comprende como el sentido curricular del tratamiento de un asunto de las matemáticas. Contiene las trayectorias de un conocimiento matemático en diferentes etapas educativas, sus conexiones posteriores con otros conocimientos y sus relaciones intra y extramatemáticas (Escudero, Flores, & Carrillo , 2012).

Respecto al PCK, se plantean tres categorías que están relacionadas con:

- Knowledge of Content and Student, KCS: comprende el conocimiento de los estudiantes a través del contenido matemático
- Knowledge of Content and Teaching, KCT: refiere a los desarrollos que se plantean en la enseñanza de un contenido. Combina el conocimiento sobre la enseñanza y las matemáticas
- Knowledge of Content and Curriculum, KCC: se refiere a la organización curricular alrededor de un contenido, los materiales educativos propuestos y las indicaciones y caracterizaciones de los programas educativos sobre los contenidos (Escudero, Flores, & Carrillo , 2012)

La investigación alrededor del MKT, se desarrolla a través del análisis de cada dominio de conocimiento en la práctica y formación de los docentes. Sin embargo, al revisar la teoría y algunas experiencias que usan este marco referencial, queda la pregunta ¿qué se entiende por conocimiento matemático?, ¿existe una forma de conocer en matemáticas que favorezca el desarrollo del MKT?; el esbozo a una respuesta a estas preguntas se plantea en el siguiente

apartado.

La práctica matemática en el sentido del conocimiento del profesor de matemáticas

Las matemáticas que se disponen para el profesor deben reconocer y conocer un conocimiento elaborado por los humanos, alrededor de prácticas culturales que han permitido el establecimiento de unos cánones específicos para su validez, validación y consolidación como conocimiento universal. El profesor tendrá que comprender lo que Azzouni, (2007) reconoce como único en la práctica social de las matemáticas; su estado de creación no modifica los cánones de establecimiento del grupo social que define si una idea se considera dentro del cuerpo del conocimiento matemático. Por lo menos dos momentos diferentes dentro de la práctica matemática, la creación y la argumentación del o alrededor de un cuerpo teórico. Un objeto matemático pertenece al cuerpo de las matemáticas cuando cumple con ciertos requisitos de existencia teórica, el consenso de la comunidad matemática, y no cuando la práctica de los matemáticos dispone de actividades que permitan apuntalar su uso dentro de la cotidianidad de la creación matemática.

Relacionado con esta postura sobre el conocimiento matemático a través de las prácticas de los matemáticos, durante los últimos años se ha desarrollado una línea de trabajo en Filosofía de la Matemática, que estudia la práctica matemática. Una de las líneas de trabajo, está enfocada en las ideas de Philip Kitcher. Este autor plantea una mirada al conocimiento matemático basada en la siguiente definición de práctica matemática.

Sugiero que nos centremos en el desarrollo de la práctica matemática, y que consideremos cinco componentes para una práctica matemática: un lenguaje, un conjunto de declaraciones aceptadas, un conjunto de razonamientos aceptados, un conjunto de preguntas seleccionadas como importantes, y un conjunto de puntos de vista metamatemáticos (incluidas las normas para la prueba y la definición, y afirmaciones sobre el alcance y la estructura de las matemáticas). Como una notación conveniente, uso la expresión $\langle L, M, Q, R, S \rangle$ como un símbolo para una práctica matemática arbitraria (donde L es el lenguaje de la práctica, M el conjunto de visiones metamatemáticas, Q el conjunto de cuestiones aceptadas, R el conjunto de razonamientos aceptados y S el conjunto de proposiciones aceptadas. El problema de explicar el crecimiento del conocimiento matemático, se convierte en comprender lo que hace una transición de una práctica $\langle L, M, Q, R, S \rangle$ a una práctica inmediatamente posterior $\langle L', M', Q', R', S' \rangle$. (Kitcher, 1984, p.163-164)

Las prácticas matemáticas se encuentran en la historia de la matemática, en las culturas que permitieron el desarrollo de las matemáticas como parte de la actividad de un grupo de humanos. Desde esta perspectiva el cambio de práctica en las matemáticas, está asociado al cambio en una o más componentes, las cuales definen una forma social de entender y proceder. Por tanto, si cambia una de ellas se produce otra práctica. Esta es la apuesta filosófica sobre el conocimiento matemático que se propone para la formación del profesor de matemáticas.

Esta visión del conocimiento matemático, como práctica, dota al saber matemático del

profesor de elementos fundamentales en la comprensión de las actividades que permiten la producción de las matemáticas y el producto de la matemática. Al paso de procesos de subjetivación a objetivación (Obando Zapata, Arboleda Aparicio, & Vasco, 2014). Desde esta perspectiva, la historia de la matemática dota al profesor de patrones de actividad que permitieron la objetivación de un objeto matemático, desde donde puede reflexionar sobre la actividad del aula.

En relación con el conocimiento del profesor, este toma sentido, no solamente en su acción como docente, también lo hace en su relación con las matemáticas. La comprensión de las componentes y transformación de las prácticas matemáticas, ubica al profesor de matemáticas en un tipo de formación orientada a la constitución y transformación del conocimiento matemático y desde ese lugar, - pero no únicamente en él-, acompañado de un conocimiento didáctico adecuado, seguramente posibilitaría una mejor comprensión de las matemáticas para sus estudiantes.

El MKT visto desde las prácticas matemáticas

Mosvold, et al., (2014) relacionaron la historia de las matemáticas a través de ejemplos extraídos de la literatura del grupo del ICME, *History and Pedagogy of Mathematics*, HPM, que muestran la importancia de la historia en cada dominio de conocimiento propuestos por (Ball, et al., 2008). Desde esta postura mostraron algunas experiencias y usos de la historia con el conocimiento del profesor de matemáticas. La perspectiva de conocimiento matemático a partir de la idea de práctica matemática, implica un conocimiento histórico transversal a las componentes de las prácticas; las cuales se convierten en organizadoras del cambio y crecimiento del conocimiento matemático del profesor de matemáticas. También lo son de las intervenciones de la historia de la matemática en la formación.

El horizonte a partir de la práctica matemática del conocimiento matemático en la formación del profesor, implica el fortalecimiento de una perspectiva histórica del conocimiento matemático, se espera que el conocimiento histórico le permita al profesor de matemáticas reconocer las prácticas que llevaron a la constitución de un objeto matemático; en este sentido se comparte que:

(...) historiar prácticas es diferente a historiar ideas o mentalidades. Las prácticas exigen relacionar lo discursivo con lo no discursivo, vale decir que colocan al investigador en la encrucijada de establecer múltiples relaciones. El discurso se asume como práctica. Por eso hablamos de práctica discursiva en el sentido de proceso objetivado que se convierte en objeto y es solo esto lo que se procede a historiar. (Arboleda & Castrillón, 2012, pág.14)

Desde esta perspectiva, se reconoce una historia de las matemáticas para el profesor de matemáticas, la que permite conocimiento matemático a partir de la comprensión de las prácticas que permitieron la constitución de los objetos matemáticos. Siendo así, si P es una práctica matemática y P' otra práctica relacionada históricamente las categorías del MKT están relacionadas con las componentes de P y P' de la siguiente manera

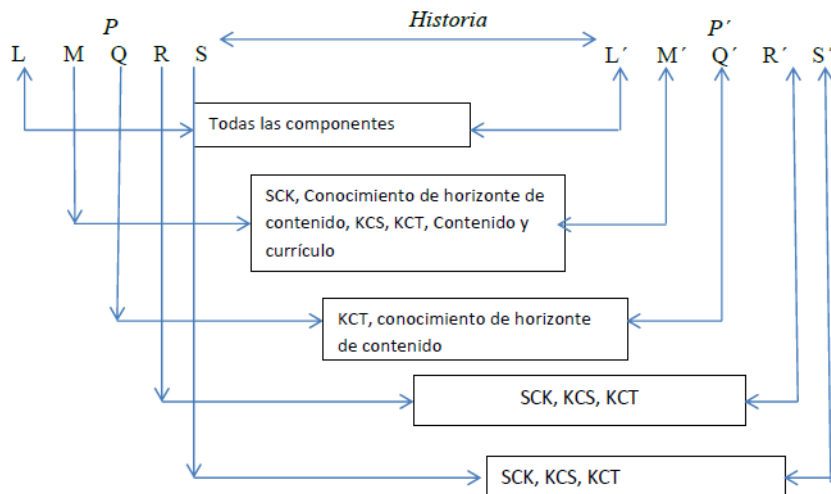


Figura 3. Relación componentes de la práctica con dominios del conocimiento del profesor

A continuación se presenta algunos asuntos a tratar en el cambio de cada componente de la práctica matemática:

$L \rightarrow L'$: El análisis histórico de la práctica permite pasar de un lenguaje a otro. Involucra con todas las componentes del MKT, aquí se realizan análisis semióticos útiles para el profesor. Algunos asuntos son:

- CCK: sintaxis y semántica de los objetos que se usan fuera de la enseñanza, pero que son producto de la resolución de un problema en un momento determinado.
- SCK: análisis de los diferentes tipos de representaciones y de lenguaje a través de la prueba y la demostración. Tipo de problemática que necesita el uso de un lenguaje más elaborado. Nuevas técnicas de argumentación con un nuevo lenguaje.
- Conocimiento de horizonte de contenido: relaciona diferentes tipos de representación de un objeto matemático de acuerdo a su dificultad e interpretación. El desarrollo del lenguaje de manera transversal a la formación de pensamiento matemático.
- KCS: aspectos relacionados con obstáculos, errores y dificultades de tipo lingüístico, modelos de argumentación de los estudiantes, posibles modelos de representación que sirvieron para la comprensión de un objeto matemático.
- KCT: relaciona teorías de enseñanza con el proceso de construcción de diferentes tipos de representación en un objeto matemático.
- Conocimiento del contenido y el currículo: cambio del lenguaje de una práctica a otra, permite pensar el currículo desde procesos de transformación semiótica, hacer transformaciones curriculares a partir de los posibles significados de los signos.

$M \rightarrow M'$: las visiones históricas metamatemáticas que permiten el paso de una práctica a otra, permite el desarrollo del MKT, en asuntos como:

- SCK: concepciones epistemológicas y ontológicas de los objetos matemáticos, las cuales se pueden reflejar en los estudiantes o en el propio profesor o estudiante para profesor
- Conocimiento del horizonte de contenido: permite comprender diferentes fases de un

mismo conocimiento matemático, por ejemplo, las creencias que no permitieron el desarrollo de un concepto y su relación con otras ciencias

- KCS: análisis de creencias de los estudiantes sobre las matemáticas
- KCT: organización de procesos de enseñanza por complejidad epistemológica y ontológica
- Conocimiento del contenido y el currículo: organización del currículo, planeación y diseño de actividades con miras a complejización de concepciones

Q→Q': en relación con el MKT, el cambio de cuestiones aceptadas, en general, pone la discusión sobre las limitaciones de las teorías matemáticas, al respecto se pueden desarrollar específicamente en asuntos como:

- Conocimiento del horizonte de contenido: este asunto permitiría develar la importancia del desarrollo de una teoría o parte de ella en educación.
- KCT: análisis de las creencias de los estudiantes, trabajo con la interdisciplinariedad y la transdisciplinariedad

R→R': el cambio en los modelos de razonamiento y heurísticas en matemáticas se convierte en conocimiento que potencia las siguientes categorías del MKT:

- SCK: el profesor de matemáticas debe ser un experto en la comprensión de razonamientos y heurísticas asociados al conocimiento matemático; le servirá en términos del uso de la resolución de problemas como metodología de enseñanza, realizar tipología de problemas y modelos de solución de problemas
- KCS: clasifica la complejidad de las soluciones de un problema por el tipo de razonamientos que se utilizaron. Selecciona el tipo de situación que puede solucionar el estudiante
- KCT: Establece métodos de solución de problemas a partir de adaptar razonamientos que la historia muestre como válidos

S→S': el cambio en el conocimiento de proposiciones aceptadas, pone en discusión las maneras internas de construcción de las matemáticas, en ese sentido algunos elementos que se trabajarían en las categorías del MTK son

- SCK: se comprende el establecimiento de una verdad en matemáticas, sus consecuencias teóricas y su estatus dentro de una teoría
- KCS: posibilidad de análisis argumentativo de la teorización de una proposición
- KCT: planificación del proceso de enseñanza, de las técnicas y herramientas que estructuran una teoría matemática

Reflexiones finales

Existen varias preguntas sobre la formación del profesor de matemáticas, este documento trabajó de manera sucinta una de ellas, la perspectiva de conocimiento matemático. En ese sentido, se evidencia que desde esta postura de la práctica matemática, las componentes posibilitan una organización del conocimiento a través del cambio de las matemáticas. Son múltiples los aspectos que desde esta perspectiva de conocimiento matemático se pueden abordar en la formación inicial o continua de profesores. La historia de la matemática se convierte en

integrador del conocimiento matemático y didáctico para el profesor de matemáticas. En este sentido, los aprendizajes del estudiante para profesor de matemáticas o el profesor de matemáticas, estarían vinculados con la comprensión de la transformación de las matemáticas en una cultura determinada.

En esta mirada del conocimiento matemático, la formación de profesores contribuiría con el reconocimiento de las matemáticas como creación humana. Permitiría que desde su formación el profesor requiera de un abanico de prácticas dispuestas en asuntos relacionados con las componentes e inicialmente desde este conocimiento, pueda pensar en la formación matemática de otros seres humanos.

Se relacionó una postura sobre el conocimiento matemático para la enseñanza a través de la idea de práctica matemática, este ejercicio develó posibilidades teóricas de interpretación entre estos dos marcos de referencia. En esta posibilidad teórica la historia de la matemática aparece como fundamental en la formación del profesor, de su práctica y su conocimiento para la enseñanza y la comprensión de aprendizaje.

Referencias y bibliografía

- Adler, J., Ball, D., Krainer, K., Lin, F. L., & Novotna, J. (2005). Reflections on an Emerging Field: Researching Mathematics Teacher Education. *Educational Studies in Mathematics*, 60, 359-381.
- Arboleda, L. C., & Castrillón, G. (2012). La Historia y la Educación Matemática en el Horizonte Conceptual de la Pedagogía. *Quipu, Revista Latinoamericana de Historia de las Ciencias y la Tecnología*, 14(1),13-32.
- Azzouni, J. (2007). How and Why Mathematics is Unique as a Social Practice. En B. V. Kerkhove, & J. P. Bendemen (Ed.). *Perspectives on Mathematical Practices. Bringing together philosophy of mathematics, sociology of mathematics and mathematics education*.(pp. 3-24). Países Bajos: Springer.
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Escudero, D., Flores, E., & Carrillo, J. (2012). Memorias de la XV escuela de invierno de matemática educativa. *El conocimiento especializado del profesor de matemáticas* (pp. 35-42). Ciudad de México: Red de Centros de Investigación en Matemática Educativa A. C.
- Kitcher, P. (1984). *The Nature of Mathematical Knowledge*. New York: Oxford University Press.
- Liljedahl, P., Durand, G., Winslow, C., Bloch, I., Huckstep, P., Rowland, T., . . . Chapman, O. (2009). Components of Mathematics Teacher Training. En R. Even, & D. Ball (Ed.), *The professional Education and Development of Teachers of Mathematics* (pp. 25-35). New York: Springer.
- Mosvold, R., Jakobsen, A., & Jankvist, U. T. (2014). How Mathematical Knowledge for Teaching May Profit from the Study of History of Mathematics. *Science & Education*, 23(1), 47-60.
- Obando Zapata, G., Arboleda Aparicio, L., & Vasco, C. (2014). Filosofía, matemáticas y educación: una perspectiva histórico - cultural en educación matemática. *Revista Científica*, 20, 72 - 90.
- Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational*