

PRODUÇÕES DE SIGNIFICADOS EM UM CURSO DE GEOGEBRA A DISTÂNCIA

Patricia R. Linardi – Sérgio Carrazedo Dantas – Guilherme Francisco Ferreira
plinardi@terra.com.br – sergio@maismatematica.com.br –
guilhermefrancisco7ferreira@gmail.com
UFSCAR-São Carlos – UNESPAR – FAP

Tema: I.7 - Los procesos de Comunicación en el aula de Matemática y su impacto sobre el Aprendizaje del Alumnado.

Modalidad: CB

Nivel educativo: Formación y actualización docente

Palabras clave: produção de significados, Geogebra, curso a distância, Modelo dos Campos Semânticos

Resumen

Neste trabalho discutimos algumas produções de significados ocorridas em um ambiente colaborativo de um curso a distância, desenvolvido com o objetivo de explorar o software GeoGebra para o ensino de matemática. Para a leitura das produções de significados, utilizamos como referencial teórico o Modelo dos Campos Semânticos (LINS, 1997, 1999). Inicialmente, apresentamos o curso e o nossos pressupostos teóricos para, em seguida, apresentarmos uma leitura sobre as relações entre a matemática do matemático, a matemática do professor de matemática e modos e usos do software Geogebra presentes nas interações dos participantes do curso.

O curso “Ensinando Matemática com o GeoGebra”

O curso *Ensinando matemática com o Geogebra* foi concebido com o objetivo de instrumentalizar os cursistas nos aspectos técnicos do software Geogebra e de fomentar reflexões sobre seu uso em situações de ensino e aprendizagem de matemática.

Para atingir tais objetivos propusemos conteúdos que abordaram desde a instalação do software ao uso de comandos de iterações numéricas. Tais conteúdos foram distribuídos em dez módulos semanais, e em cada um havia no máximo quatro vídeo-aulas com duração máxima de 20 minutos cada. A escolha por ministrar o curso usando vídeo-aulas possibilitou – aos participantes – acessá-las quantas vezes desejassem, pois, uma vez postadas, continuavam disponíveis no site. Após assistir as vídeo-aulas, os cursistas eram orientados a realizar a construção de um objeto no Geogebra e a escrever uma descrição da mesma. Descrição essa que envolvia os recursos do software utilizados na construção, o objetivo instrucional e modos de explorá-lo em uma aula de matemática. Essa produção individual de cada cursista, relativa a primeira parte de sua atividade em cada módulo, devia ser compartilhada com os demais por meio da postagem em um

fórum-tarefa. Na segunda parte da tarefa o cursista tinha que analisar a produção de um ou dois cursistas postada no fórum-tarefa e fazer apontamentos.

Além do *fórum-tarefa*, havia em cada módulo outro fórum em que os cursistas e professores podiam postar suas dúvidas sobre o conteúdo abordado naquele módulo, escrever considerações sobre a dinâmica do curso, entre outras interações possíveis. A todo o momento os professores ministrantes fomentavam interações e trocas entre os cursistas com o objetivo de que a aprendizagem não fosse baseada apenas nas aulas expositivas apresentadas nos vídeos.

O curso teve duração de três meses e foram inscritos cursistas de vários estados do Brasil. Verificamos a participação de alunos de graduação em matemática, professores da Educação Básica e professores de Ensino Superior. Essa variedade de formações, de práticas profissionais e de localização geográfica permitiu, segundo nossa leitura, o desenvolvimento de um amplo e rico espaço de debate, cujos temas centrais foram o uso técnico do software e as possibilidades de explorar conteúdos em aulas de matemática. Desse trabalho, selecionamos fragmentos de postagens de um dos fóruns-tarefa para discutir os tipos de produções de significados que observamos a luz do Modelo dos Campos Semânticos.

O Modelo dos Campos Semânticos

Para a leitura das produções de significados utilizamos como referencial teórico o Modelo dos Campos Semânticos (Lins, 1997, 1999). O Modelo dos Campos Semânticos (MCS) tem por *objeto* os processos de produção de conhecimento e de significado. A noção central do MCS, aquela cuja definição o distingue de outras teorias do conhecimento, clássicas ou contemporâneas, é a de *conhecimento*.

As teorias clássicas do conhecimento, embora postulando a necessidade de se examinar se um sujeito está ou não justificado em acreditar em uma dada proposição, não admitem que essa justificativa seja *parte* do conhecimento. Com isso, uma criança que diz que $2+3=3+2$, e se justifica mostrando dedos, “tem” (“está produzindo”, nos termos do MCS) o mesmo conhecimento de quem diz que $2+3=3+2$ e se justifica dizendo que $\langle \mathbb{Z}, + \rangle$ é um grupo abeliano, o que é inadequado, como categorização, *para o professor de Matemática em sua atividade profissional*. É preciso observar, também, que essa inadequação se manifesta, no senso comum, como uma clara impropriedade: pode-se

dizer que os dois *sabem a mesma coisa* ($2+3=3+2$), mas não que tenham o mesmo conhecimento.

A solução teórica dada pelo MCS é introduzir uma noção de *conhecimento* que incorpora a justificação como parte deste *conhecimento* — ou, como diz Lins (1999), como parte *constitutiva*: “O conhecimento é uma crença-afirmação junto com uma justificação que me autoriza a produzir aquela enunciação” (p. 88).

Produzir conhecimento, então, é produzir uma enunciação, de uma proposição, na qual o sujeito acredita e para a qual tem alguma justificação¹.

Como toda proposição (afirmação) é sobre alguma coisa, essa coisa é constituída em *objeto* (porque dela se diz algo), e o que se diz desse objeto é um *significado* produzido para esse objeto. Então, diretamente associadas à noção de *conhecimento*, estão presentes as noções de *objeto* e de *significado*, no MCS. Para Lins (2004)

Um **objeto** é, no MCS, qualquer coisa sobre a qual uma pessoa esta falando, seja ela "concreta" – por exemplo, uma cadeira em frente a mim – ou "simbólica" – por exemplo, letras em um pedaço de papel. **Significados**, são no MCS, o que uma pessoa efetivamente diz de um objeto em uma dada situação (dentro de uma atividade); não é tudo o que ele/ela poderia eventualmente dizer sobre essa coisa. E **conhecimento** é, no MCS, algo que uma pessoa realmente afirma e no qual acredita, *junto* com a justificação que a pessoa tem para acreditar naquela afirmação e para enunciá-la. (p. 4)

Uma outra noção relevante a comentar com relação a este estudo, é a de *interlocutor*. Ela se refere à *direção* em que o sujeito fala, quando produz uma enunciação.

O *interlocutor*, então, é idêntico à *direção na qual um sujeito produz uma enunciação* e, se ele o faz assim, é porque acredita que *esse interlocutor diria o que ele diz, com a justificação* (autoridade) *com que ele diria*. Em outras palavras, talvez menos técnicas, *ele fala numa direção na qual acredita que seria ouvido*.

Isso nos traz à questão da *legitimidade*. Usando o que foi dito até aqui, diremos que, se o sujeito produz uma enunciação, é porque a julga *legítima*, e isso porque acredita que há uma *direção* (*interlocutor*) na qual é *legítimo* dizer o que está dizendo porque o está dizendo.

Com a noção de legitimidade, podemos caracterizar os modos (legítimos) de produção de significados dos matemáticos que se iniciam na primeira metade do século 19 e se consolidam com a iniciativa de Bourbaki (por volta de 1930), que Lins (2004) chamou da Matemática do Matemático.

¹ Há muitos aspectos e detalhes a serem discutidos sobre esta caracterização, mas não vamos discuti-las aqui. O leitor pode consultar Lins (1999)

Embora matemáticos possam concordar em grande parte com o que seja ou não Matemática, o que, em última instância, resolve essa questão, são os modos de “tratar” qualquer “conteúdo”. Assim, quando Hardy (2000, p. 87) diz que "a matemática do matemático profissional praticante" é a "matemática autêntica", ele está, do ponto de vista do MCS, falando de *legitimidades*. Se os objetos da Matemática do matemático são simbólicos e constituídos definicionalmente, isso caracteriza modos de produção de significado, mas não delimita, de modo algum, conteúdos.

Acreditamos que um exemplo simples pode ajudar a esclarecer esse ponto. Podemos considerar uma situação de aposta na Mega-Sena. Um apostador, entrevistado numa loja de apostas, diz que jamais apostaria em 1-2-3-4-5-6, porque essa combinação “não vai sair nunca”. Esse apostador certamente sabe que isso quer dizer que é *muito* improvável que tal combinação seja sorteada, mas não que seja *impossível* que ela saia. Suponhamos que ele argumente que nunca saiu nada parecido, que essa combinação é particular demais.

Suponhamos, também, que um matemático concorde que essa combinação (assim como qualquer outra, podemos dizer) é muito improvável (embora nem mais nem menos que qualquer outra, podemos dizer). Assim como no caso do $2+3=3+2$, ambos dizem a mesma coisa (“não vou apostar no 1-2-3-4-5-6”). Mas na *justificação* do apostador o matemático não verá Matemática, na sua, sim. Por outro lado, é plausível afirmar que alguma pessoa X veja coisas da Matemática nas considerações do apostador, seja porque há números envolvidos, seja porque ele fala de chance, probabilidade, coisas que essa pessoa X plausivelmente considera que são da Matemática.²

Se antes havíamos argumentado apenas que os conhecimentos eram diferentes, agora argumentamos que o matemático chamará um deles de matemático, mas o outro não. Como Hardy claramente sugere, cabe ao matemático dizer se o modo de produção de significado usado, em determinada situação, é legítimo para receber o nome de “matemático” e, assim, emprestar, ao que foi dito, o caráter de Matemática do matemático.

Na Matemática do matemático, um objeto não é “o que ele é” para depois ser examinado e descrito, ele é apenas o que dele se diz. Mas na sala de aula — por causa

² Não está em questão, aqui, se essa pessoa X pensa assim porque associa “Matemática” com o que viu na escola, ou se por outra razão. Importa que, onde alguém vê Matemática, outro não vê, e que isto se relacione à legitimidade ou não de certos modos de produção de significado.

dos modos de produção de significados legítimos na rua e da “resistência” dos alunos ao que não corresponde a esses modos (Lins; Gimenez, 1997) —, isso não é suficiente. Na sala de aula é preciso que o professor interaja com os alunos partindo de onde eles estão, e não de onde eles deveriam estar. Para tanto, a leitura plausível e o MCS mostram-se adequados e, com base neles, formulamos a noção de “Matemática do professor de Matemática”.

A matemática do professor de matemática é caracterizada pela sua aceitação de significados não matemáticos para coisas que poderiam ser de outra maneira chamada “matemática”. Em alguns casos esses significados não matemáticos são totalmente bem conhecidos e aceitos nas escolas, por exemplo, “equações são balanças de dois pratos”, e usados como recursos para (supostamente) facilitar a aprendizagem. Mas existem muitos exemplos nos quais os significados não matemáticos são somente entendidos ou explicados como erros.

Se fôssemos tomar o caso do apostador, não se trataria apenas de dizer que ele toma uma decisão com base em premissas erradas, mas, sim, de caracterizar sua fala de tal modo que fosse possível dizer: “eu acho que entendo do que você está falando”, para poder, produtivamente, propor que ele examinasse uma outra maneira de pensar — *ainda que o resultado* (a não -escolha da “seguidinha”) *fosse o mesmo*. Não está, nessa ação, implícita a intenção de corrigir o que o apostador pensa, apenas a de ampliar seu horizonte de produção de significados. O que ele fará com isso não é tarefa para o educador decidir.

Além desses dois modos de produção de significados proposto no modelo discutiremos aqui, um terceiro, pautados nos modos de produção legítimos para quem trabalha usualmente com o software Geogebra. Denominamos essa categoria de “modos e usos do software Geogebra”. Como o próprio nome indica nessa categoria as justificações de uma afirmação são feitas com referência aos objetos internos do software, como ícones, comandos, áreas de construção e procedimentos que são realizados ao interagir com o software. Por exemplo, um aluno constrói um segmento de reta usando o Geogebra. Em seguida, há o seguinte diálogo entre o professor e o aluno.

Professor: O que você construiu?

Aluno: Construi um segmento de reta definido por dois pontos.

Professor: Por que podemos chamar essa construção de segmento de reta?

Aluno: Porque eu cliquei no ícone “segmento definido por dois pontos”. Depois, cliquei em um ponto na “janela de visualização” e, em seguida, e um segundo ponto na “janela de visualização”. Assim, o GeoGebra exibiu esse pequeno pedaço de linha reta.

Nesse pequeno diálogo podemos ler que o aluno fala apenas com referência a ferramentas e a processos realizados por um usuário do software. Suas justificações não têm como núcleo as afirmações presentes no livro texto de matemática ou mesmo na matemática do matemático – “conjunto limitado de pontos de uma reta”. Nesse caso, categorizamos sua fala como “modos e usos do software Geogebra”.

As produções de significados

Para discutir os tipos de produções de significados nos espaços de interação do curso “Ensinando Matemática com o Geogebra” e realizar uma leitura por meio das categorias: matemática do matemático, matemática do professor de matemática e “modos e usos do software Geogebra”, tomamos algumas falas de um fórum-tarefa de um dos módulos do curso.

Na tarefa desse módulo os cursistas tinham que escolher uma atividade de um livro didático, construir um objeto no Geogebra e descrever como utilizá-lo na resolução dessa atividade em uma aula de matemática. Assim, escolhemos a postagem de um dos cursistas (Anexo 1) e discutimos as enunciações feitas por ele e por outros cursistas que se propuseram a debater sobre o objeto postado.

Ao postar sua atividade e o objeto construído (Anexo 1) o cursista Marcos faz as seguintes enunciações.

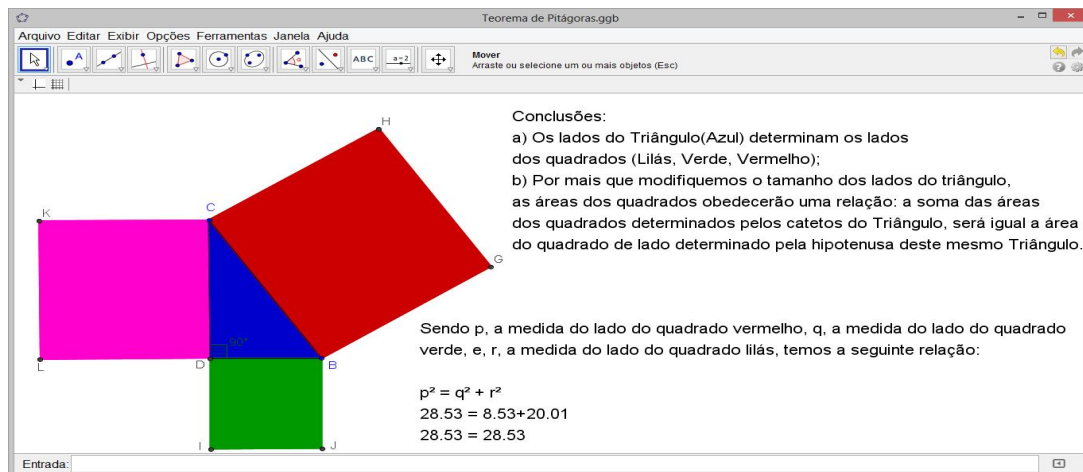
Atividade envolvendo Teorema de Pitágoras
 por MARCOS - quarta, 6 fevereiro 2013, 22:15 arquivo anexado: Relacao_de_Pitagoras.rar

Esta atividade, extraída do livro pertencente ao projeto Teláris, Matemática, 8º Ano, Luiz Roberto Dante, aborda a Relação de Pitágoras, aplicada a um problema para determinação da área e do perímetro de um dado terreno. Além de apreender os conteúdos relacionados ao cálculo da área e do perímetro de um triângulo, o aluno certamente deverá ater-se aos conceitos pertinentes ao famigerado Teorema de Pitágoras, muito abordado conceitualmente nas séries finais da Educação Básica, porém pouco demonstrado. Nesse sentido, uma análise do sentido inicial da ideia deste Teorema facilitará o processo de ensino-aprendizagem deste conceito tão importante, principalmente no que diz respeito à Introdução a Trigonometria. Outros conceitos também são necessários para a resolução deste problema, porém vamos nos ater apenas à análise do Teorema de Pitágoras, como ponto de partida para o início da resolução deste problema. Lembrando: o conhecimento da ideia do Teorema é fundamental para que o aluno compreenda o que o problema propõe. Portanto, aproveitemos a variedade de comandos e as demais possibilidades de representações que o software GeoGebra dispõe.

Segundo nossa interpretação aparece na “fala” de Marcos predominantemente a categoria matemática do professor de matemática. Em suas enunciações ele defende a

compreensão do Teorema de Pitágoras por meio de uma aplicação, ou seja, pela “determinação da área e do perímetro de um dado terreno”. Medir o comprimento do contorno de um terreno e também a sua área são atividades legítimas e aceitas na escola. Daí entendemos que há uma aceitação de significados não matemáticos para a produção de significados “matemáticos”.

Nossa percepção da predominância da categoria matemática do professor de matemática é reforçada ainda pela análise do objeto construído por Marcos.



Na matemática do matemático um triângulo é um polígono formado por três lados e com elementos como vértice, lados e ângulos, e convencionalmente são nomeados pelos seus vértices, por exemplo, $\triangle ABC$. Porém, no texto que acompanha o objeto de Marcos, os triângulos e quadrados são referenciados por suas cores. Além disso, há um cálculo numérico em que é possível verificar o Teorema de Pitágoras em casos particulares, o que constitui uma forma legítima da matemática praticada na escola.

Alice, uma das cursistas que comenta a postagem de Marcos, “diz” o seguinte.

Re: Atividade envolvendo Teorema de Pitágoras
 por ALICE - sexta, 8 fevereiro 2013, 14:04

Muito interessante a proposta da sua atividade! Infelizmente vemos muitos professores apresentando o Teorema de Pitágoras simplesmente pela clássica fórmula $a^2=b^2+c^2$ e já lançando exercícios para determinar algum lado do triângulo retângulo, sem mostrar a demonstração, que é simples.

A demonstração de algumas fórmulas matemáticas facilita o entendimento das mesmas, dá sentido ao resultado final (fórmula). E essa demonstração que você apresentou a respeito do Teorema de Pitágoras, aliado a potencialidade do GeoGebra, contribui significativamente para o entendimento de tal Teorema.

Na fala de Alice vemos uma referência à matemática do matemático: o termo demonstração. No entanto, o que Alice chama de demonstração é um construto, como já mencionado, destinado a verificar a validade do Teorema de Pitágoras para casos

particulares de medidas dos lados de um triângulo retângulo. Assim, entendemos que em sua fala também é predominante a matemática do professor de matemática.

Em outra postagem nesse mesmo fórum-tarefa lemos.

Equação Geral da Reta
 por FELIPE - quarta, 6 fevereiro 2013, 17:15 arquivo anexado: equacao_geral.zip
 Neste exercício, duas retas são dadas por suas equações gerais, uma delas parametrizada com $a=k$ e pergunta-se por sua posição relativa à outra reta dada, variando-se o parâmetro k . O uso da construção é feito em duas etapas:

- na primeira variando k e observando que a inclinação da reta muda, sem contudo jamais coincidir com a primeira dada. Nesta etapa verificar para que valores de k a reta é paralela ou concorrente;
- na segunda etapa, selecionar a reta t , que tem todos seus coeficientes variáveis e verificar condições de paralelismo, perpendicularidade e, variando c , fazê-la coincidir com r , a primeira reta dada

Classificaríamos a fala acima na categoria matemática do matemático porque, na produção de significados de Felipe, encontramos a menção a objetos matemáticos (coeficientes, equações paramétricas), a menção a fatos matemáticos (paralelismo, perpendicularismo) e um modo de produção de significados legítimo na matemática do matemático: estudo de condições das posições relativas de duas retas.

Nas enunciações de Ana, conforme apresentado abaixo, muitas referências são feitas apenas ao que se pode fazer operando com os objetos do software (sublinhado). Além disso, suas justificações são construídas com relação a esses recursos, o que caracterizamos como a categoría “modos e usos do software geogebra”.

Re: Frações e o GeoGebra
 por Ana - sábado, 9 fevereiro 2013, 20:32
 Pensei que se você **utilizar a caixa de entrada para representar a razão entre a área do polígono 1 e o polígono 2**, ou vice-versa, além de todos os questionamentos que a atividade sugere, ainda **teremos a visualização na janela de algebra** para que os alunos possam acompanhar. Para isso **na caixa de entrada digite fração=pol2/pol1 e poderemos acompanhar as mudanças, na janela de algebra, quando movimentarmos o controle deslizante.**

Na breve análise que esboçamos nesse texto discutimos algumas formas legítimas de produções de significado por professores de matemática no âmbito de um curso de formação. Compreender tais formas de produção de significado nos ajudou nos encaminhamentos necessários a cada módulo do curso.

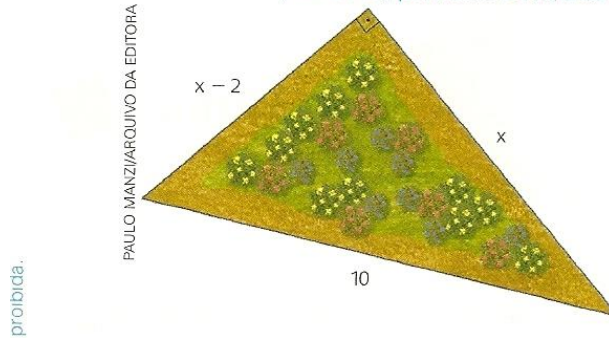
Referências Bibliográficas

- Hardy, G. H. (2000). Em defesa de um matemático. São Paulo: Martins Fontes.
- Lins, R. C. & Gimenez, J. (1997). Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI, Campinas-SP: Papyrus.
- Lins, R. C. (2004). Matemática, monstros, significados e educação matemática. En: Bicudo, M. A. V. & Borba, M. C. (Orgs.), *Educação Matemática: pesquisa em movimento* (pp. 92-120). São Paulo: Cortez.

Anexo 1 – Atividade escolhida e objeto construído no GeoGebra por Marcos

32. Use a relação de Pitágoras para determinar a área e o perímetro deste canteiro em forma de triângulo retângulo com as medidas indicadas em metros.

$$24 \text{ m}^2 \text{ e } 24 \text{ m} \Rightarrow x^2 + (x-2)^2 = 10^2 \Rightarrow x^2 - 2x - 48 = 0 \Rightarrow x = 8 \text{ ou } x = -6 \text{ (não serve); perímetro: } 24 \text{ m; área: } 24 \text{ m}^2$$



Teorema de Pitágoras.ggb

Arquivo Editar Exibir Opções Ferramentas Janela Ajuda

Mover Arraste ou selecione um ou mais objetos (Esc)

Conclusões:

- Os lados do Triângulo (Azul) determinam os lados dos quadrados (Lilás, Verde, Vermelho);
- Por mais que modifiquemos o tamanho dos lados do triângulo, as áreas dos quadrados obedecerão uma relação: a soma das áreas dos quadrados determinados pelos catetos do Triângulo, será igual a área do quadrado de lado determinado pela hipotenusa deste mesmo Triângulo.

Seja p, a medida do lado do quadrado vermelho, q, a medida do lado do quadrado verde, e, r, a medida do lado do quadrado lilás, temos a seguinte relação:

$$p^2 = q^2 + r^2$$

$$28.53 = 8.53 + 20.01$$

$$28.53 = 28.53$$

Entrada:

Anexo 2 – Diálogo no Fórum-tarefa após postagem do objeto por Marcos

Atividade envolvendo Teorema de Pitágoras

por MARCOS - quarta, 6 fevereiro 2013, 22:15

arquivo anexado: Relacao_de_Pitagoras.rar

Esta atividade, extraída do livro pertencente ao projeto Teláris, Matemática, 8º Ano, Luiz Roberto Dante, aborda a Relação de Pitágoras, aplicada a um problema para determinação da área e do perímetro de um dado terreno. Além de apreender os conteúdos relacionados ao cálculo da área e do perímetro de um triângulo, o aluno certamente deverá ater-se aos conceitos pertinentes ao famigerado Teorema de Pitágoras, muito abordado conceitualmente nas séries finais da Educação Básica, porém pouco demonstrado. Nesse sentido, uma análise do sentido inicial da idéia deste Teorema facilitará o processo de ensino-aprendizagem deste conceito tão importante, principalmente no que diz respeito à Introdução a Trigonometria. Outros conceitos também são necessários para a resolução deste problema, porém vamos nos ater apenas à análise do Teorema de Pitágoras, como ponto de partida para o início da resolução deste problema. Lembrando: o conhecimento da idéia do Teorema é fundamental para que o aluno compreenda o que o problema propõe. Portanto, aproveitemos a variedade de comandos e as demais possibilidades de representações que o software GeoGebra dispõe.

Re: Atividade envolvendo Teorema de Pitágoras

por MARIA - quinta, 7 fevereiro 2013, 22:34

Professor MARCOS, a sua atividade possibilita o entendimento com maior facilidade sobre o Teorema de Pitágoras, bem como os conteúdos matemáticos implícitos na atividade como área, perímetro, etc..., na minha opinião, de quem está dando os primeiros passos em Geogebra e tem muitas dificuldades, a sua atividade está coerente com a proposta do professor.

Re: Atividade envolvendo Teorema de Pitágoras

por ALICE - sexta, 8 fevereiro 2013, 14:04

Muito interessante a proposta da sua atividade! Infelizmente vemos muitos professores apresentando o Teorema de Pitágoras simplesmente pela clássica fórmula $a^2=b^2+c^2$ e já lançando exercícios para determinar algum lado do triângulo retângulo, sem mostrar a demonstração, que é simples.

A demonstração de algumas fórmulas matemáticas facilita o entendimento das mesmas, dá sentido ao resultado final (fórmula). E essa demonstração que você apresentou a respeito do Teorema de Pitágoras, aliado a potencialidade do GeoGebra, contribui significativamente para o entendimento de tal Teorema.

Re: Atividade envolvendo Teorema de Pitágoras

por MARCOS - quarta, 13 fevereiro 2013, 17:25

Olá ALICE. Obrigado pelo comentário... Infelizmente essa realidade ainda persiste e, com isso, cada vez mais me encanto ao descobrir uma nova potencialidade do GeoGebra..ver algo que antes parecia tão decorativo e imposto, se transformar em algo prazeroso é o grande barato de se trabalhar matemática em um ambiente computacional como o GeoGebra.

Re: Atividade envolvendo Teorema de Pitágoras

por PEDRO - sábado, 16 fevereiro 2013, 23:20

Muito interessante! Pode ficar mais detalhado.

Re: Atividade envolvendo Teorema de Pitágoras

por MARCOS - domingo, 17 fevereiro 2013, 11:21

Olá PEDRO, obrigado pela dica.

Podemos utilizar também o protocolo de construção. Para mais detalhes destaco que é de suma importância que na Sequência Didática que o professor utilizará para aplicação desta construção, devem estar em destaque alguns conceitos que posso ter omitido na descrição.