



## **El recurso didáctico como modelo que estructura el conocimiento matemático.**

Erick Amílcar **Muñoz** Deras

Ministerio de Educación de la República de El Salvador (MINED)

El Salvador

[erickderas21@gmail.com](mailto:erickderas21@gmail.com)

### **Resumen**

En los últimos años, el uso de recursos didácticos en el aula de matemática ha crecido enormemente y es cada vez más valorado por la comunidad docente, el presente taller pretende sensibilizar a los docentes participantes, sobre la relación existente entre el recurso didáctico y el modelo matemático detrás del concepto o propiedad desarrollado en la clase, en ocasiones el modelo utilizado no es el adecuado para ejemplificar el concepto matemático en cuestión, por lo que se realiza un análisis de distintos modelos y representaciones que se pueden observar en el currículo de matemáticas, seleccionando los recursos más convenientes para cada concepto y ejemplificando su uso orientado en una clase de matemáticas. El taller se desarrolla en cuatro partes, una expositiva y tres participativas con el fin de que los involucrados analicen los momentos adecuados para utilizar un recurso didáctico dentro de una clase de matemática. Finalmente concluimos que el uso de recursos en el aula de matemáticas debe estar bien orientado a facilitar el cumplimiento de un objetivo específico, estableciendo una relación entre el modelo matemático y el concepto estudiado.

*Palabras clave:* Representación, modelo matemático, organizador, currículo, recurso.

El recurso didáctico como modelo que estructura el conocimiento matemático.

## **El recurso didáctico como modelo que estructura el conocimiento matemático.**

### **Contexto y marco teórico del Taller.**

La organización de los contenidos incorporados dentro del currículo de matemáticas debe atender a un análisis fenomenológico y estructurarse en base a consideraciones de los momentos en los que cada concepto debe surgir y permitir la construcción razonable de estructuras matemáticas.

Lamentablemente al observar la secuencia de contenidos dentro del plan de estudios de El Salvador, se pudo observar que estos no están del todo organizados de forma que faciliten la construcción de las adecuadas estructuras matemáticas de manera que no permitan al estudiante receptor de la información evidenciar su progreso en la disciplina pues no se valora el carácter constructivo de los conceptos matemáticos implicados en su proceso de aprendizaje. Las autoridades académicas de este país en conjunto con su ministerio de educación, en vista de esta sensible necesidad de tener un currículo mejor estructurado en la base del conocimiento matemático, tomo como decisión revisar, analizar y elaborar nuevos programas de estudio en base a esta información. Como parte de este esfuerzo, surge la necesidad de analizar los diferentes *sistemas de representación y modelos* matemáticos implicados en el proceso de enseñanza de la matemática en primaria y secundaria esto con el fin de tener una visión más clara sobre los momentos en los que cada concepto o estructura matemática debe aparecer en los planes de estudio. Como resultado paralelo de este análisis también se identificaron y clasificaron una serie de recursos didácticos que pueden incorporarse a la clase de matemática según cada concepto o estructura, siempre y cuando el recurso permita lograr el objetivo específico de la clase.

Pero antes de cualquier paso posterior necesitamos ubicar nuestro marco referencial por lo que en lo que sigue se detallan algunos conceptos y ejemplificaciones necesarias.

### **Representaciones y modelos matemáticos.**

Los sentidos desempeñan un importante papel en nuestros procesos de aprendizaje estos requieren de la mediación de la inteligencia para lograr procesar información y potenciar el uso de nuestras facultades. Ball y Wittrok (1973) sostienen que los sujetos que realizan un dibujo de un concepto lo aprenden mejor que aquellos que solo conocen su definición verbal (Ramires, 1997).

Representaciones: Son las notaciones simbólicas o gráficas específicas para cada noción y mediante las que expresamos los conceptos y procedimientos matemáticos, así como sus características y propiedades más relevantes (Ramires, 1997). Por lo general estas se basan en signos alfanuméricos estructurados o en combinaciones de figuras o iconos, es decir gráficos. Para pensar y razonar ideas matemáticas es necesario hacerse una representación mental permitiendo la posibilidad de operar con tales representaciones. Dentro de las representaciones

El recurso didáctico como modelo que estructura el conocimiento matemático.

en matemática incluimos distintas estructuras simbólicas, figuras, gráficos, tablas y las nociones algorítmicas que expresen un modo de operar como sistemas de representación en matemática.

Un mismo concepto se puede representar de modos distintos y cada modo proporciona una caracterización diferente de dicho concepto. Por ejemplo, la figura 1, muestra distintas formas de representar el mismo concepto: proporción.

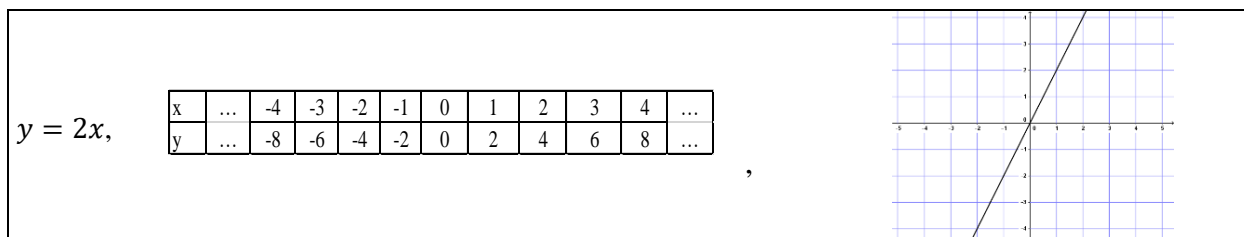


Figura 1. Concepto de proporción.

Cada una de estas representaciones destaca una propiedad importante del concepto representado. Modelos: Son esquemas o materiales estructurados, que se conectan mediante leyes o reglas y que ofrecen una imagen isomorfa de un determinado concepto (Ramires, 1997). La noción de modelo no es interior a las matemáticas, es una relación entre un fenómeno y un concepto.

Podemos considerar como ejemplo, el plano cartesiano de Descartes, quien mediante la introducción de coordenadas rectangulares permite representar ecuaciones algebraicas de dos incógnitas. La matemática puede ofrecernos modelos para situaciones reales, pero también las ideas y conceptos matemáticos permiten modelarse. En la imagen se observa un ejemplo de ello, utilizando bloques de 10 se construyen números de cuatro cifras, el número construido en la imagen es: 2,534.

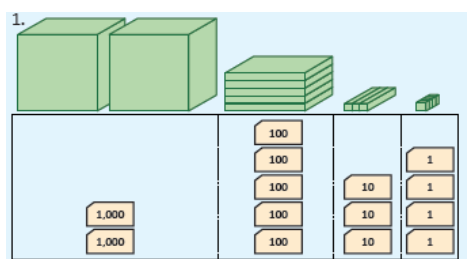


Figura 2. Azulejos

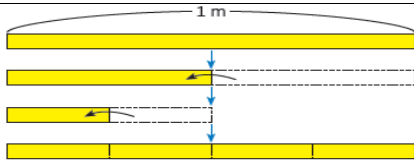

“Un modelo es didácticamente útil si es, por sí mismo, una fuente de problemas y soluciones”.

Las representaciones están fuertemente ligadas al proceso de enseñanza-aprendizaje, pero a menudo suelen ser un problema de total comprensión debido a su uso simultaneo no dirigido al logro de un objetivo. Es por ello que interesa que los profesionales en enseñanza conozcan y consideren las dificultades que los estudiantes pueden encontrar en el manejo de varios sistemas de representación para varios conceptos y el conocimiento del modelo que lo sustenta. La tabla 1 evidencia la conexión entre sistema de representación, modelo y recurso didáctico.

El recurso didáctico como modelo que estructura el conocimiento matemático.

Tabla 1


Concepto de fracción.

Representación	Modelo	Recurso
Concepto de fracción. $\frac{1}{4}$		

Es pertinente en este punto destacar que un mal análisis o la falta de análisis de las estructuras de representación pueden llevar a establecer un modelo incorrecto para un concepto matemático. Consideremos el siguiente ejemplo siempre para el mismo concepto de fracción.

Tabla 2.

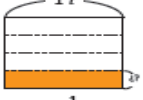
La pizza y la fracción.

Concepto	Modelo
Concepto de fracción. $\frac{1}{4}$	

¿Qué sucede si queremos realizar ahora la suma  $\frac{1}{4} + \frac{1}{3}$  siempre utilizando este modelo? seguramente, una solución sería buscar otra pizza, partir en cinco partes y luego realizar la suma. Pero ¿Serán las pizzas del mismo tamaño? o peor aún ¿Fueron cortadas exactamente en partes iguales? Podemos asegurar que la pizza como modelo utilizado erróneamente para ejemplificar el concepto de fracción pues su división casi siempre es en partes desiguales y además es una unidad variante es decir su tamaño depende del fabricante. Comparemos con este otro modelo.

Tabla 3.

Los litros y la fracción.

Concepto	Modelo
Concepto de fracción. $\frac{1}{4}$	<p>1 l dividido en 4 partes iguales</p>  <p>R: Se escribe <math>\frac{1}{4}</math> l y se lee "un cuarto de litro".</p>

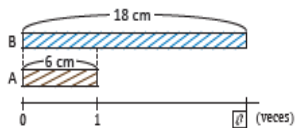
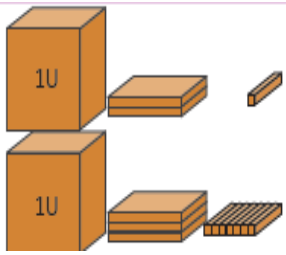
El recurso didáctico como modelo que estructura el conocimiento matemático.

### Modelos y representaciones: un recorrido por el currículo de matemática.

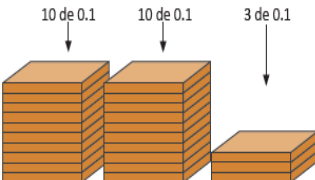
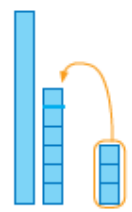
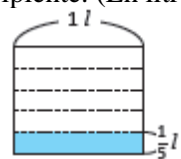
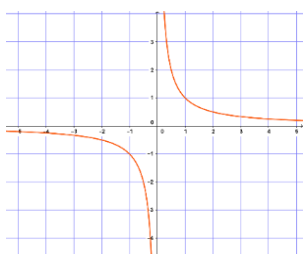
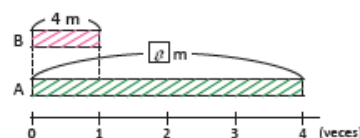
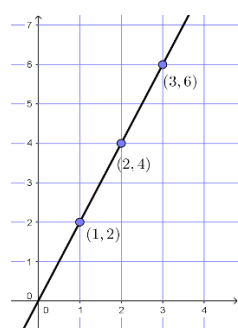
La siguiente tabla muestra un recorrido por el currículo de matemáticas de El Salvador, en ella se listan los conceptos más importantes observados a lo largo de nueve grados de estudio desde 1° a 9°, se detallan además las representaciones y modelos relacionados con el concepto y se listan posibles recursos que se pueden utilizar con cada uno de estos conceptos cuando es posible.

Tabla 4

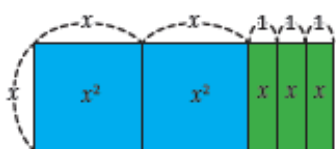
*Modelos y representaciones presentes en el currículo.*

Concepto o estructura matemática	Representación	Modelo	Recurso o ejemplo
Concepto de número. Descomposición y construcción.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Simbólica.</li> </ul> Ejemplo: $250=200+50$ $3525=3000+500+25$ <ul style="list-style-type: none"> <li>Gráfica.</li> </ul>	Esquema gráfico, visualización mediante objetos.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Domino de números</li> <li>Tapas.</li> <li>Azulejos.</li> </ul> Tarjetas numéricas.
Suma. Sentido de agrupar y de agregar.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Suma vertical</li> <li>Suma horizontal</li> </ul>	Sobre todo, visuales: Tapitas.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Tapitas.</li> <li>Tarjetas numéricas, en múltiplos de 10.</li> <li>Azulejos</li> </ul>
Multiplicación	Ejemplo: 5 veces 7 De modo horizontal $5 \times 7$ <ul style="list-style-type: none"> <li>De modo vertical</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Objetos agrupados</li> <li>Tapitas</li> <li>Azulejos</li> </ul> El área de un rectángulo.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Tapitas</li> <li>Azulejos o regletas de cuisenaire.</li> </ul> Tarjetas numéricas
División	<ul style="list-style-type: none"> <li>Escritura:  <math>14 \div 3</math></li> <li>Agrupando objetos</li> <li>Verticalmente</li> <li>Gráfica:</li> </ul> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>Gráfico: Comparando rectángulos</li> <li>Tapitas</li> <li>Azulejos</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Tapitas</li> <li>Azulejos</li> <li>Bloques de 10.</li> </ul> 

El recurso didáctico como modelo que estructura el conocimiento matemático.

Números decimales	<ul style="list-style-type: none"> <li>Simbólica: 2.3</li> <li>Gráfica:</li> <li>Como división: <math>734 \div 5</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Rectángulo dividido en partes iguales.</li> <li>Azulejos                </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Azulejos o regletas de cuisenaire.                </li> </ul>
Fracción	<ul style="list-style-type: none"> <li>Simbólica: <math>\frac{2}{5}</math></li> <li>Como división: <math>2 \div 5</math></li> <li>Como división de un todo.</li> <li>Gráfica.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Áreas de rectángulos divididos en partes iguales.</li> <li>Comparaciones con el metro.</li> <li>Capacidad de un recipiente. (En litros)</li> <li>  </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Regletas de cuisenaire.</li> </ul>
Proporcionalidad	<ul style="list-style-type: none"> <li>Como cantidad de veces</li> <li>Tablas</li> <li><math>y = ax</math></li> <li>Inversa: <math>y = \frac{a}{x}</math></li> <li>Gráfica:                </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>y = ax</math></li> <li>Inversa: <math>y = \frac{a}{x}</math></li> <li>Gráficos:                </li> <li>Gráfico cartesiano de proporcionalidad directa y proporcionalidad inversa.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Regletas de cuisenaire.</li> <li>Diagrama cartesiano</li> <li>Uso de un software. Geogebra.                </li> </ul>
Función cuadrática	<ul style="list-style-type: none"> <li>Visto como proporcionalidad</li> <li>Tablas</li> <li><math>y = ax^2</math></li> <li>Gráfica</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>y = ax^2</math></li> <li>Gráfico</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Diagrama cartesiano.</li> <li>Uso de un software graficador. Ejemplo, geogebra.</li> </ul>
Polígonos y ángulos	<ul style="list-style-type: none"> <li>La distinta simbología de la geometría.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>El geoplano</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>El geoplano</li> </ul>

El recurso didáctico como modelo que estructura el conocimiento matemático.

Factorización	<ul style="list-style-type: none"> <li>Algebra</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Azulejos y área de rectángulos.</li> </ul>  <p>Modelos tridimensionales.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Algeblocks</li> </ul>
Sistemas de ecuaciones	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>ax + by = c</math></li> <li><math>\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Balanzas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Balanzas</li> </ul>

Fuente: Nuevo Programa de Estudio El Salvador

### Fundamentación de la propuesta

Se revisaron los programas de estudio de El Salvador, basados en el análisis conjunto entre las autoridades académicas Universitarias y el ministerio de educación, consultando además la teoría del investigador en docencia Luis Rico Romero de la universidad de Granada. Es importante también mencionar que desde principios del 2016 a finales de octubre del 2017 se realiza una investigación acción para la recolección de datos que fortalezcan la información derivada de la teoría y además puedan validarse las hipótesis teóricas mediante la implementación de una nueva organización curricular de los contenidos matemáticos.

La evidencia demuestra que el profesor no solo puede recurrir al uso de un recurso únicamente por que “están de moda”, “sirven de ayuda” o cualquier otra razón de carácter superficial. El maestro de matemática debe estar consciente de que la decisión de utilizar un recurso se integra en una red de decisiones que tendrán influencias en la educación matemática de sus alumnos. Es por eso que un análisis fenomenológico, estableciendo las relaciones adecuadas entre representaciones, modelos y el recurso a utilizar garantiza la construcción correcta de una estructura matemática.

### Desarrollo del Taller

El taller se desarrollará en 4 partes:

- Primera parte (30 min): Tiene como objetivo poner en contexto a los participantes del taller sobre la temática a desarrollar. De forma expositiva se analizará el papel de las representaciones y la modelización dentro del aula de matemáticas, brindando algunos ejemplos encontrados en la educación primaria. Se dará a los participantes una hoja con distintos sistemas y estructuras matemáticas, las que deberán de clasificar como representación o modelo matemático. Nuestro fin último de esta parte es que los participantes tengan absolutamente clara la diferencia entre representación y modelización en matemáticas.

El recurso didáctico como modelo que estructura el conocimiento matemático.

- Segunda parte (30 min): Tiene como fin analizar la relación entre sistemas de representación, modelos y recursos didácticos. Se estudiará con los participantes algunos sistemas de representación y modelos dentro del currículo de matemáticas y los momentos en los que el uso de un recurso es adecuado. Se analizarán también el uso de algunos modelos erróneos usualmente utilizados en la clase de matemática.
- Tercera parte (30 min): Se muestra un video exponiendo el uso de un mismo recurso para la modelización de dos conceptos diferentes en el aula de matemáticas bajo la metodología de resolución de problemas. Posteriormente se entregarán a cada docente las páginas del libro de texto utilizadas en las clases observadas en el video y una página adicional donde deberán escribir en una tabla los modelos y representaciones implícitos en cada clase y el objetivo inmediato que se perseguía al utilizar este recurso.
- Cuarta parte (20 min): Tiene por objetivo planificar una clase por el método de resolución de problemas utilizando un recurso específico. Se entregará a los docentes dos hojas donde se desarrolla una clase por el método de resolución de problemas con el tema función cuadrática, los participantes deberán hacer una propuesta de un recurso a utilizar que atienda a los modelos y representaciones implicados en la clase. Como parte final, se presenta un video evidenciando el recurso utilizado para el desarrollo de esta clase.

### **Bibliografía y referencias**

- Ministerio de Educación. (2008). *Programas de Estudio de Matemática. Segundo Ciclo de Educación Básica*. El Salvador.
- Ministerio de Educación. (2008). *Programas de Estudio de Matemática. Primer Ciclo de Educación Básica*. El Salvador.
- Ministerio de Educación. (2008). *Programas de Estudio de Matemática, Tercer Ciclo de Educación Básica*. El Salvador.
- Ministerio de Educación. (2007). *Curriculo al servicio del aprendizaje*. El Salvador.
- Ramirez, L. R., Castro, E., Sierra, M., Socas, M., & Marín, A. (1997). *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. I.C.E Universitat Barcelona: Horsori.