

## O PROJETO EMAPOL DO PONTO DE VISTA DO TEMA OBSERVAÇÃO E GENERALIZAÇÃO DE PADRÕES: UMA ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO ADOTADO EM UMA ESCOLA PÚBLICA MUNICIPAL NA BAHIA- BRASIL.

Grace Dórea Santos Baqueiro – Silvia Dias Alcântara Machado  
gbaqueiro1@yahoo.com.br – [silviada@uol.com.br](mailto:silviada@uol.com.br)  
UNEB/CampusII/Brasil - PUC-SP / Brasil

Tema: Pensamento Algébrico

Modalidade: Comunicação Breve

Nível educativo: de 11 a 17 anos

Palavras chave: Generalização de Padrões, Olimpíadas de Matemática, Ensino Fundamental II, Livro Didático.

### Resumo

*Este artigo apresenta uma pesquisa que teve o objetivo de investigar se e como o livro didático adotado para o 6º ano de uma escola pública de Alagoinhas, Bahia, aborda as questões de observação e generalização de padrões matemáticos. Essa pesquisa faz parte de um projeto em andamento denominado EMAPOL - Estudando Matemática para as Olimpíadas da UNEB/Campus II/ Alagoinhas-Bahia/ Brasil. As análises foram feitas segundo a teoria antropológica do didático –TAD- de Chevallard. Os dados indicaram que o livro apresenta esse tipo de atividade, porém exigindo tão somente que o aluno identifique os termos próximos do último termo explicitado nas sequências.*

### Introdução

Este artigo apresenta parte de uma pesquisa maior que tem o objetivo de investigar o efeito de um trabalho com licenciandos em matemática e alunos envolvendo atividades sobre observação e generalização de padrões matemáticos, propicia o desenvolvimento de estratégias de resolução e argumentação matemática. Baseadas nos resultados de uma pesquisa diagnóstica com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública que evidenciou que esses alunos conseguiam indicar apenas os termos seguintes ou muito próximos do último termo explícito de uma sequência, e reconhecendo a importância do livro didático no ensino brasileiro, decidimos analisar o livro didático adotado na escola, à luz da teoria antropológica do didático –TAD- de Chevallard, com o objetivo de verificar se e como esse livro apresentava atividades de observação e generalização de padrões.

Conduzimos nossa análise tentando evidenciar se o livro didático –LD- adotado pela escola oferece a oportunidade dos alunos trabalharem com atividades que envolvem observação e generalização de padrões, como o assunto é abordado, e se contempla estratégias de resolução que levem ao registro algébrico.

### Sobre a Generalização de Padrões

Devlin (2002) define a Matemática como a “ciência dos padrões” e lembra que, “fundamentos importantes da matemática atual foram concebidos através da observação e generalização de padrões, a exemplo da teoria dos números, da lógica matemática, entre outros”.

Generalizar para Kaput (1999 *apud* BARBOSA, 2010, p. 60), significa:

[...] continuar a linha de raciocínio para além do caso ou casos considerados, identificando de forma explícita a regularidade entre casos, ou elevando o raciocínio a um nível onde o foco deixa de estar nos casos ou na situação iniciais passando a centrar se nos padrões, procedimentos, estruturas e relação entre eles [...].

Várias pesquisas apontam a importância das atividades que envolvem a observação e generalização de padrões para o ensino e aprendizagem da matemática. Santos (2008) observou que um professor ao ser levado a trabalhar com atividades que envolviam a observação e generalização de padrões teve a oportunidade de criar um ambiente de sala de aula favorável a mudanças, que envolveram tanto a organização da sala de aula, por meio do trabalho em duplas quanto o levou a perceber o envolvimento dos alunos e tentando e criando estratégias de resolução das atividades. Já Modanez (2003), concluiu que o aluno, quando submetido a este tipo de atividade, conseguiu mais autonomia, no sentido de observar, levantar hipóteses, tirar conclusões e saber justificar suas respostas. Para Devlin (2002)

“A mente humana não aceita facilmente a abstração. Podendo optar, as pessoas preferem o concreto. Na verdade, os estudos desenvolvidos nas áreas da psicologia e antropologia sugerem que a facilidade de abstração parece ser algo que não é inato, mas sim adquirido, muitas vezes com grande dificuldade, como parte integrante do nosso desenvolvimento intelectual.” (pág. 16).

A generalização pode ser próxima, distante ou algébrica. Barbosa (2010, p.61), baseada em Stacey (1989), distingue a generalização próxima da distante da seguinte maneira:

[...] quando é possível determinar, de forma rápida e eficaz, um termo da sequência recorrendo a desenhos ou ao método recursivo, a generalização diz-se *próxima*. Se, pelo contrário, dificilmente as abordagens descritas anteriormente permitem o cálculo de um dado termo da sequência, implicando a compreensão e descoberta de uma regra geral, a generalização em causa é *distante*. (BARBOSA,2010, p. 61).

Com relação à generalização algébrica, Barbosa (2010) baseada em Radford (2006), traz a seguinte definição:

[...] a generalização algébrica de um padrão assenta na identificação de uma regularidade local que é posteriormente alargada a todos os termos da sequência e serve de garantia à construção de expressões de elementos da sequência que se mantêm para além do campo perceptual [...]. (BARBOSA, 2010, p. 60).

Baseamos-nos na forma como o autor propõe as atividades que envolvem a observação e generalização de padrões, visando identificar que tipo de proposta é feita, levando em consideração os dois tipos de generalização a próxima e a distante ou algébrica e, desta forma, encontrar elementos de respostas às nossas questões.

### **Sobre a Teoria Antropológica do Didático -TAD**

Utilizamos a *Teoria Antropológica do Didático – TAD* –, de Chevallard (1992), por julgarmos que ela fornece os recursos necessários para a análise de livro didático.

Segundo Almouloud (2007) “A teoria antropológica do didático (TAD) estuda as condições de possibilidade e funcionamento de sistemas didáticos, entendidos como relações sujeito – instituição – saber [...]” (p.111). Nesta investigação as *condições de funcionamento* referentes à TAD são as relações entre o aluno (sujeito) – o livro didático (instituição) – o saber (observação e generalização de padrões).

No que segue nos embasamos em nossa tradução do texto de Bosch e Chevallard (1999).

Algumas noções fundamentais da TAD são os conceitos de (*tipo de*) *tarefa*, (*tipo de*) *técnica*, *tecnologia* e *teoria*. Para os autores “toda prática institucional pode ser analisada, de diferentes pontos de vista e de diferentes modos em um sistema de tarefas relativamente bem circunscritas, que se dividem no fluxo da prática” (p.84). A noção de tarefa é delimitada pelo fato de que, *a execução de toda tarefa resulta colocar em ação uma técnica*. O termo técnica na TAD é entendido no sentido amplo, como uma “maneira de fazer”. A existência de um discurso descritivo e justificativo das tarefas e técnicas denominadas de tecnologia da técnica decorre das condições e exigências obrigatórias que permitem a produção e a utilização de tarefas e técnicas nas instituições. Toda tecnologia tem necessidade, por sua vez, de uma justificação, que se denomina a *teoria* da técnica, e que se constitui no fundamento último.

Um conjunto de técnicas, de tecnologias e de teorias organizadas para um tipo de tarefa forma uma organização praxeológica. Os autores estabelecem que as praxeologias (ou organizações) associadas a um saber matemático são de duas espécies: *matemáticas* e *didáticas*. As organizações Matemáticas: referem-se à realidade matemática que se pode construir para ser desenvolvida em uma sala de aula. Por essa razão, este trabalho baseou-se na noção de *organização matemática* para analisar, nos livros didáticos de sexta série, os capítulos que envolvem observação e generalização de padrões em sequencias. Organizações Didáticas: referem-se à maneira como se faz a construção.

Tomando-se como referência as propostas de Bosh e Chevillard (1999), avaliamos as tarefas, técnicas, tecnologias e teorias. Dessa forma, procuramos verificar se: na avaliação do tipo de tarefa ela está bem identificada, se sua razão de ser está explicitada, se é adequada para alunos da sexta série, alunos com idade por volta dos onze anos; na avaliação da técnica, se ela é disponibilizada nos livros; finalmente, se na avaliação do bloco tecnologia / teoria, o bloco está disponível pelo menos no manual do professor e, em caso afirmativo, como são dadas as justificativas tecnológicas.

No caso do livro didático, a *organização didática*, está relacionada ao conjunto de tipos de tarefas, técnicas, tecnologias e a teoria, que são incentivados no estudo de determinado conhecimento matemático, ou seja, a forma de abordagem, estruturação e o desenvolvimento de determinado conteúdo. Já a *organização matemática* diz respeito à organização da construção do conteúdo matemático. Por exemplo, o autor leva em consideração as concepções pedagógicas postuladas em pesquisas sobre o assunto? Neste sentido, consideramos que se o livro trazer na sua *organização matemática*, atividades que contemplem a observação e generalização de padrões, o professor poderá aproveitar as sugestões na sua *organização didática*, propondo ao seu aluno, *tarefas* que o leve a utilização de *técnica(s)* para a construção do pensamento algébrico, criando assim novas tecnologias que justificarão a teoria presente ou futura.

### **Descrição e Análise do livro didático de matemática**

Neste artigo apresentamos as análises do livro didático, doravante indicado pela sigla VSM, adotado no sexto ano do Ensino Fundamental da escola pertencente à rede municipal de Ensino de Alagoinhas-Ba, que tem o título “Vontade de Saber Matemática” de autoria de Joamir Souza e Patrícia M. Pataro.

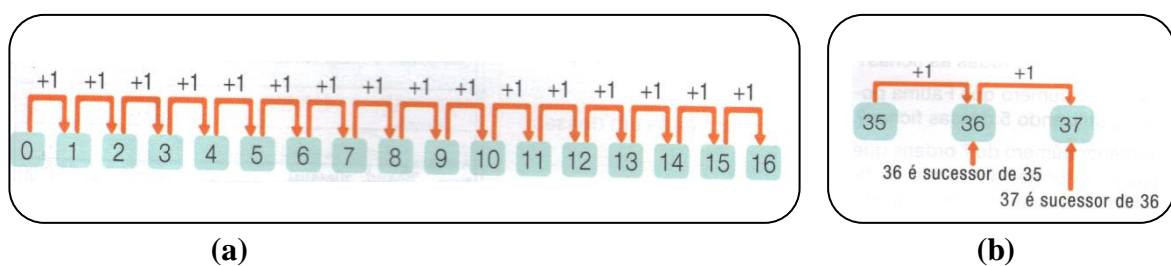
Selecionamos o capítulo 2 do VSM que se destina a abordar *Números*, pois pela análise que segue sobre a Organização Matemática, inferimos que a observação e generalização de padrões seriam abordadas.

Organização Matemática: O capítulo 2 do livro VSM está desenvolvido nas páginas 22 - 40. Possui 6 tópicos: 1.a necessidade dos números, 2.para que servem os números, 3. sistema de numeração egípcio,4. sistema de numeração romano, 5 sistema decimal e 6. números naturais.

Nos cinco primeiros tópicos, não há referência ao tema observação e generalização de padrões, tanto no discurso teórico, quanto nas atividades. Somente no último tópico, que trata dos números naturais, são propostas atividades “de revisão do conteúdo” nas páginas 38 e 39 e testes na página 40 que, segundo registro dos autores “são atividades de múltiplas escolhas que foram elaboradas pelos autores ou selecionadas de provas de vestibulares, de exames oficiais, entre outras”.

No início do tópico dos números naturais, os autores enfatizam que os mesmos são utilizados no dia a dia, e mais geralmente quando há necessidade de contar. Trazem uma sequência de números naturais (ver figura 1(a)) e com base nela escrevem como pode ser obtido o sucessor e o antecessor de um número natural. Em seguida, definem números naturais consecutivos e exemplificados por uma sequência numérica 35, 36 e 37 (ver figura 1(b)), sem exploração de atividades que levem a generalizações do tipo: se  $n$  é um número natural maior que zero então  $n+1$  (para sucessor),  $n-1$  (para antecessor) e da sequência  $n+1, n, n-1$  para referência a três números naturais consecutivos.

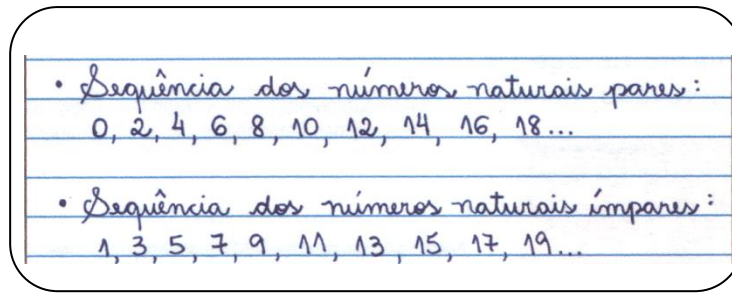
Analizamos também o livro VSM dedicado ao professor e também não encontramos nas orientações didáticas e metodológicas alguma sugestão nesse sentido.



**Figura 1:** (a) Ilustração de sequência de sucessor de um número natural. (b) Ilustração de sequência números naturais consecutivos. **Fonte:** Coleção Vontade de Saber, 6º ano, pág. 34.

O subtópico *números pares e números ímpares*, inicia com sequências de números pares e ímpares, com o seguinte texto: “Daniela escreveu, em seu caderno, a sequência dos números naturais **pares** e a dos números naturais **ímpares**”.



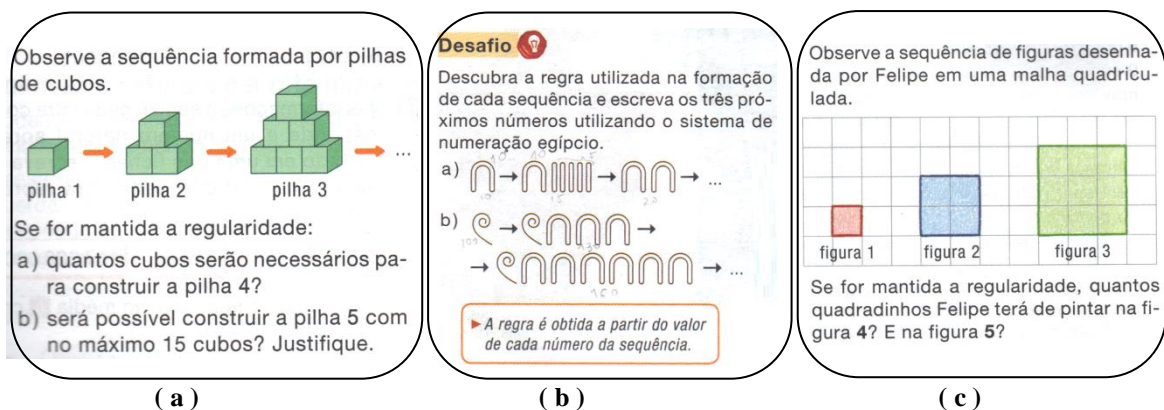


**Figura 2:** Ilustração da Sequência de números pares e ímpares .  
**Fonte:** Coleção Vontade de Saber, 6º ano, pág. 35.

Depois da ilustração acima, vem a explicação de que os números pares são números naturais que terminam em 0, 2, 4, 6 ou 8 e os números ímpares são números naturais que terminam em 1, 3, 5, 7 ou 9.

O livro do professor não traz nada sobre orientações didáticas e metodológicas de como abordar e aproveitar a sequência dos números pares e ímpares com atividades que levassem a generalização do tipo *sugerido por nós*.

Em relação à Organização Didática encontramos três tarefas de observação e generalização de padrões (ver figura 3), uma na seção das “Atividades” e duas na seção da “Revisão”.



**Figura 3:** Atividades encontradas que envolvem observação e generalização de padrões.  
**Fonte:** Coleção Vontade de Saber, 6º ano, págs. 36, 38 e 39.

Observamos que as três tarefas permitem ao aluno utilizar a *técnica* propícia para chegar a uma *generalização próxima*, ou seja, de observar o padrão, continuar a sequência através do desenho e contar, quando solicitado, o número de elementos envolvidos na sequência. Com relação ao bloco *tecnológico-teórico*, as justificativas para as três tarefas seria o de reforçar uma das utilizações dos números naturais que é o de *contar*. Apenas na tarefa 40 (figura 3(b)) percebemos a intenção de revisar o conteúdo sistema de numeração egípcio.

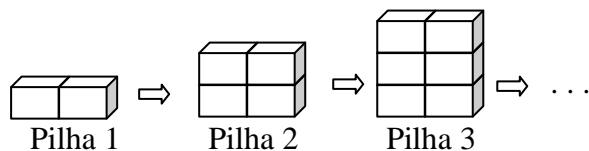
### Considerações finais

Nossa conclusão é de que o capítulo 2 do livro “Vontade de Saber Matemática”, oferece a oportunidade dos alunos trabalharem com atividades que envolvem generalização de padrões, mas que só permite a utilização de técnicas que os levem a uma *generalização próxima*. Ele não contempla estratégias de resolução que levem a uma generalização distante muito menos ao registro algébrico.

A tarefa 50 (figura 3(c)) dá margem ao professor de adaptá-la de forma a contemplar uma técnica que provoque o aluno a chegar uma *generalização distante*, bastando para isso completá-la com perguntas do tipo: “Quantos quadradinhos Felipe terá de pintar na figura 30?”. Isto dificultaria o esboço do desenho e forçaria o aluno a ter que compreender como cada figura se transforma na outra. Essa tarefa também dá margem ao professor de abordá-la de forma a induzir o aluno a utilizar uma técnica que o leve a uma *generalização abstrata*. Para isto o professor teria que perguntar: “Quantos quadradinhos Felipe terá de pintar em uma *figura qualquer*? Se o aluno entendeu a regra de transformação de uma figura na outra, ele irá escrever “número da figura x número da figura” que poderá, mediante interferência do professor, vir a ser substituído por uma expressão algébrica do tipo “ $n \times n$ ” para  $n$ , como um número natural genérico.

O professor pode ainda criar novas atividades, cujas técnicas sejam justificadas pela teoria dada no momento. Por exemplo, se a teoria for números pares, o professor poderia criar a seguinte tarefa:

Observe a sequência formada por pilhas de cubos:



Se for mantida a regularidade:

- a) Quantos cubos serão necessários para construir a pilha 4? E a pilha 5?
- b) Como cada pilha é transformada na seguinte?
- c) Quantos cubos serão necessários para construir a pilha 40?
- d) Quantos cubos serão necessários para construir a pilha numa posição qualquer?

Este tipo de atividade é muito importante, pois faz com que o aluno chegue por si mesmo a uma expressão algébrica, dando um significado real para a “letra” encontrada.

## Referencias bibliográficas

- Almouloud, S. A. (2007). *Fundamentos da didática da matemática*. Capítulo VII, pp. 111-128. Brasil: Editora UFRP.
- Barbosa, A (2010). *A resolução de problemas que envolvem a generalização de padrões em contextos visuais: um estudo longitudinal com alunos do 2.º ciclo do ensino básico* da Universidade do Minho, Instituto de Estudos da Criança (Tese de Doutorado em Estudos da Criança. Área de Conhecimento em Matemática Elementar, Portugal). Recuperado de <http://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/10561/1/tese.pdf>.
- Bosch, M.; Chevallard, Y. (1999). *La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs* *Objet d'étude et problématique*. RDM. vol 19, nº 1, p.77-124.
- Chevallard, Yves (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches em Didactique dès Mathématiques*. Grenoble, v.12.1, p.73-112.
- Devlin, K. (2002). *Matemática: A Ciências dos Padrões*. Tradução por Alda Maria Durães. Portugal: Porto Editora.
- Modanez, L. (2003). *Das Sequências de Padrões Geométricos a Introdução ao Pensamento Algébrico*. 105 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.
- Radford, L. (2006). *Algebraic thinking and the generalization of patterns: a semiotic perspective*. In S. Alatorre, J. Cortina, M. Sáiz & A. Méndez (Eds), Proceedings of the 28 th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 1, 1-21.
- Santos, J. G. (2008). *Observação e Generalização de Padrões: Um Tema para Investigação de Professores sobre sua própria prática*. 138 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.
- Souza, J. & Pataro, P. M. (2009). *Coleção Vontade de saber Matemática*. 6º ano. Brasil. Editora FTD.
- Stacey, K. (1989). *Finding and Using Patterns in Linear Generalising Problems*. *Educational Studies in Mathematics*, 20(2), 147-164.