OS “PROBLEMAS DIVERSÃO” DO PAPIRO MATEMÁTICO RHIND: UMA ANÁLISE DO TEXTO DE ROBINS & SHUTE

Juliana Martins
julimat@rc.unesp.br
UNESP – Rio Claro, Brasil

Tema: Educación Matemática e Historia de la Matemática
Modalidad: CB
Nivel educativo: No específico
Palabras clave: história, matemática, papiro Rhind.

Resumen

No âmbito da história da matemática, dentre os documentos mais antigos que atestam indícios do conhecimento matemático manifesto pelo homem, estão os papiros e as tabletas de argila. O papiro é uma espécie de papel rudimentar, um meio usado para a escrita, confeccionado à base de uma planta denominada cientificamente Cyperus Papyrus. Os mais antigos papiros que se tem conhecimento são àqueles feitos na Antiguidade, principalmente no Antigo Egito, por volta de 2500 AEC. Dentre os papiros egípcios, dois, particularmente, têm elevada importância histórica para a matemática, haja vista, o seu conteúdo. O papiro Rhind, ou, menos frequentemente, chamado Papiro Ahmes, datado por volta do século XVII AEC e o Papiro Golonishev ou Papiro de Moscou. Assim, o presente trabalho tem o objetivo de apresentar uma análise de três problemas do papiro Rhind, sob o ponto de vista da obra The Rhind Mathematical Papyrus an ancient Egyptian text de Robins & Shute. Tais problemas têm um aspecto recreativo e uma função diferenciada, por isso são considerados como “problemas diversão”.

Considerações iniciais

Nos anos de 2010-2011 executamos um projeto de iniciação científica intitulado: “O papiro Rhind na historiografia da matemática”, como parte desse estudo fizemos a livre tradução (completa) do livro: “The Rhind Mathematical papyrus: an ancient Egyptian text” (1987) de Gay Robins e Charles Shute.

Sendo assim, neste trabalho apresento um trecho de nossa tradução seguido de uma breve análise do texto. Originalmente esse capítulo intitula-se: “Diversions: RMP nos. 28-29, 79”. Segundo os autores, esses três problemas se destacam entre os 87 (no total) que compõe o papiro Rhind, e por este motivo são aqui analisados.

Tradução livre: “Diversões: problemas nº 28-29, 79

Observando-se a nota de Platão, citada na página 4, do ensino de matemática para crianças egípcias por meio de jogos, alguém poderia esperar encontrar um elemento de diversão no papiro. No entanto, as observações de Platão referem-se à instrução dada em uma idade precoce, ao passo que o papiro, que é um documento todo solene, pode ser visto como o manual do professor para ser usado na formação dos mais maduros. Não obstante, há três problemas que poderiam ter concebivelmente um lado mais leve. Dois deles, nº 28 e 29, aparecem entre os problemas das "quantidades desconhecidas". Eles têm a forma geral de equações de primeiro grau que requerem solução como os outros do grupo, mas Gillings sugeriu que eles poderiam ser arquetípicos problemas do tipo "Pense em um número", em que alguém executa um cálculo sobre um número escolhido por ele mesmo sem o conhecimento do escriba. Ele então anuncia o resultado, sobre o qual o escriba faz o seu próprio cálculo e é capaz de chegar ao número original.

No problema nº 28 a equação tem a forma:

$$x + \bar{\bar{3}}x - \bar{3}\left(x + \bar{\bar{3}}x\right) = 10$$

Sobre a interpretação de "Pense em um número", a "vítima" é convidada a acrescentar ao seu número escolhido dois terços dele mesmo, tirar um terço do resultado, e dar a resposta. Se a resposta é 10, o escriba é capaz de dizer que o primeiro número pensado foi 9. Isso ele faz simplesmente subtraindo um décimo da resposta dela mesma. O problema do papiro dá este método de resolver a equação a partir do cálculo $10 - (10 \times \overline{10}) = 9$, e prova que 9 é a solução correta pelos seguintes passos:

$$9 \times \bar{\bar{3}} = 6$$

$$9 + 6 = 15$$

$$15 \times \bar{3} = 5$$

$$15 - 5 = 10$$

A prova demonstra que 9 satisfaz as condições do problema.

A objeção à hipótese de Gillings é que grandes dificuldades poderiam ser encontradas se o número escolhido não fosse múltiplo de 3. Supondo que a vítima selecionou 13 em vez de 9, seu cálculo teria que passar pelas seguintes etapas:

$$13 \times \bar{\bar{3}} = 8 + \bar{\bar{3}}$$

$$13 + \left(8 + \bar{\bar{3}}\right) = 21 + \bar{\bar{3}}$$

$$\left(21 + \bar{\bar{3}}\right) \times \bar{3} = 7 + \bar{6} + \overline{18}$$

$$\left(21+\bar{\bar{3}}\right)-(7+\bar{6}+\overline{18})=14\ +\bar{\bar{3}}-(\bar{6}+\overline{18})$$

$$=14+\bar{3}+\bar{9}, \text{ já que } \bar{6}+\bar{9}+\overline{18}=\bar{3}$$

O escriba então teria que subtrair a décima parte de $14+\bar{3}+\bar{9}$, não é uma tarefa fácil sem primeiro ser transformado em $\bar{9}\times 130$. Se ele tivesse tempo para fazer isso, o cálculo pode continuar:

$$(\bar{9}\times 130)\times\overline{10}=\bar{9}\times 13$$

$$(\bar{9}\times 130)-(\bar{9}\times 13)=\bar{9}\times 13\times(10-1)$$

$$=13$$

Em vista das complexidades que eram suscetíveis de serem encontradas, é seguro dizer que o problema nº 28 poderia ser um tipo de jogo "Pense em um número" apenas com a ressalva de que o número a ser pensado deve ser um múltiplo de 3.

A visão adequada a se ter do problema nº 28 é, provavelmente, que a equação é apenas uma mera versão elaborada de $\bar{\bar{3}}\left(x+\bar{\bar{3}}x\right)$ a qual, uma vez que $\bar{\bar{3}}$ é o recíproco de $1+\bar{2}$, pode ser ainda mais simplificada para $\left(1+\bar{\bar{3}}\right)x=15$. Nesta forma teria sido análoga aos problemas nº 24-27 imediatamente anteriores, em que as equações a serem resolvidas são $(1+\bar{7})x=19$, $(1+\bar{2})x=16$, $(1+\bar{4})x=15$ e $\left(1+\bar{5}\right)x=21$.

$\left(1+\bar{\bar{3}}\right)x=15$ é facilmente resolvido particionando-se 15 em $9+6$, que é igual a $9\left(1+\bar{\bar{3}}\right)$. É então óbvio que $x=9$.

Tendo ampliado a equação básica como parte de uma política de gerar problemas de dificuldade crescente, o escriba poderia ter trabalhado sobre o coeficiente da incógnita em $\left[\left(1+\bar{\bar{3}}\right)-\bar{3}\left(1+\bar{\bar{3}}\right)\right]x=10$ como segue:

$$\left(1+\bar{\bar{3}}\right)-\bar{3}\left(1+\bar{\bar{3}}\right)=1+\bar{3}-(\bar{9}\times 2)$$

$$=1+\bar{3}-(\bar{6}+\overline{18})$$

$$=1+\bar{9}$$

$$=\bar{9}\times 10$$

Já que o recíproco de $\bar{9}\times 10$ é $\overline{10}\times 9=1-\overline{10}$, segue-se que a incógnita é igual ao número de 10 menos um décimo, e se $x+\bar{\bar{3}}x-\bar{3}\left(x+\bar{\bar{3}}x\right)$ foi igualado a qualquer outro número ao invés de 10, o mesmo teria sido verdade - ou seja, a resposta poderia ser obtida subtraindo-se uma décima parte desse número.

No problema nº 29, o início está faltando, tendo sido omitido por erro de cópia, mas o problema foi reconstruído e significa: Encontrar um número tal que, quando dois terços dele é acrescentado e, em seguida, um terço dessa soma, um terço do total é igual a 10. Em outras palavras, solicita-se resolver:

$$\bar{3}[x + \bar{\bar{3}}x + \bar{3}(x + \bar{\bar{3}}x)] = 10$$

O escriba obtém a resposta adicionando um quarto e um décimo de 10 a 10, para obter $13 + \bar{2}$. Ele então mostra que $13 + \bar{2}$ satisfaz as condições do problema.

Pelas mesmas razões como no problema nº 28, o nº 29 pode funcionar como o jogo “Pense em um número” somente se o número pensado é um múltiplo de 3. A equação pode ser reescrita como:

$$\bar{3}(1 + \bar{3})(1 + \bar{\bar{3}})x = 10$$

e isso pode ser simplificado já que $10 \div (1 + \bar{\bar{3}}) = 6$. A forma reduzida, portanto, é $(1 + \bar{3})x = 18$, novamente análoga aos problemas nº 24-27. A solução para essa equação é facilmente mostrada ser $13 + \bar{2}$.

O método do escriba para se obter uma solução pode ser alcançado pela manipulação do coeficiente de *x* da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \bar{3}(1 + \bar{3})(1 + \bar{\bar{3}}) &= \bar{3}[2 + (\bar{9} \times 2)] \\ &= \bar{3}(1 + \bar{9}) \\ &= \bar{3} \times \bar{9} \times 10 \\ &= \overline{27} \times 20 \end{aligned}$$

Usando o mesmo procedimento como na análise do problema nº. 28, o recíproco de $\overline{27} \times 20$ é $\overline{20} \times 27$, e 27 pode ser particionado em $20 + 5 + 2$, de modo que $\overline{20} \times 27 = \overline{20}(20 + 5 + 2) = 1 + \bar{4} + \overline{10}$. Segue que as equações do tipo $\bar{3}(1 + \bar{3})(1 + \bar{\bar{3}})x = N$ podem ser resolvidas adicionando-se a N sua quarta e sua décima parte.

O último problema a ser considerado, o nº. 79, é de um tipo muito diferente. Pode ser considerado como um precursor dos bem conhecidos viveiros de captura "Como eu estava indo para St. Ives, encontrei um homem com sete esposas, Cada mulher tinha sete ..." etc. A versão egípcia é posta como segue:

	7	casas
	49	gatos
	343	camundongos
	2401	[espigas de] espelta [erroneamente escrito 2301]
	16807	*hekat* [de grãos]
Total	19607	

Os números formam cinco termos de uma progressão geométrica divergente, da qual o primeiro termo, 7, é o mesmo que a razão comum. Pretende-se mostrar que em cada uma das sete casas há 7 gatos, cada gato captura 7 ratos, cada rato comeria sete espigas de milho, cada espiga de milho, caso fosse semeada, produziria 7 *hekat* de grãos.

O interesse matemático do problema reside na revelação de que os egípcios entendiam como somar os termos de uma progressão deste tipo. O exercício é fornecido, a seguir, em uma coluna em separado:

1	2801
2	5602
4	11204
Total	19607

Pode-se imediatamente reconhecer como uma soma em que o número 2801 é multiplicado por 7 para se obter 19607, que foi o total obtido antes adicionando-se os números das casas, gatos, ratos, etc. O significado de 2801 torna-se evidente quando a série original é resumida termo a termo:

$$\begin{array}{rl} 7 & 7 \\ 7\times 7 & 7(1+7)=56 \\ 7\times 7\times 7 & 7(1+56)=399 \\ 7\times 7\times 7\times 7 & 7(1+399)=2800 \\ 7\times 7\times 7\times 7\times 7 & 7(1+2800)=19607 \end{array}$$

Notar-se-á que em cada fase a soma é obtida acrescentando-se a soma anterior por um e multiplicando-se pela razão comum. A soma da série de quatro termos foi 2800.

Acrescentada por 1, isso se torna 2801. Multiplicando 2801 por 7 dá a soma de cinco termos, e foi isso o que o escriba fez.”

Breve Análise e considerações finais

A notação apresentada acima é a mesma do livro original, assim $\bar{\bar{3}}$ indica dois terços ($\frac{2}{3}$), e quando uma barra aparece sobre o número, indica-se a fração unitária (aquela com numerador igual a 1) cujo denominador é o próprio número, por exemplo $\bar{3}$ indica um terço ($\frac{1}{3}$).

Da pesquisa realizada anteriormente podemos afirmar que é consenso à maioria dos historiadores da matemática que grande parte do conhecimento que temos hoje sobre a matemática realizada no Antigo Egito provém do papiro Rhind. Comparando os livros de Clagett (1999), Chace et all (1927-29) e Peet (1970) com o livro de Robins e Shute (1987), notamos que o último apresenta uma abordagem diferenciada do conteúdo desse famoso papiro, separando os mais de 85 problemas por semelhança ou categorias matemáticas, e não pela ordem da numeração convencional como os outros trazem.

Sobre os “problemas diversão”, eles nos mostram que nem toda a matemática egípcia parece ter uma finalidade de aplicação prática. Não queremos afirmar que, assim como os gregos, os antigos egípcios se interessavam por problemas de natureza abstrata e menos ainda que eles preocupavam-se em demonstrar logicamente propriedades abstratas dos números com os quais lidavam.

Mas, esses problemas causam, no mínimo, certa curiosidade sobre a intenção do escriba Ahmes ao copiar tal papiro. Uma hipótese dada por Robins e Shute, a qual concordamos, é que o documento trata de uma espécie de “manual para iniciantes”, ou seja, todo aspirante à escriba deveria passar por um rito de iniciação ou uma espécie de preparação de domínio dos métodos necessários para cumprir com destreza suas funções na sociedade. Como afirmação dos próprios autores uma das atribuições mais importantes dos escribas era a manutenção de contas para as numerosas instituições do antigo Egito. Assim podemos dizer que os escribas eram os primeiros matemáticos do antigo Egito.

Gillings (1982) relata não ter visto em nenhum outro papiro matemático da antiguidade egípcia problemas que envolvem uma quantidade desconhecida, àqueles do tipo “pense em número”. No enunciado e nem na resolução dos problemas nº 28 e 29, aparecem informações que nos levem a acreditar que os cálculos se destinavam a fins práticos. Pelo contrário, os problemas parecem ser um tipo de recreação atual: “pense em número, faça tais operações, me diga o resultado que eu direi em qual número pensou.” As contas de ambos os problemas (nº 28 e 29), apresentadas pelo escriba, demonstram sua habilidade na manipulação de frações unitárias, os cálculos justificam como uma espécie de prova, o motivo pelo qual ele “adivinha” o número pensado.

De todos os problemas do papiro Rhind, talvez o de nº 79 seja o mais particular, e por isso também o mais famoso dos problemas. Nele são apresentados dois cálculos cuja soma é o número 19607. Fazendo a leitura da direita para a esquerda (ver anexo), a primeira anotação nos mostra a multiplicação de 7 por 2801, e a segunda uma soma de potências de 7. Do texto de Robins e Shute podemos concluir que fazer a multiplicação é o mesmo que efetuar a soma, a questão intrigante é a escolha do número 2801. Mas isso pode ser explicado por outros elementos do papiro Rhind, estes indicam ser os egípcios entendidos de cálculos que somam de progressões, ou seja, faziam o mesmo que a nossa atual fórmula $S_n = r(1 + a_1 + \cdots + a_{n-1})$.

É claro que por volta dos anos 1600 a.C a notação hierática usada pelo escriba não é a mesma adotada no livro, o que os autores apresentam é uma mera interpretação dos problemas, lançando um olhar moderno aos problemas e resoluções apresentadas no papiro, como é o caso de expressões do tipo: equação do 1º grau, soma de progressão geométrica, fração unitária, etc.

Por vezes nos referimos ao trabalho de Ahmes como uma cópia, essa informação é dada pelo próprio escriba quando escreve a introdução do papiro, segundo Robins e Shute Ahmes dá o título para o trabalho (em tinta vermelha, como uma forma de destaque): “Métodos corretos de raciocínio, para aprender o significado das coisas e saber tudo o que é, obscuridades... e todos os segredos”, em seguida dá seu nome, a data e menciona que está copiando de escritos ainda mais antigos. Assim, finalizo as considerações reafirmando que o papiro Rhind constitui-se como um documento de grande relevância para a história da matemática egípcia.

Agradecimentos

Gostaria de dedicar esse trabalho a Edilson Roberto Pacheco, meu ex-professor, orientador de iniciação científica, amigo e parceiro em diversos trabalhos incluindo a tradução do livro de Robins e Shute.

Referencias bibliográficas

Chace, A. B. (1927-1929). *The Rhind Mathematical Papyrus: Free Translation and Commentary with Selected Photographs, Translations, Transliterations and Literal Translations*. Oberlin: Mathematical Association of America.

Clagett, M. (1999). *Ancient Egyptian Science: a Source Book*. Vol. 3. Philadelphia: American Philosophical Society.

Gillings, R. J. (1972). *Mathematics in the Time of the Pharaohs*. New York: Dover Publication.

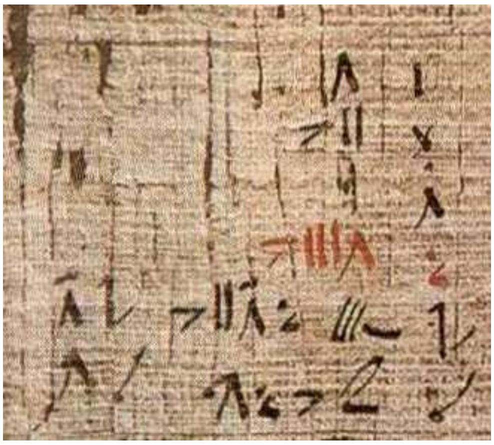
Katz, V. J. (1998). *A history of mathematics: an introduction*, 2 ed. United States of America: Addison-Wesley Educational Publishers, Inc.

Peet, T. E. (1970). *The Rhind Mathematical Papyrus: Bristish Museum 10057 and 10058, introduction, transcription, translation and commentary*. London: The University Press of Liverpool limited Hodder & Stoughton limited.

Robins, G. y Shute, C. (1987). *The Rhind Mathematical Papyrus: an ancient Egyptian text*. London: British Museum Press.

ANEXOS

Problema 28 do papiro Rhind
(Recorte de Robins & Shute)



Problema 29 do papiro Rhind
(Recorte de Robins & Shute)

Problema 79 do papiro Rhind (Recorte de Robins & Shute)