

## FORMAÇÃO CONTINUADA EM GEOMETRIA – O PROJETO ENGEO COM ÊNFASE NO ENSINO DE PROVAS E DEMONSTRAÇÕES – PRIMEIROS RESULTADOS

Maridete Brito Cunha Ferreira – Saddo Ag Almouloud  
marideteferreira@yahoo.com.br – saddoag@pucsp.com  
UNEB - Brasil – PUC-SP-Brasil

Tema: Formação e atualização do professor

Modalidade: CB

Nível educativo: Formação e atualização docente

Palavras-chave: Provas e Demonstrações; Geometria; formação continuada.

### Resumo

*Este trabalho tem como objetivo apresentar os primeiros resultados de uma pesquisa associada a um curso de formação continuada em Geometria que faz parte do projeto ENGEO – Resgatando o ensino de Geometria nas escolas públicas de Alagoinhas e Catu – realizado no Brasil, por professores da Universidade do Estado da Bahia. A formação já está em sua terceira edição a qual está sendo dada ênfase ao ensino de provas e demonstrações. Nesta etapa, motivada pelo trabalho de doutorado em andamento, que investiga sobre o mesmo tema, a formação ganhou um caráter de investigação em que os participantes estão integrados de modo cooperativo e participativo. Este projeto visa contribuir para que os professores tenham mais autonomia no ensino de geometria ao mesmo tempo em que busca compreender os fatores que estão na origem das dificuldades no ensino de geometria dedutiva. Esta etapa da pesquisa foi realizada por meio de questões semiabertas e os resultados, analisados segundo as concepções de provas e demonstrações propostas por Balacheff (1982), mostram que os professores investigados não incluem as demonstrações em suas aulas, não compreendem o que vem a ser um sistema formal e não estão seguros em relação aos elementos próprios a este sistema.*

### Introdução

A ausência da Geometria nas aulas de Matemática das escolas brasileiras vem sendo relatada por diversos pesquisadores entre eles, Pavanello (1993) e Lorenzato (1995), que estudaram as possíveis causas de seu abandono. Diante desse quadro e cientes da importância de se trabalhar a geometria para o desenvolvimento das capacidades cognitivas do aluno, em 2007, nós, professores da Universidade do Estado da Bahia – Brasil, iniciamos o projeto ENGEO – Resgatando o ensino de Geometria nas escolas públicas de Alagoinhas e Catu, cidades do interior da Bahia. Como o próprio nome indica, esse projeto visa resgatar o ensino de Geometria nas escolas públicas dessas duas cidades.

Para diagnosticar as possíveis causas da ausência da Geometria nas escolas desses municípios, realizamos um fórum que resultou em um curso de formação continuada em

Geometria. Esse curso está em sua terceira edição e, motivada pelo trabalho de doutorado em andamento, que investiga sobre o mesmo tema, a formação ganhou um caráter de investigação em que os participantes estão integrados de modo cooperativo e participativo. Esta etapa do projeto visa contribuir para que os professores tenham mais autonomia no ensino de geometria ao mesmo tempo em que busca compreender os fatores que estão na origem das dificuldades no ensino de geometria dedutiva.

Iniciamos a formação com uma pesquisa que buscou investigar o conhecimento dos professores sobre prova e demonstração e neste artigo temos como objetivo apresentar os resultados dessa investigação.

### **Reflexões teóricas**

Os documentos oficiais orientam quanto à necessidade de introduzir práticas argumentativas desde o ensino fundamental a fim de se compreender as demonstrações e consideram que os conteúdos geométricos oferecem condições propícias para se trabalhar o raciocínio dedutivo. (BRASIL, 1998). Além disso, pesquisadores como Nasser & Tinoco (2003), Almouloud (2007) Hanna & Barbeau (2008), De Villiers (2001) e Mariotti (2006) apontam a importância do ensino de provas e demonstrações no ensino fundamental com o objetivo de desenvolver o raciocínio dedutivo dos estudantes.

Embora os debates relacionados a esse tema tenham aumentado de forma considerável, nacional e internacionalmente, os resultados dessas pesquisas ainda não atingiram efetivamente as salas de aula e as práticas argumentativas ainda são escassas nas aulas de matemática.

Um dos fatores que colaboram com a ausência das demonstrações nas aulas de geometria é a falta de preparo do professor para se trabalhar os conteúdos geométricos com essa abordagem. Pesquisas apontam que os cursos de formação inicial não estão dando conta de preparar os futuros professores para demonstrar e também prepará-los para ensinar a demonstrar. (PIETROPAOLO, 2005). Diante desses fatos, se justifica a necessidade de cursos de formação continuada prezando pelo desenvolvimento de práticas reflexivas que venham dar autonomia ao professor em desenvolver práticas argumentativas com seus alunos.

Os termos explicação, prova e demonstração constantes neste artigo, serão distinguidos segundo a concepção de Balacheff (1982, apud ALMOULOUD, 2007). Segundo esse autor a explicação tem como objetivo convencer uma comunidade quanto a alguma afirmação. Quando a convence, a explicação assume o status de prova para essa comunidade, podendo não ser para outra. E, finalmente, a prova referente a um enunciado matemático recebe o nome de demonstração.

Embora seja uma finalidade da demonstração convencer uma comunidade a respeito de um enunciado matemático, esta não é sua única função. Nasser e Tinoco (2003) discutem outras funções da prova segundo Hanna e Jahnke (1996), De Villiers (1991) e Bell (1976) como *validação*, comprovar a veracidade de um resultado, *explicação*, mostrar por que o resultado é verdadeiro, *sistematização*, preparação do aluno para introduzir o método dedutivo, *descoberta*, descoberta de novos resultados e *comunicação*, compartilhar conhecimento matemático. Hanna e Barbeau (2008) acrescentam a função de fornecer novos métodos, estratégias e conceitos que irão oferecer novas ferramentas para a resolução de problemas.

Fundamentados nessas reflexões, analisaremos dados obtidos nesta pesquisa com o objetivo de identificar os conhecimentos dos professores participantes com relação a provas e demonstrações a fim de dar continuidade ao projeto.

### **Procedimentos metodológicos**

Para realizar esta etapa da pesquisa foi proposto um questionário contendo 12 questões semiabertas para ser respondido pelos professores participantes do projeto.

No questionário, as quatro primeiras questões objetivaram traçar o perfil dos professores investigados quanto a sua formação e experiência docente e as demais questões visaram investigar o conhecimento dos mesmos sobre um sistema dedutivo bem como seus elementos.

### **Análise dos resultados**

Conforme foi mencionado, esta etapa do projeto ENGEO tem ênfase no ensino de provas e demonstrações. O projeto encontra-se em execução e neste artigo apresentamos os primeiros resultados desta edição que teve como ponto de partida investigar o conhecimento dos professores de matemática, participantes da formação, sobre demonstração.

A pesquisa se deu por intermédio de questionário, e a análise dos dados será feita com base nas reflexões teóricas que constam neste artigo.

A primeira parte do questionário investigou sobre a formação e experiência dos professores participantes. Todos são licenciados em matemática, ensinam na rede pública da cidade de Catu, sendo que 41% lecionam há menos de 5 anos, 25% entre 5 e 10 anos, 9% entre 10 e 15 anos e 25% lecionam há mais de 15 anos. Todos eles atuam apenas no ensino fundamental. Nota-se com esses dados que mais de 50% dos professores investigados têm mais de 5 anos de experiência docente.

A segunda parte do questionário constou de nove perguntas e investigou sobre o conhecimento do professor sobre demonstração matemática.

A primeira perguntou “*O que você entende por demonstração matemática?*” Foi observado que 50% dos professores investigados atribuem à demonstração um caráter prático, como uma forma de aplicar um determinado conceito ou propriedade da matemática ou comprovar por meio de experiências empíricas a veracidade de uma propriedade matemática ou ainda a compreensão de um determinado conceito. Conforme Nasser e Tinoco (2003) experiências empíricas praticadas nas séries iniciais do ensino fundamental colaboram para desenvolver a habilidade de argumentar, porém é importante ainda no ensino fundamental que os alunos tenham os “primeiros contatos com as exigências de um raciocínio dedutivo”. (BRASIL, 1998, p. 86). Seguem algumas respostas que sustentam a nossa análise.

*“Provar teoria com algo concreto, ou para facilitar a compreensão da mesma.”*

*“É uma maneira prática de provar ao aluno para seu melhor entendimento de onde surgiu determinada fórmula ou teorema.”*

*“É maneira como aplicamos, que passamos é como demonstramos a matemática.”*

*“Demonstrar, por exemplo, porque estudar ou utilizar uma equação do primeiro grau.”*

*“Propostas que podem pertencer a diversas categorias como jogos pedagógicos, virtuais, curiosidades matemáticas, textos científicos, problemas contextualizados e outros.”*

*“Uma forma de aplicar os conteúdos não utilizando apenas só o conceito e sim a construção desse conceito, provando através destas demonstrações. Primeiro antes de provar, sei que é preciso demonstrar.”*

Esta última resposta dá pistas de que há uma diferença entre provar e demonstrar. Os demais, quando utilizam o termo prova é como sinônimo de demonstração, mas com a

função de atestar uma veracidade de uma afirmação. Mariotti (2006) concorda com Balacheff (1987) quando afirma que há uma divergência entre a verificação empírica e o raciocínio dedutivo e reconhece que esse fato pode ser a fonte das dificuldades em se tratando de ensinar e aprender demonstração.

25% dos professores entendem a demonstração como um processo de dedução de fórmula ou uma forma de esclarecimento de uma propriedade matemática. Seguem algumas as respostas dos professores.

*“Mostrar como se chegou a determinado conceito”*

*“É uma forma de mostrar como se obter uma fórmula matemática”*

*“Uma maneira de assegurar que tem fundamento as regras matemáticas”*

17% dos professores sinalizam que a demonstração tem relação com um encadeamento lógico, um deles cita a palavra hipótese, porém de forma equivocada e considera prova e demonstração como termos sinônimos.

*“Utilizar conhecimentos prévios para comprovar uma afirmação”*

*“Mostrar determinada hipótese através de teorias e argumentos. Mostrar = provar”*

8% dos professores não responderam a esta pergunta.

A segunda pergunta: *“Você inclui demonstrações em suas aulas?”*. 33% responderam que não incluem demonstrações em suas aulas, 50% responderam que sim, incluem demonstrações em suas aulas e 17% não responderam a essa pergunta.

Foi observado que todos os professores que dizem incluir demonstrações em suas aulas, atribuem a esta um caráter prático ou uma forma de mostrar ao aluno como aplicar um determinado conceito ou propriedade. Os que responderam que não incluem demonstração em suas aulas atribuem a este termo uma forma de deduzir uma fórmula matemática ou atestar a veracidade de um enunciado matemático. Balacheff (1987) apud Almouloud (2007) afirma que a demonstração é o único meio de validar um resultado matemático, mas que o reconhecimento da distinção entre argumentação e prova são necessários para superar as dificuldades relacionadas a esse assunto.

Na terceira questão: *“Em sua opinião, a sua formação inicial lhe preparou para trabalhar a demonstração com seus alunos?”*, 100% dos professores responderam que não. Este resultado corrobora com pesquisas que afirmam que os cursos de formação inicial não estão dando conta de preparar os professores para demonstrar ou ensinar a demonstrar. (PIETROPAOLO, 2005)

Na quarta questão: “*Você se sente preparado para trabalhar demonstração com seus alunos?*”, apenas um professor respondeu que sim. Observa-se que mesmo aqueles que atribuem à demonstração um caráter prático não se sentem preparados para trabalhar com essa abordagem.

Na quinta pergunta: “*Você sabe o que vem a ser um sistema dedutivo?*”, metade dos professores respondeu que não e a outra metade respondeu que sim. Ainda nessa questão, foi dada a possibilidade ao professor de dizer o que vem a ser o sistema dedutivo: “*Em caso afirmativo, se desejar, escreva o que você entende por sistema dedutivo.*” Apenas 25% dos professores responderam:

“*É demonstrar determinada “tese” procurando levantar as hipóteses e depois mostrar se as hipóteses são verdadeiras ou não*”

“*É um sistema que se baseia em hipóteses, para chegar a uma demonstração*”

“*Levantar hipóteses e depois demonstrar*”

“*Desenvolver a criatividade e a capacidade de expressão*”

Embora não esteja claro para esses professores o que vem a ser o método dedutivo, as três primeiras respostas sinalizam que este método envolve a demonstração.

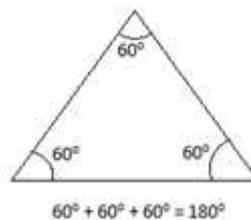
A sexta pergunta:

Entre as opções abaixo qual é uma demonstração de que “*a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a  $180^\circ$* ”?

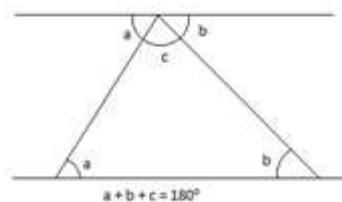
a) ( )



b) ( )



c) ( )



A esta pergunta, 58% dos professores responderam a letra (a) e 42% dos professores responderam à letra (c). Nenhum professor respondeu a letra (b). Este resultado mostra que mais da metade dos professores não compreende o que vem a ser uma demonstração e condiz com as primeiras respostas mostrando que atribuem a esta um caráter prático.

Na questão sete pedimos para o professor: *Tente, no teorema abaixo, destacar a hipótese, a tese e enunciar o teorema recíproco.*

*“ Se duas retas formam, com uma transversal, ângulos alternos internos congruentes, então essas retas são paralelas.”*

58% dos professores tentaram responder a essa questão e 85% destes responderam corretamente às duas primeiras solicitações, isto é, destacar no teorema a hipótese e a tese. Apenas 28% dos que responderam enunciaram o teorema recíproco, todos de forma correta.

Por último, na questão oito, perguntou-se: *Você conhece algum ou alguns dos termos abaixo? \_\_\_\_\_ Em caso positivo, marque o (s) que você conhece.*

( ) *Teorema* ( ) *Definição* ( ) *Axioma* ( ) *Argumentação* ( ) *Conjectura*

Verificamos que os termos “argumentação”, “teorema” e “definição” foram marcados por grande parte dos professores. Acreditamos que esse resultado justifica-se pelo fato de os termos *argumentação e definição* serem termos usados no cotidiano e o termo *teorema* por fazer referência ao *teorema de Pitágoras* que é amplamente conhecido mesmo por quem não é da área de matemática.

### **Considerações finais**

Buscamos neste artigo apresentar os primeiros resultados do curso de formação continuada que faz parte do projeto ENGEIO – Resgatando o ensino de Geometria nas escolas públicas de Alagoinhas e Catu – que nesta edição está tendo ênfase no ensino de provas e demonstrações em Geometria. O curso teve início com uma investigação que buscou traçar o perfil dos professores e os conhecimentos dos mesmos no que diz respeito às demonstrações em Geometria.

Verificamos, por intermédio da análise dos dados obtidos com a aplicação do questionário, que para a maioria dos professores investigados não está claro o que vem a ser uma demonstração matemática e não se sentem preparados para ensinar demonstração aos seus alunos apesar de a considerarem importante. Este resultado

mostra uma deficiência na formação inicial desses professores corroborando com os resultados de pesquisas na área de Educação Matemática.

Esses resultados oferecem um direcionamento ao curso de formação continuada proposto pelo Projeto ENGEO e cumpre um dos objetivos desta edição que é *analisar as concepções dos professores participantes da formação a respeito de prova e demonstração*.

### Referências bibliográficas

- Almouloud, Saddo Ag.( 2007). Prova e demonstração em matemática: problemática de seus processos de ensino e aprendizagem. In: *Reunião anual da anped*, 30, Caxambu-MG, p. 01 - 18.
- Brasil, (1998) Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC/SEF.
- De Villiers, M. D. (2001). Papel e funções da demonstração no trabalho com Sketchpad. *Revista Educação e Matemática*, p. 31-36. Disponível em <http://www.inf.unioeste.br/~rogerio/Demonstracoes-finalidades.pdf> Acesso em 28/01/2013.
- Hanna, G.; Barbeau, E.( 2008). Proofs as bearers of Mathematical Knowledge. *ZDM Mathematics Education*, Heidelberg, v.40, n. 3, p. 345-353.
- Lorenzato, S. (1995). Por que não ensinar Geometria? *Educação Matemática em Revista* – Sociedade Brasileira de Educação Matemática, ano III, n. 4.
- Mariotti, M.A. (2006). Proof and proving in mathematics education. A. Gutiérrez & P. Boero (eds) *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education*, Sense Publishers, Rotterdam, The Netherlands. ISBN: 9077874194, p. 173-204.
- Nasser, L.; Tinoco, L.A.(2003). *Argumentação e Provas no Ensino de Matemática*. 2. ed. - UFRJ/Projeto Fundão: Rio de Janeiro.
- Pavanelo, R. M. (1993). O Abandono do ensino de Geometria no Brasil: causas e consequências. *Revista Zetetiké*, Campinas, n°.1, p. 7–17.
- Pietropaolo, Ruy Cesar. (2005). *(Re) significar a demonstração nos currículos da Educação Básica e da Formação de Professores de Matemática*, 388f. Tese (Doutorado). PUC – SP, São Paulo.