



# II CEMACYC

II Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe

29 octubre al 1 noviembre. 2017

Cali, Colombia

[ii.cemacyc.org](http://ii.cemacyc.org)



CIAEM  
CME  
desde - since 1961



---

## La Técnica Instrumentada como punto de articulación entre la Teoría Antropológica de lo Didáctico y la Génesis Instrumental. Un ejemplo desde la factorización de polinomios.

María Fernanda **Mejía** Palomino  
Escuela Normal Superior Farallones de Cali  
Colombia

[mafanda1216@gmail.com](mailto:mafanda1216@gmail.com)

Edinsson **Fernández** Mosquera

Universidad de Nariño

Colombia

[edi454@yahoo.com](mailto:edi454@yahoo.com)

### Resumen

Es frecuente que en los trabajos de grado o investigación en donde sea fundamental el diseño de tareas, surjan cuestionamientos acerca de los vínculos de la teoría con el diseño, más aún cuando se usan varias teorías. En este caso se presenta un ejemplo de cómo la Teoría Antropológica de lo didáctico y la Génesis instrumental tienen un punto de encuentro en la técnica instrumentada, siendo un aspecto clave en la propuesta de enseñanza de la factorización de polinomios en el trabajo de Mejía (2011). Por lo cual, este documento presenta los referentes teóricos necesarios para dar cuenta del concepto de técnica instrumentada y de las características de las técnicas instrumentadas en el diseño de las tareas.

*Palabras clave:* técnica instrumentada, génesis instrumental, teoría antropológica de lo didáctica, factorización de polinomios.

### Algunos conceptos de la Teoría antropológica de lo didáctico (TAD)

En la enseñanza de las matemáticas, la actividad consiste en construir praxeologías matemáticas ya existentes en relación a situaciones nuevas y bajo condiciones distintas, donde el papel del docente es la de dirigir esta reconstrucción (generando en particular las condiciones que mejor la permitan reconstruirla), siendo el aprendizaje el fruto de la reconstrucción (Bosch,

2003).

Las praxeologías matemáticas se constituyen de un componente práctico y de otro teórico. En el componente práctico se encuentran las tareas y las técnicas y en el componente teórico se encuentra la tecnología y la teoría. Al resolver los problemas o las tareas problemáticas son necesarias las técnicas consideradas como los modos de hacer o resolver la tarea. Las técnicas que se dispongan determinan las tareas o problemas de una institución y entre más amplias y complejas sean las tareas se logrará la necesidad de tecnologías nuevas, que darán lugar a técnicas nuevas capaces de resolver problemas nuevos. Así, “el trabajo de la técnica se manifiesta como un trabajo creativo, esto es, productor de técnicas nuevas que permiten resolver cuestiones planteadas a nivel tecnológico respecto de la técnica inicial” (Fonseca & Gascón, 2000, p. 4).

Las técnicas que viven en una institución, son una manera de hacer correcta, comprensible y justificada la tarea. Por tanto, se requiere de un discurso interpretativo y justificativo así como de un ámbito de aplicabilidad y validez, al que se le llama una tecnología. Además de justificar y hacer inteligible la técnica, la tecnología tiene la función importante de aportar elementos para modificar la técnica con el fin de ampliar su alcance, superando así sus limitaciones y posibilitando la producción de técnicas nuevas. (Gascón, 1998).

### Algunos conceptos desde la Génesis Instrumental (GI)

La génesis instrumental es un proceso de construcción de un instrumento por un sujeto, va desde la utilización de un artefacto a la construcción de *esquemas*<sup>1</sup> para realizar un tipo de tarea. Un *artefacto* puede ser material o simbólico, ayuda o sustenta toda actividad humana al hacer un tipo de tarea (las calculadoras o un algoritmo para hallar la solución de una ecuación cuadrática son artefactos mientras que el *instrumento* es lo que el sujeto construye desde el artefacto a partir de una actividad (Trouche, 2005).

Los instrumentos no le están dados al sujeto, él los elabora a través de la génesis instrumental con los procesos de instrumentalización y de instrumentación. El proceso de instrumentalización está dirigido hacia el artefacto en relación a las siguientes actividades: selección, agrupación, descubrimiento, producción e institución de funciones, usos desviados, atribución de propiedades, personalización, transformaciones del artefacto, de su estructura, de su funcionamiento. Mientras que el proceso de instrumentación está relacionado con el sujeto, en donde se da la emergencia y la evolución de los esquemas de utilización: su constitución, su evolución por acomodación, coordinación, y asimilación recíproca, la asimilación de artefactos nuevos a los esquemas ya constituidos (Rabardel, s.f.).

Rabardel (en les hommes et les technologies, Approche cognitive des instruments contemporains; citado por Henriques, 2006) introduce la noción de esquema de utilización de un artefacto para describir un esquema operativo dentro de una actividad mediada por un artefacto, distinguiendo tres tipos:

- Los esquemas de uso, orientados hacia las tareas secundarias correspondientes a las acciones y actividades específicas directamente ligadas al artefacto.
- Los esquemas de acción instrumentadas, cuyo significado está dado por la actividad global permitiendo llevar a cabo transformaciones en el objeto de la actividad.

---

<sup>1</sup> Un esquema se considera como una organización invariante de la conducta humana para una clase de situaciones dadas (Vergnaud, 1990).

- Los esquemas de actividades colectivamente instrumentadas: correspondiente respectivamente a los usos simultáneos o conjuntos de instrumentos en el contexto de actividades que hay que compartir o son colectivas.

Dentro de esta teoría se resalta el papel de la mediación instrumental y por tanto sus implicaciones cognitivas en el ser humano. Su vinculación con la TAD permite considerar las técnicas instrumentadas. En la Figura 1, se presentan la técnica instrumentada como punto de unión entre la TAD y la GI.

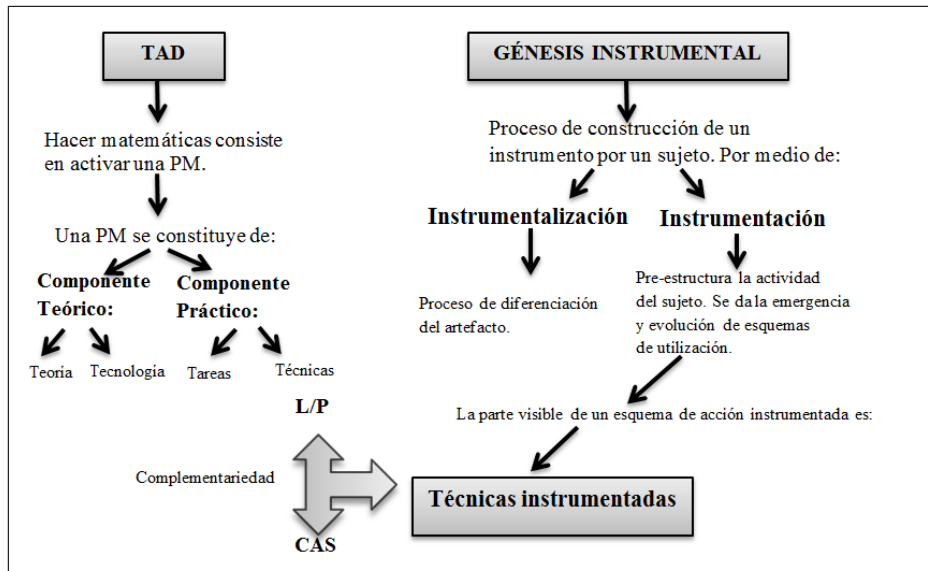


Figura 1. Vínculos y características de la TAD y la Génesis Instrumental.

### Las técnicas instrumentadas

Las *técnicas instrumentadas* son un conjunto de gestos<sup>2</sup> realizados por un sujeto para hacer una tarea que integra uno o varios artefactos. En este sentido pueden ser consideradas como una secuencia estable de interacciones entre el usuario y el artefacto (o artefactos) con un objetivo particular (Drijvers, Kieran & Mariotti, 2007).

Para generar una técnica instrumentada el sujeto debe haber realizado el proceso de instrumentación, por tanto no toda técnica es instrumentada. Eso quiere decir que deben surgir esquemas de acción instrumentada. Por lo cual Trouche (2005) dice que la técnica instrumentada es la parte observable de un esquema de acción instrumentada. Trouche (2003) diferencia los esquemas de utilización en relación a sus funciones, para él un esquema de uso es el corresponsal psicológico de un gesto elemental de la actividad, mientras un esquema de acción instrumentada es el corresponsal psicológico de una técnica instrumentada. La relación de los esquemas de utilización y la técnica instrumentada se presenta en la Figura 1, allí se observa como varios esquemas de uso dirigen diferentes gestos que determinan una técnica instrumentada, que a su vez constituye un esquema de acción instrumentada. Las técnicas instrumentadas es la parte visible de los esquemas.

<sup>2</sup> El término “gesto” tiene un sentido figurativo y no se limita a movimientos físicos, son la parte observable de la actividad.

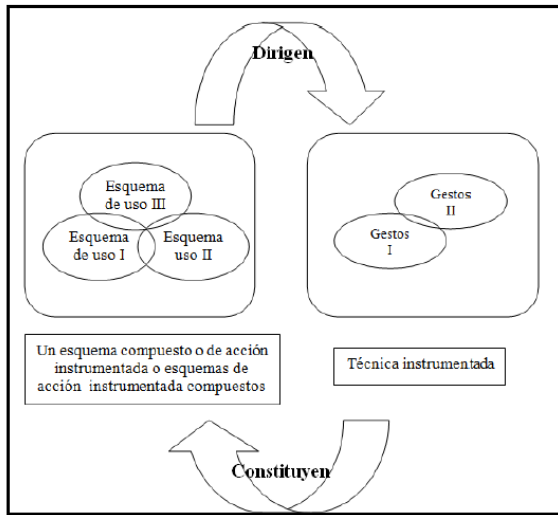


Figura 2. Esquemas de acción instrumentada y técnicas instrumentadas (Drijvers, 2003).

Para distinguir las diferencias entre un esquema de uso y un esquema de acción instrumentada, se presenta un ejemplo de Cedillo (2006) en relación al esquema de acción instrumentada, quien además determina que los esquemas de uso son necesarios para la construcción de esquemas de acción instrumentada, haciéndolos más complejos (Ver Tabla 1).

Tabla 1

*Ejemplos de esquemas de utilización.*

A. ESQUEMA DE USO	B. ESQUEMA DE ACCIÓN INSTRUMENTADA
El acceso a la aplicación de gráficos en la calculadora TI-92 plus por medio de Oo las teclas diamante ∞y la letra [R].	La determinación de la escala para observar una gráfica de una calculadora (destrezas técnicas y conceptuales).

Por lo que una técnica instrumentada se le asocia un lado técnico, que consiste en una serie integrada de acciones sobre la máquina realizadas rutinariamente para tratar con un tipo específico de tareas, y un lado conceptual, concerniente al desarrollo de los objetos matemáticos involucrados (Drijvers, 2003).

### Un ejemplo de técnica instrumentada en el diseño de Tareas para la factorización de polinomios

En Mejía (2011) se presenta una praxeología matemática en donde la complementariedad de las técnicas Lápiz Papel (L/P) y del sistema de álgebra computacional (CAS) caracterizan las técnicas instrumentadas.

Las tareas llevan a que inicialmente se estudien las equivalencias de los polinomios desde lo algebraico, luego desde lo numérico y desde allí se hace la entrada al reconocimiento de los ceros, al estudio de las gráficas de los polinomios y la vinculación de la forma factorizada con los ceros. En resumen este estudio de la factorización parte desde lo algebraico, pasa a lo numérico y su conexión con los ceros permite mirarla desde lo gráfico.

En la praxeología matemática se proponen tareas que inciden en el cuestionamiento tecnológico de las técnicas. Otra de las características de las tareas es que han sido diseñadas de manera que las técnicas L/P y CAS tengan la posibilidad de utilizarse de manera complementaria, eso quiere decir que en algunos casos las técnicas L/P permiten ampliar o justificar los resultados dados por la calculadora y en otros momentos son necesarias para el uso de un comando de la calculadora.

En la Figura 3 se presenta el resumen praxeología matemática propuesta.

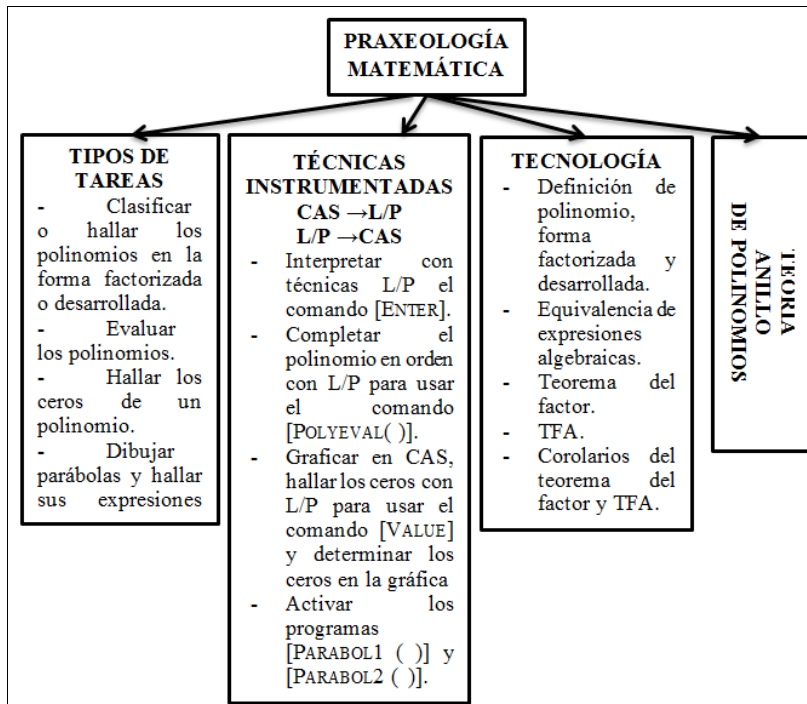


Figura 3. Resumen de la praxeología matemática propuesta en este trabajo.

Centremos la atención en el comando [POLYEVAL ( )], para su uso es necesario que los estudiantes reconozcan cuando un polinomio está desarrollado y completo. Para verificar los resultados del [POLYEVAL ( )], el estudiante puede evaluar el polinomio a L/P o en vez de evaluar en [POLYEVAL ( )] por un valor numérico, puede realizarlo con respecto a x, cuyo resultado es el polinomio en su forma desarrollada (Ver la Figura 4).

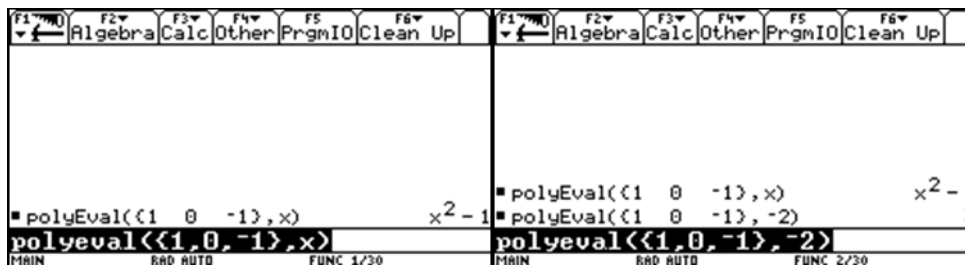


Figura 4. Utilización del [POLYEVAL ( )].

Una característica del comando [POLYVAL ( )] es que resalta la complementariedad de las técnicas L/P, porque no existe ninguna técnica CAS en la calculadora TI- 92 Plus que complete el polinomio. Además lleva al estudiante a definir el polinomio o monomio cero y determinar la cantidad de términos de un polinomio según su grado. En este caso es la técnica L/P la que trae la parte conceptual del esquema de acción instrumentada y quien determina que la técnica instrumentada no solo sea la técnica CAS, sino el conjunto formado por la técnica CAS y L/P. Por lo cual se da inicio al momento tecnológico – teórico posterior al momento de la técnica, porque la técnica L/P es la que trae la explicación de lo que ocurre o necesita el CAS.

### **A modo de conclusión**

En las relaciones de las técnicas L/P y CAS surge lo conceptual, en ocasiones se aprovecha la inmediatez de la técnica CAS para develar lo que está detrás de la respuesta, en otros casos la técnica L/P guía y determina el uso de la técnica CAS. Esto hace que el uso de CAS no sea solamente presionar botones y ver resultados, sino entender lo que éste hace y lo que significa matemáticamente el resultado. De esta manera las técnicas L/P no desaparecen y se convierten en el puente de integración de los CAS, dado que son las técnicas de mayor uso en el aula.

Frente a la ejecución de la técnica instrumentada, en cada situación se presentan tareas que pretenden develar lo conceptual detrás de lo práctico. Es la técnica la que permite establecer los vínculos entre lo práctico y lo teórico, resaltándose su valor pragmático y epistémico.

### **Referencias bibliográficas**

- Bosch, M. (2003). Un punto de vista antropológico: la evolución de los “instrumentos de representación” en la actividad matemática. En N. De los Ángeles, C. Rodríguez, L. Contreras & J. Carrillo (comp.), *Cuarto Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 15- 28). Huelva, España: SEIEM.
- Cedillo, T. (2006). La enseñanza de las matemáticas en la escuela secundaria. Los sistemas algebraicos computarizados. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 11 (28), 129-153. Recuperado el 29 de octubre de 2006 de <http://www.comie.org.mx/v1/revista/portal.php?criterio=ART00007&idm=es&sec=SC03&sub=SBB>
- Drijvers, P. (2003). *Learning algebra in a computer algebra environment. Design research on the understanding of the concept of parameter*. Recuperado el 18 de octubre de 2006 de <http://www.fi.uu.nl/~pauld/dissertation/>
- Drijvers, P., Kieran, C. & Mariotti, M. (2007). *Integrating technology into mathematics education: theoretical perspectives*. Recuperado el 29 de marzo de 2017 de [https://www.researchgate.net/publication/226602743\\_Integrating\\_Technology\\_into\\_Mathematics\\_Education\\_Theoretical\\_Perspectives](https://www.researchgate.net/publication/226602743_Integrating_Technology_into_Mathematics_Education_Theoretical_Perspectives)
- Fonseca, C. & Gascón, J. (2000). Integración de praxeologías puntuales en una praxeología matemática local. La derivación de funciones en Secundaria. En *IV Simposio de la SEIEM*. Huelva, España: SEIEM.
- Gascón, J. (1998). Evolución didáctica de las matemáticas como disciplina científica. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 18 (52), 7-33.
- Henriques, A. (2006). *L'enseignement et l'apprentissage des integrales multiples : analyse didactique integrant l'usage du logiciel maple*. (Tesis de doctorado no publicada).

Université Joseph Fourier, Grenoble, Francia. Recuperado el 11 de noviembre de 2009 de [http://tel.archives-ouvertes.fr/docs/00/10/03/53/PDF/AFONSO\\_HENRIQUES\\_THESE.pdf](http://tel.archives-ouvertes.fr/docs/00/10/03/53/PDF/AFONSO_HENRIQUES_THESE.pdf)

Mejía, M. (2011). *La factorización de polinomios de una variable real en un ambiente de Lápiz/Papel (L/P) y Álgebra Computacional (CAS)*. Trabajo de investigación para optar el título de Magister en Educación, Universidad del Valle, Cali.

Trouche, L. (2003). *Construction et conduite des instruments dans les apprentissages mathématiques: nécessité des orchestrations*. Montpellier, Francia: Edition de l'IREM. Recuperado el 5 de octubre de 2009 en: [http://hal.archives-ouvertes.fr/docs/00/19/00/91/PDF/Trouche\\_2003.pdf](http://hal.archives-ouvertes.fr/docs/00/19/00/91/PDF/Trouche_2003.pdf)

Trouche, L. (2005). An instrumental approach to mathematics learning in symbolic calculator environments. En D. Guin, K. Ruthven y L. Trouche (eds.), *The didactical Challenge of symbolic Calculator* (pp. 137- 162). New York, E.U.A: Springer.

Rabardel, P. (s.f). *Los hombres y las tecnologías II. Perspectiva cognitiva de los instrumentos contemporáneos*. (M. Aslanides, Trad.) (Trabajo original publicado en 1995).

Vergnaud, G. (1990). Teoría de los campos conceptuales. (J. Godino, Trad.) *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10 (2,3), 133-170.