

GENERACIÓN DE IDEAS ESTOCÁSTICAS FUNDAMENTALES A TRAVÉS DE SIMULACIÓN

Liliana Tauber, Mariela Cravero y Yanina Redondo

estadisticamatematicafhuc@gmail.com, marielacravero@hotmail.com, yaniredondo@gmail.com

Facultad de Humanidades y Ciencias – Facultad de Ciencias Económicas – Universidad Nacional del Litoral. Argentina.

Tema: V.4. Materiales y Recursos Didácticos para la Enseñanza y Aprendizaje de la Matemática.

Modalidad: Taller

Nivel Educativo: Terciario – Universitario

Palabras Clave: Ideas estocásticas fundamentales – Alfabetización Estadística – Razonamiento Estadístico – Simulación

Resumen

Desde la comunidad de los educadores estadísticos, se ha expresado la preocupación por lograr una Alfabetización Estadística básica para todos (Schild, 2006; Ben-Zvi y Garfield, 2004). Existen diversas corrientes que coinciden fundamentalmente, en la definición de las ideas fundamentales que promueven la Alfabetización y el Razonamiento Estadísticos, lo cual a la larga formará el pensamiento estadístico (GAISE Report, 2010). Tomando de referencia las corrientes mencionadas, el modelo de Gal (2004), en el que se definen las distintas componentes de conocimiento que deberían considerarse a la hora de organizar la enseñanza de estadística para formar ciudadanos que sean cultos estadísticamente (o alfabetizados en el área), la concepción de ideas fundamentales de Goetz (2008) y la de ideas estocásticas fundamentales desarrolladas en trabajos previos de nuestro grupo (Tauber, 2010), realizamos una categorización de estas ideas, las cuales consideramos que son imprescindibles para lograr adquirir un Razonamiento Estadístico que permita formar ciudadanos estadísticamente cultos. En este taller presentaremos algunas actividades de simulación que permiten generar las ideas fundamentales relativas a: la variabilidad de las muestras aleatorias y a la de distribución muestral. Además, los asistentes tendrán oportunidad de experimentar utilizando simuladores en línea de distribución gratuita.

Introducción

Actualmente, el estudio de la alfabetización y el razonamiento estadísticos de los ciudadanos se muestra como un tema central en la investigación didáctica (Gal, 2004; Ben-Zvi y Garfield, 2004, Schild, 2002, 2006; Batanero, 2009). En consecuencia, a través del presente taller pretendemos realizar una breve delimitación de las ideas estocásticas fundamentales que son la base de la Alfabetización Estadística. Con este fin, partimos de la revisión de antecedentes en el tema y en función de ésta elaboramos una categorización inicial que nos permitirá tomar decisiones en relación con las actividades que se desarrollan en el taller.

Alfabetización Estadística y Ciudadanos estadísticamente alfabetizados

Siguiendo las ideas planteadas por investigadores en educación estocástica (Ben-Zvi y Garfield, 2004), adherimos a la categorización en la cual se diferencian los ejes fundamentales que distinguen las características de la Alfabetización Estadística (AE), el Razonamiento Estadístico (RE) y el Pensamiento Estadístico (PE).

Por supuesto, los procesos de enseñanza y aprendizaje deberían fomentar diversos conceptos y competencias en cada proceso (AE, RE Y PE), de tal forma que luego de varios años de educación estadística se lograra formar un ciudadano estadísticamente alfabetizado que, aunque no sea un técnico estadístico, pueda ser un consumidor crítico de la estadística. En consecuencia, consideramos que es fundamental pensar cuáles serían los conceptos y competencias estocásticos que pretendemos introducir a través de la enseñanza, en los distintos niveles educativos. Con este fin, adherimos al modelo teórico de Gal (2004), quien propone una interacción entre los conocimientos estocásticos básicos y otros procesos que deberían estar disponibles en las personas, para que ellas puedan comprender, interpretar, evaluar críticamente y reaccionar a los mensajes estadísticos encontrados en diferentes contextos. Este modelo asume que la *Alfabetización Estadística* (AE) involucra tanto un *componente de conocimiento* (compuesto de cinco elementos cognitivos: habilidades de alfabetización, conocimiento estadístico, conocimiento matemático, conocimiento del contexto y cuestiones críticas) como un *componente disposicional* (compuesto de dos elementos: postura crítica, creencias y actitudes). Los componentes y elementos en este modelo no deberían considerarse como entidades separadas sino como un conjunto dinámico de conocimientos y aptitudes que forman el *comportamiento estadísticamente alfabetizado*. La comprensión e interpretación de la información estadística requiere no sólo de conocimiento estadístico per-sé sino también la disponibilidad de otros conocimientos básicos tales como: habilidades de alfabetización, conocimiento matemático básico (fundamentalmente distinguir entre los distintos campos numéricos y tener conocimiento sobre proporcionalidad) y conocimiento del contexto. Sin embargo, la evaluación crítica de la información estadística (después de haber sido comprendida e interpretada) depende de elementos adicionales como la habilidad para realizar preguntas críticas, la cual se basa en ciertas *creencias* y *actitudes* hacia la Estadística.

Ideas Fundamentales de la Alfabetización Estadística

La concepción de *ideas fundamentales* fue creada por Bruner (1960), quien indica que, en Educación (de una determinada disciplina) se deberían seguir las líneas principales que ofrece la ciencia relacionada. Siguiendo a Goetz (2008), una tesis básica de esta concepción radica en que es posible enseñar los principios básicos de un tema independientemente de la edad y del origen social de los destinatarios. Este enfoque se refiere al *contenido* de la educación estocástica (en nuestro caso) y también a la *actitud* que es característica para hacer estadística, por ejemplo. En este sentido, la educación estocástica debe ser una copia no sesgada de la ciencia estadística. Por supuesto, el nivel de la educación debe ser diferente al nivel de la ciencia, pero esto no debería significar un obstáculo, sino un reto para que la didáctica de la estadística procure identificar los contenidos y los métodos típicos de la ciencia. Además de las *ideas fundamentales*, cuando planificamos secuencias didácticas, deberíamos tener en cuenta las creencias básicas, tanto de los alumnos como de los docentes mismos. Goetz (2008), indica que se pueden distinguir dos tipos de creencias: *las normativas* y *las descriptivas*. Las *creencias normativas* cumplirían una función similar a la de las *ideas fundamentales*, mientras que las *creencias descriptivas*, indican las creencias individuales relacionadas con los contenidos cognitivos. Estas últimas podrían considerarse como *actitudes afectivas* hacia la disciplina. Según Goetz, una de las claves para descubrir las creencias es analizar los errores que los estudiantes cometen. Indicación que deberemos tener en cuenta a la hora de planificar nuestra enseñanza.

En relación con las creencias de estudiantes y profesores de matemática, hemos encontrado a través de investigaciones previas (Tauber, 2010) diversos tipos de creencias, por ejemplo: una gran proporción de profesores de matemática de nivel Medio, deciden no desarrollar conceptos estocásticos porque no se sienten seguros a la hora de resolver problemas; otros, que plantean que la incertidumbre en los resultados estocásticos les provoca ansiedad por el hecho de no tener un único resultado. Así, podemos concluir que estas creencias influyen en los profesores a la hora de enseñar estadística. Por ejemplo, una de las consecuencias es que el profesor en muchas situaciones propone, un lote de datos, que generalmente no se sabe cómo se ha obtenido (o se ha tomado directamente de un libro en el que ni siquiera se plantea un contexto) y propone que el alumno calcule ciertas medidas estadísticas pero sin relacionar con el tipo de variable, el tipo de distribución de frecuencias, etc. En otras palabras, es muy

común que se propongan actividades puramente algorítmicas que de ninguna manera promueven la comprensión de las ideas estocásticas fundamentales. En consecuencia, consideramos que es necesario distinguir cuáles son las *ideas fundamentales* que deberían desarrollarse en la enseñanza formal para lograr que nuestros alumnos lleguen a ser ciudadanos estadísticamente alfabetizados. Considerando que estas *ideas fundamentales*, en muchas ocasiones, pueden funcionar como obstáculos epistemológicos pero a la vez son el origen de muchos conceptos estadísticos, haremos una primera categorización basándonos en las recomendaciones realizadas por algunos educadores estadísticos (Schield, 2002; Batanero, 2009), a saber: Población y población estadística o de interés. Población estadística y variable estadística. Variable estadística y variable aleatoria. Distribución de frecuencias teóricas y de frecuencias empíricas. Frecuencias absolutas y porcentuales. Proporciones, probabilidades y porcentajes. Lectura e interpretación de gráficos estadísticos. Distinción entre distribución de frecuencias, distribución de probabilidad y distribución muestral de un estadístico.

Metodología de trabajo

Ahora bien, dentro de este marco referencial, es que nos planteamos una necesidad inmediata, que es la transposición de estas ideas a la enseñanza, teniendo en cuenta distintos factores como los avances teórico-metodológicos de la Estadística en los últimos 50 años, especialmente dada por la irrupción del procesamiento automático de datos, la informatización de la sociedad misma y los avances metodológicos en otras disciplinas que “redescubren” en la Estadística las implicaciones de su aplicación para la obtención de información del mundo real con distintos propósitos.

Es por todo ello que consideramos un factor de gran relevancia en la enseñanza de la estadística, la utilización de software de distribución libre o de simulaciones que posibiliten la comprensión intuitiva de conceptos estocásticos. Esto se hace más relevante aún, considerando la disponibilidad que actualmente tienen los alumnos a través del uso de las netbooks entregadas por los distintos organismos gubernamentales. Es por ello que nuestro taller se centrará en la discusión de las ideas fundamentales de la Alfabetización Estadística y en las diversas formas de introducir dichas ideas utilizando herramientas informáticas como simuladores y software de distribución libre. Toda esta discusión estará atravesada metodológicamente por el planteo y resolución de proyectos en los que se utilice la Estadística como metodología de trabajo para obtener conclusiones.

Aunque en el taller prevemos desarrollar otras actividades, en este trabajo nos centraremos en el análisis de una de ellas (que se detalla en el ANEXO) basada en la utilización de un simulador que nos ayudará a obtener respuestas a las preguntas planteadas. Las actividades mencionadas pueden servir de apoyo en cursos introductorios de Estadística a Nivel Universitario y también pueden utilizarse en cursos de Nivel Medio.

Implicaciones para la enseñanza

En esta oportunidad presentamos una actividad que puede trabajarse con el mismo carácter que un proyecto, en el sentido que los alumnos pueden interactuar entre sí y con el docente, estableciendo debates sobre el análisis que van realizando sobre las situaciones planteadas. Hemos desarrollado otros tipos de actividades (por ej.: Tauber, 2010) en los que se plantean proyectos basados en datos reales obtenidos a partir de bases de datos de organismos oficiales como la ONU, IPEC, etc., pero en esta ocasión pretendemos analizar las bondades del uso de applets educativos para introducir en la clase de estadística. Como podemos observar, se intenta relacionar dos maneras de resolver las cuestiones planteadas: utilizando elementos clásicos como puede ser el papel y el lápiz y también utilizando herramientas informáticas que favorecerán el análisis solicitado en cada oportunidad. A partir de esta actividad, podemos contribuir a la adquisición de competencias básicas, las cuales enumeramos a continuación:

Competencia en comunicación lingüística. Durante el desarrollo de la actividad, los alumnos tienen oportunidad de ejercitarse en la construcción y comunicación del conocimiento y en la organización y autorregulación del pensamiento. Además, adquieren destrezas y actitudes (en el sentido usado por Gal, 2004) como puede ser formar un juicio crítico, generar ideas y disfrutar expresándose tanto de forma oral (exponiendo las conclusiones obtenidas a sus compañeros) como de forma escrita (redactando el informe solicitado).

Competencia matemática. Puesto que en esta actividad se debe utilizar y relacionar números enteros, fraccionarios y decimales, los alumnos deberán aplicar operaciones básicas, símbolos, formas de expresión y razonamiento matemático.

Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico. El trabajo propuesto también permitirá identificar preguntas, elaborar conjeturas como, por ejemplo, si se toman muestras aleatorias independientes del mismo tamaño de una población con distribución normal y con determinadas media y varianza, entonces la

distribución muestral de medias se aproximará a una distribución normal que tendrá la misma media de la población pero con una mayor concentración alrededor de la media que la distribución poblacional, lo cual corresponde al concepto de error estándar de la distribución de medias muestrales. Por supuesto, la conjetura que puede realizarse a partir del trabajo con la simulación, al comienzo puede ser de carácter intuitivo, justamente el trabajo en el aula y a través del tiempo llevará a formalizar estos resultados a través de los teoremas correspondientes. Por supuesto, este proceso podría llevar algunos años a través de la enseñanza hasta llegar a la definición de los teoremas. Otra cuestión que se genera a partir de estas actividades es que permitirán que el alumno obtenga conclusiones basadas en la evidencia que proporciona la simulación, lo cual le permitirá comprender el proceso de la inferencia y tomar decisiones. Asimismo, se procura una habilidad progresiva para poner en práctica los procesos y actitudes propios del análisis sistemático de una tarea y de la indagación científica, ya que podemos concebir estas actividades como pequeñas investigaciones cuyo objetivo es encontrar los fundamentos de propiedades teóricas.

Tratamiento de la información y competencia digital. Cuando se propone recoger la información a través de tablas de distribución o de gráficos, estamos promoviendo que el alumno se enfrente a procesos de “recogida de datos” y “organización, análisis e interpretación de los datos”. De esta manera les permitimos que se habitúen a buscar, obtener y procesar información para transformarla en conocimiento. En estos casos estamos contribuyendo al aprendizaje del uso de distintos tipos de software y a adquirir destrezas de razonamiento para organizar la información, relacionarla, analizarla, sintetizarla y hacer inferencias y deducciones de distinto nivel de complejidad.

Competencia social y ciudadana. Esta actividad permite adquirir conocimientos diversos y habilidades complejas a través de los cuales se puede participar, tomar decisiones y responsabilizarse de las elecciones y conclusiones adoptadas. Además, permite concientizar a los alumnos de la importancia de la estadística en la sociedad actual, implicándose a través de procesos estadísticos. Finalmente, ayuda a tener una actitud crítica y reflexiva en la valoración de la información disponible, contrastándola cuando es necesario, y respetando las normas de conducta acordadas socialmente.

Competencia para aprender a aprender. Se ejercita el planteo de preguntas, identificar y manejar diversas técnicas y estrategias con las que afrontar una misma situación

problemática y tomar decisiones con la información de la que se dispone. Se ejercitan habilidades que permiten obtener información y transformarla en conocimientos propios y relacionarla con conocimientos previos.

Autonomía e iniciativa personal. Esta actividad brinda una buena gama de posibilidades, ya que podría plantearse de manera flexible y, una vez descubiertas las primeras regularidades, permite analizar distribuciones muestrales de otros estadísticos y obtener conclusiones en función de ellos. Esto permite que los mismos alumnos puedan utilizar otros criterios de análisis, ejercitar su imaginación y llevar adelante las acciones necesarias para encontrar otros tipos de regularidades y, con el tiempo, lograr probar otras conjeturas.

Reflexiones Finales

En este trabajo hemos descrito las características de una actividad propuesta para el aula de Estadística para el Nivel Medio y el Nivel Universitario (en un sentido introductorio en este último) basada en la utilización de software didáctico. También, hemos mostrado algunas de las virtudes de este tipo de trabajo, pero no debemos dejar de decir que el planteo de este tipo de propuestas debe ser siempre muy bien pensado y elaborado de acuerdo a los objetivos de enseñanza y de aprendizaje que se pretendan lograr.

En este sentido, es importante que el docente se comprometa con las tareas planteadas, que es justamente uno de los defectos cuando se utilizan actividades extraídas de libros de texto, no sólo porque el docente no ha estado comprometido en la elaboración de esa tarea sino porque generalmente, los autores deben seguir ciertas normas y presentar cuestiones que no están pensadas para cada grupo en particular. Es por ello, que fomentamos la idea de elaborar nuestras propias actividades en función del interés de los grupos con los que trabajamos y además, propiciamos la idea de utilizar las herramientas que están disponibles en Internet y que pueden ayudarnos a proponer nuestros propios objetivos de enseñanza y aprendizaje. Lo único que puede limitarnos es nuestra propia imaginación.

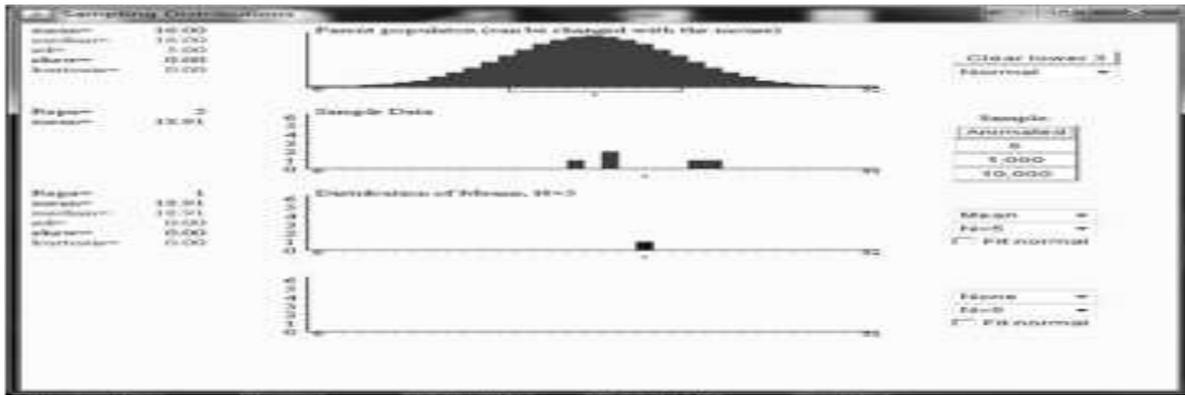
Referencias Bibliográficas

- Aliaga, M.; Cuff, C.; Garfield, J; Lock, R.; Utts, J. y Witmer, J. (2010). *GAISE College Report*. American Statistical Association. <http://www.amstat.org/education/gaise/>
- Batanero, C. (2009). Retos para la formación estadística de los profesores. *II Encontro de Probabilidade e Estatística na Scola*. Universidade do Minho, 2009, Braga, Portugal.
- Ben-Zvi, D. y Garfield, J. (2004). Statistical Literacy, Reasoning and Thinking: goals, definitions and challenges. En: D. Ben-Zvi y J. Garfield (eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking*, pp. 3-15.
- Bruner, J. S. (1960). *The process of education*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Gal, I. (2004). Statistical Literacy: meanings, components, responsibilities. En: D. Ben-Zvi y J. Garfield (eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking*, pp. 47 – 78.
- Goetz, S. (2008). *Fundamental ideas and basic beliefs in Stochastics. Theoretical Aspects and Empirical Impressions from the Education of Student Teachers*. Disponible en: <http://fplfachdidaktik.univie.ac.at/fileadmin/contributiongoetzrevised.pdf>
- Schild, M. (2002). Three Kinds of Statistical Literacy: What should we teach? *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching Statistics*. Ed B. Phillips. Cape Town: International Statistical Institute and International Association for Statistical Education. Disponible en: <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase>.
- Schild, M. (2006). Statistical literacy survey analysis: reading graphs and tables of rates percentages. *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*. Ed B. Phillips. Cape Town: International Statistical Institute and International Association for Statistical Education. Disponible en: <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase>.
- Tauber, L. (2010). Análisis de elementos básicos de alfabetización estadística en tareas de interpretación de gráficos y tablas descriptivas. *Ciencias Económicas. Revista de la Facultad de Ciencias Económicas de la UNL*. Año 8, 01, 53 - 67.
- Referencia de applet:** Simulador sobre Distribuciones Muestrales: http://onlinestatbook.com/stat_sim/sampling_dist/index.html

ANEXO: Actividad planificada para desarrollar en el Taller

- a. Ingresa en la página: http://onlinestatbook.com/stat_sim/sampling_dist/index.html, una vez ubicado en ella, pincha en el botón que indica: “Begin”, te aparecerá una ventana como la que mostramos en la Figura 2. Por defecto aparecerá la distribución de una población sobre la cual trabajaremos a continuación. Analiza y describe las características estadísticas de la distribución presentada por defecto.
- b. En el gráfico inmediatamente inferior, pincha en el botón que dice: “Animated”, de esta manera se simulará una muestra de cinco elementos extraídos aleatoriamente de la población inicial. Construye la tabla correspondiente a los valores obtenidos en el gráfico (puedes hacerla en una hoja, o directamente cargarla en una hoja de cálculo de GeoGebra). La distribución presentada en este gráfico, ¿tiene alguna característica similar a la de la distribución poblacional?
- c. Para cada muestra seleccionada, en el tercer gráfico, se presentará el valor de la media aritmética de la muestra correspondiente. Registra en otra tabla (o en otra columna de la hoja de cálculo) el valor obtenido.
- d. Repite 10 veces el proceso indicado en los ítems b y c. Ahora considera la distribución del tercer gráfico, describe si encuentras alguna característica similar a la distribución poblacional o a las distribuciones de algunas de las muestras seleccionadas.
- e. Sin borrar los valores que ya han sido seleccionados, ahora pincha en el botón que indica: “1000” ubicado en el segundo gráfico. En este caso, obtendrás los valores correspondientes a 1000 muestras de 5 elementos seleccionados aleatoriamente de la población (en otras palabras, estás repitiendo 1000 veces el proceso del punto b pero de una sola vez), y en el segundo gráfico no se representará nada porque allí sólo se representa cada una de las muestras por separado. Observa el tercer gráfico y describe nuevamente las características que presenta esta distribución. ¿Se puede determinar alguna característica similar a la población? ¿Cuál o cuáles? ¿qué diferencias observas entre ambas distribuciones?
- f. ¿Cuál o cuáles piensas que son los motivos para encontrar esas similitudes y esas diferencias?
- g. ¿Qué conclusiones podríamos sacar después de repetir el proceso de muestreo varias veces?

Figura 2. Simulador para generar distribuciones muestrales



Objetivos de la Actividad

Algunos de los objetivos que se pretenden lograr a partir del desarrollo de la actividad son:

- ✓ Construir distribuciones de frecuencias asociadas a muestras de distintos tamaños.
- ✓ Construir distribuciones muestrales de determinados estadísticos
- ✓ Distinguir entre parámetros, estadísticos y estimadores
- ✓ Introducir el concepto de error estándar de una distribución muestral
- ✓ Valorar los fundamentos de la utilización de estadísticos para estimar parámetros

Contenidos de la Actividad

A partir de esta actividad se pueden desarrollar las siguientes ideas estocásticas: Modelos de distribuciones de probabilidad. Parámetros, estadísticos y estimadores. Distribución de Frecuencias empíricas. Distribución Muestral de un estadístico y sus propiedades. Aproximación del modelo teórico a la distribución de frecuencias empírica. Análisis de la bondad de ajuste del modelo teórico a partir de la aproximación de los gráficos. Propiedades de los estimadores. Teorema Central del Límite.

Estos contenidos estarán íntimamente relacionados con conceptos previos tales como: Variable aleatoria. Variable estadística. Concepto de frecuencias absolutas y relativas. Medidas de tendencia central. Medidas de dispersión. Distribución de probabilidad Normal.

Extensión de la Actividad

Puede resultar muy enriquecedor al realizar cada muestreo, utilizar el cuarto gráfico para generar la distribución muestral de otro estadístico, por ejemplo, de la Mediana. De esta forma, se puede comparar la distribución muestral de la media y de la mediana, sus centros y dispersiones y de allí, obtener conclusiones sobre la bondad de cada estimador.