

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: ANALISANDO OS ERROS DE MATEMÁTICA NO CONTEXTO DE FÍSICA ELÉTRICA

Antonio Sergio Abrahão Monteiro Bastos - Norma Suely Gomes Allevato
a.abrahao@gmail.com - normallev@uol.com.br
Universidade Nove de Julho (Brasil) - Universidade Cruzeiro do Sul (Brasil)

Tema: A Resolução de Problemas em Matemática

Modalidade: CB

Nível educativo: Terciário - Universitário

Palavras chave: Resolução de Problemas, Análise de Erros, Ensino Superior, Educação Matemática.

Resumo

Este trabalho apresenta a Resolução de Problemas como veículo para a Análise de Erros, na prática de sala de aula, baseado num estudo de doutorado, desenvolvido com alunos do Ensino Superior de uma universidade privada, em que, pretende-se mostrar como a Análise de Erros pode ser uma aliada no ensino e aprendizagem da Matemática e da Física Elétrica. A metodologia de pesquisa empregada foi de natureza qualitativa, e a coleta de dados se deu com alunos de cursos de tecnologia computacional. Propôs-se aos alunos a leitura de um problema, que passou a ser um ponto de partida e que, através da resolução do problema, os alunos deviam fazer conexões entre diferentes ramos da matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos. A análise das resoluções apontam maneiras distintas de o aluno “olhar o problema”. Entende-se que o erro é uma etapa imprescindível para a construção do conhecimento no processo de aprendizagem. A análise das respostas permitiu conhecer as dificuldades matemáticas que os alunos encontram na resolução de problemas de Física Elétrica. Os debates a respeito das resoluções construídas permitiram construir novos conhecimentos matemáticos e, refletindo sobre os erros, apareceram lacunas de alguns conceitos matemáticos anteriores, possibilitando, assim, corrigirmos algumas dessas falhas.

Introdução

Em geral, quando há a necessidade de se utilizarem conteúdos matemáticos em aplicações da Física, envolvendo situações do cotidiano, surge a fragilidade e a falta de compreensão de alguns tópicos matemáticos anteriores, o que pode vir a impedir o aluno de estruturar suas resoluções para alguns problemas. Com isso, o aluno não avança na aprendizagem, ou seja, na construção de novos conhecimentos acerca dos conteúdos do Ensino Superior.

Investigações em Educação Matemática assinalam a importância da Resolução de Problemas enquanto prática educativa no ensino de Matemática. Em particular, o ensino de Matemática através da Resolução de Problemas vem se desenvolvendo, e este artigo relata um estudo desenvolvido em sala de aula utilizando essa metodologia de ensino,

contribuindo para que o aluno deixe de trabalhar em um processo mecanizado de utilização de resultados matemáticos, e construa novos conhecimentos.

O estudo considerou a Análise de Erros nas resoluções dos problemas matemáticos apresentadas pelos alunos, não como procedimento de avaliação somativa, visto que não foi atribuída nenhuma nota ou conceito para as atividades realizadas. Ela constituiu-se em elemento de estudo para uma avaliação formativa e contínua, procurando compreender onde os alunos apresentaram dificuldades, criando, assim, subsídios para sanar suas dúvidas.

Assim, o objetivo principal da pesquisa (Bastos, 2013) que originou este trabalho, foi responder à pergunta: **Como se apresentam os erros matemáticos cometidos pelos alunos ao resolverem problemas de Física Elétrica em um ambiente de ensino através da Resolução de Problemas?**

O presente artigo foi estruturado com duas seções teóricas, uma a respeito da Resolução de Problemas e outra sobre Análise de Erros. Uma seção apresenta de modo breve a metodologia empregada na pesquisa para, em seguida, descrever e analisar alguns dados construídos a partir das resoluções elaboradas pelos alunos para os problemas propostos. Finalizamos com algumas considerações finais.

Resolução de Problemas

Estudos em Educação Matemática no Brasil e no mundo apresentam algumas alternativas de abordagens para o seu ensino e para as pesquisas, e uma delas é a Resolução de Problemas.

A palavra problema está frequentemente associada a diferentes acepções, não se distinguindo, por vezes, exercício de problema. Para Onuchic (1999, p. 215), “problema é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver”. De acordo com Cai e Lester (2012, p. 148), “quando os pesquisadores utilizam o termo resolução de problema, eles estão se referindo a tarefas matemáticas que têm o potencial de proporcionar desafios intelectuais que podem melhorar o desenvolvimento matemático dos alunos”.

Pesquisas desenvolvidas por Onuchic (1999) e Allevato e Onuchic (2011) indicam que a resolução de problemas é um dos bons caminhos para aprender Matemática, mas, em

geral, se utiliza resolução de problemas apenas como aplicação do que se aprendeu e de conhecimentos anteriores. Onuchic (1999) destaca a necessidade de o professor de Matemática ter consciência do papel fundamental que a Resolução de Problemas exerce na aprendizagem matemática.

Entretanto, o modo de incorporar a Resolução de Problemas a fim de que promova uma aprendizagem significativa, ainda não é óbvio para professores de Matemática. Onuchic (1999) aponta, também, que os trabalhos realizados com Resolução de Problemas, muitas vezes, não chegam às salas de aula, ficando restritos aos ambientes acadêmicos.

Análise de Erros

No âmbito da Educação Matemática, os erros aparecem constantemente nas resoluções de tarefas matemáticas dos alunos. Eles sinalizam que dificuldades são de diferentes naturezas, por vezes geradas durante o processo de aprendizagem; se conectam e se reforçam na complexidade do processo de aprendizagem, construindo obstáculos que se manifestam na forma de respostas equivocadas.

Para Torre (2007, p. 27), “o erro é uma variável concomitante ao processo educativo, porque não é possível avançar em um longo e desconhecido caminho sem se equivocar: não há aprendizagem isenta de erros”, o que faz do erro um elemento sempre presente. As leituras que realizamos na literatura nos permitem inferir que a manifestação do erro indica que há alguma deficiência ou incompletude no conhecimento.

Bastos e Allevato (2011) destacam que o erro é um indicador ou sensor de processos que não funcionam como esperávamos, de problemas não resolvidos satisfatoriamente, de aprendizagens não alcançadas e de estratégias cognitivas inadequadas. Essas indicações devem conduzir a uma nova postura do professor e do aluno frente ao erro. Não a um sentimento de fracasso ou desalento, mas a uma atitude de busca positiva e contínua de melhoria e de novas aprendizagens.

Em um de seus trabalhos, Borasi (1985) comenta que ao considerarmos os erros, estaremos abrindo caminhos para conhecer a concepção de uma pessoa em relação a um conceito matemático, ou mesmo para revelar a “natureza da matemática” dessa pessoa.

A Análise de Erros pode ser entendida como metodologia de ensino quando se propõem atividades de exploração e reflexão sobre os erros, originando a construção de

conhecimentos; e como metodologia de pesquisa (Cury, 2007) com enfoques apontados pelos pesquisadores e pelas teorias em que se apoiam suas pesquisas.

Em qualquer uma dessas situações, podemos trabalhar o erro para atenuá-lo, para alcançar novos conhecimentos ou para promover novas investigações.

Metodologia, Procedimentos Metodológicos

A pesquisa apresentada no presente trabalho é de caráter qualitativo e se justifica pela necessidade de aproximação e familiarização com os sujeitos e com a situação a ser desenvolvida. Bogdan e Biklen (1994) asseguram que a pesquisa qualitativa encaminha o pesquisador a compreender as perspectivas dos sujeitos participantes. Ela nos mostra situações que ocorrem durante o processo de investigação que, com frequência, ficam invisíveis aos observadores externos.

Neste tipo de pesquisa, o investigador não é neutro, pois interpreta os dados coletados, segundo pressupostos teóricos que assume e segundo sua visão de mundo. O pesquisador é parte integrante da produção de conhecimento, e suas ponderações, observações em campo, impressões e sentimentos farão parte da análise de dados.

Aplicação dos Instrumentos de Pesquisa

Os sujeitos desta pesquisa foram alunos dos cursos de uma instituição particular de ensino superior da cidade de São Paulo, matriculados na disciplina de Infraestrutura Elétrica para Redes de Computadores, ministrada pelo pesquisador que é também professor das turmas investigadas. Os encontros para sua realização aconteceram dentro da carga horária e durante as aulas regulares da disciplina.

O sentimento de vários desses estudantes universitários quando se trata dessa disciplina, é de que não vêem aplicação do conteúdo ministrado em suas práticas diárias. Buscamos, então, através de Resolução de Problemas, inserir o conteúdo da disciplina em problemas aplicados, e analisamos os erros matemáticos cometidos por esses alunos.

Na pesquisa de campo, aplicou-se uma sequência de quatro situações problemas (Bastos, 2013), e separamos, para este trabalho, o Problema 2:

Uma grande fabricante de eletroeletrônicos, que se utiliza de monitores de raios catódicos, decidiu reduzir a produção desse tipo de produto. Tal medida se deu pelo relatório apresentado pelo seu diretor de tecnologia. Dentre as diversas informações contidas no relatório estavam às seguintes:

Monitor SVGA 14"

Descrição técnica

Corrente elétrica num feixe de elétrons	200 μA
Tempo em que os elétrons demoram a atingir a tela	1 segundo
Numero de elétrons que golpeiam a tela	$125 \cdot 10^{13}$ elétrons
DDP	110 - 220 Volts ~

Criar pelo menos 3 questões que podem ser respondidas, com as informações do problema, e responder uma delas.

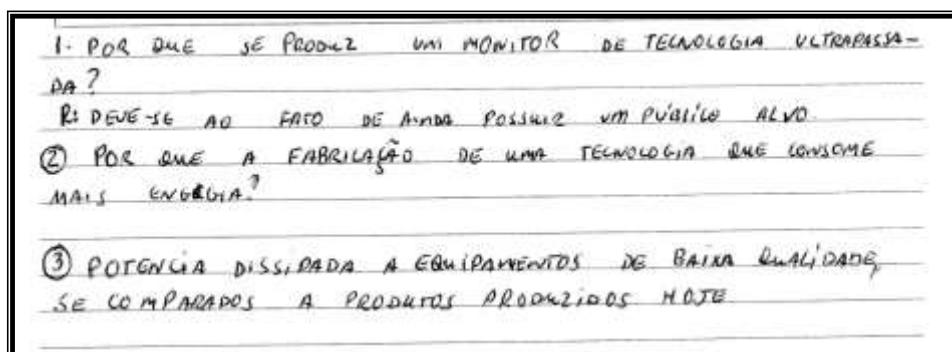
O objetivo do Problema, era que o aluno fosse capaz de compreender o enunciado, formular questões, procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema.

Outro objetivo era, também, de que fosse um problema gerador, ou seja, desencadeador do processo de compreensão e da formalização dos conceitos de carga elétrica, e da relação entre carga e corrente elétrica.

Para desenvolver a Análise de Erros, a partir dos padrões existentes nas resoluções, criamos quatro categorias.

A Categoria 1 - Erros ligados à linguagem natural - apresenta aspectos da convivência dos alunos no cotidiano, com expressões que denotam conceitos ou expressões da Física. A dificuldade em expressar seus pensamentos e escrevê-los de forma razoável, a partir do que foi solicitado, foi percebida na análise dos dados.

Figura 1 - Protocolo 1: Resposta elaborada por um grupo de alunos.



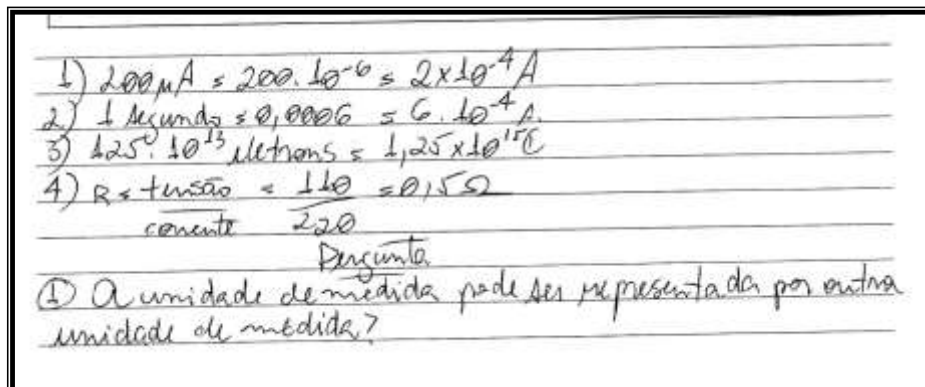
Fonte: Bastos (2013).

Como mostra o Protocolo 1, notamos que o grupo elaborou as perguntas e respondeu a uma delas, a primeira, mas de forma desconexa com o solicitado pelo problema. O grupo formulou a segunda pergunta também fora do contexto expresso pelo problema; e, por fim, o que deveria ser a terceira pergunta restringiu-se a um parágrafo também

sem vínculo com o enunciado. Nesse caso, o erro pode ter sido causado por dificuldades de leitura e interpretação do texto, ou seja, não houve compreensão do que foi expresso no problema.

Para a Categoria 2 - Erros ligados a cálculos incorretos - trazemos outra resolução apresentada para este problema:

Figura 2 - Protocolo 2: Resposta elaborada por outro grupo.



Handwritten work showing calculations and a question:

- 1) $200 \mu A = 200 \cdot 10^{-6} = 2 \times 10^{-4} A$
- 2) $1 \text{ Segundo} = 0,0006 = 6 \cdot 10^{-4} A$
- 3) $1,25 \cdot 10^{13} \text{ elétrons} = 1,25 \times 10^{13} e$
- 4) $R = \frac{\text{tensão}}{\text{corrente}} = \frac{110}{220} = 0,5 \Omega$

Pergunta

④ A unidade de medida pode ser representada por outra unidade de medida?

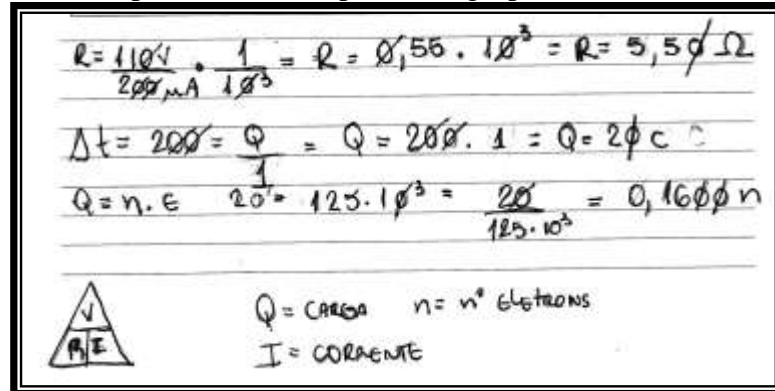
Fonte: Bastos (2013).

Para essa categoria de análise, o foco será colocado no item 4 indicado pelo grupo, que apresentou a fórmula correta e inseriu o valor do numerador corretamente; entretanto, ao selecionar o valor a ser inserido no denominador, considerou o valor 220. Neste caso, o grupo utilizou novamente a tensão elétrica, que era de 220 V, ao invés de inserir o valor correto da corrente elétrica, que era de $200 \mu A$. Esse erro pode ter sido a expressão de um mero engano na tomada de valores ou de confusão entre conceitos de tensão e corrente elétrica. Neste segundo caso, o erro refere-se à categoria 4, que será esclarecido a seguir.

Nesse mesmo protocolo, identificamos também um erro ligado à Categoria 4 - Erros ligados às deficiências na construção de conhecimento físico prévio – (em que ressaltamos neste protocolo, o item 3), em que o grupo realizou uma reescrita dos valores na base 10, acreditando que desse modo seria permitida a substituição da palavra “elétrons” pela unidade de medida Coulomb (C), ou melhor, consideraram que o número de elétrons poderia ser fornecido em C, que representa a unidade de carga, sugerindo falta de conhecimento sobre esses conceitos e suas respectivas unidades de medida.

E, finalmente, para ilustrar a Categoria 3 - Erros ligados às deficiências na construção de conhecimento matemático prévio - apresentamos a seguinte resolução:


Figura 3 - Protocolo 3: Resposta elaborada por outro grupo.



$$R = \frac{110V}{200\mu A \cdot 10^3} = R = 0,55 \cdot 10^3 = R = 5,5 \Omega$$

$$\Delta t = 200 = \frac{Q}{I} = Q = 200 \cdot 1 = Q = 200 \text{ C}$$

$$Q = n \cdot e \quad 200 = 125 \cdot 10^3 = \frac{200}{125 \cdot 10^3} = 0,16 \phi \phi n$$


 $Q = \text{CARGA}$ $n = n^\circ \text{ electrons}$
 $I = \text{CORRENTE}$

Fonte: Bastos (2013).

Nesse caso, o grupo não preparou questões a serem respondidas, conforme foi solicitado. Realizaram algumas aplicações de fórmulas, mas não é possível saber se as aplicações dessas fórmulas foram feitas para responder a perguntas pensadas pelos alunos.

Para melhor entender nossa análise para este protocolo, vamos iniciar pela utilização da fórmula $R = \frac{U}{I}$, da 1ª Lei de Ohm – na primeira linha da resolução. O grupo substituiu os valores de forma correta, mas os erros ocorreram em cadeia, iniciando por não indicar o sinal (-) no expoente da base 10 ao efetuar a divisão por 10^3 . Também, ao considerar o prefixo ‘micro’, o correto na conversão era 10^{-6} , porém foi indicado pelo grupo como 10^3 . Ainda, ao efetuar a multiplicação de 0,55 por 10^3 de forma errônea, indicou como resultado um valor 100 vezes menor.

Pensamos que essas alternativas de categorização dos erros vão além de diagnosticar, permitindo refletir com os alunos, como parte da construção de novos conceitos matemáticos e físicos, ou de sua revisão, assim como da compreensão da natureza e dos métodos da Matemática e da Física.

Considerações Finais

A análise das respostas fornecidas pelos alunos permitiu-nos refletir sobre como esses alunos trabalharam com a metodologia de ensino através da Resolução de Problemas, e conhecer um mais profundamente a natureza das dificuldades que alguns desses alunos enfrentaram na realização dessa tarefa, que envolveu conhecimentos sobre carga elétrica, corrente elétrica e prefixos matemáticos de base 10. As observações realizadas nos permitem afirmar que os alunos participantes dessa pesquisa se engajaram de

maneira muito ativa no trabalho de resolução do problema, tanto nos pequenos grupos quanto na plenária, quando foram analisadas as resoluções com toda a classe e formalizados os conceitos e conteúdos envolvidos nos problemas.

Nesse momento, em que analisamos os resultados dessa investigação sobre o ensino através da Resolução de Problemas e Análise de Erros, refletimos sobre a viabilidade da utilização em sala de aula da prática realizada nesta pesquisa. Particularmente, gostaríamos de contribuir com mais um caminho para o ensino de Matemática e Física Elétrica no Ensino Superior. Finalizamos este trabalho almejando proporcionar, àqueles que compartilham conosco da busca por novas possibilidades de ensino, a alternativa do ensino de Matemática através da Resolução de Problemas e da Análise de Erros. Cremos que esta forma de ensino possa colaborar para uma aprendizagem mais efetiva e significativa dos conteúdos físicos e matemáticos.

Referências

- Allevato, N. S. G. & Onuchic, L. R. (2011). Ensinando Matemática na Sala de Aula através da Resolução de Problemas. *Boletim Gepem*, Rio de Janeiro, Ano XXXIII, n.55, p.1-19, jul./dez. Disponível em <http://www.ufrj.br/seer/index.php/gepem/article/view/54/87>. Acesso em: 20 de junho de 2012.
- Bastos, A. S. A. M. (2013). *Análise de erros matemáticos na resolução de problemas, aplicados à física elétrica*. 199 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2013.
- Bastos, A. S. A. M. & Allevato, N. S. G. (2011). Análise de Erros: Perspectivas nos Processos de Ensino e Aprendizagem de Matemática. In: Lopes, C. E.; Allevato, N. S. G. (Org.). *Matemática e Tecnologias*. São Paulo: Terracota, p.17-38.
- Bodgan, R. C. & Biklen, S. K. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação*. Porto, Portugal, Porto Editora Ltda.
- Borasi, R. (1985). Using Errors as Springboards for the Learning of Mathematics: an Introduction. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, v.7, n. 3-4, p. 1-14.
- Cai, J. & Lester, F. (2012). Por que o Ensino com Resolução de Problemas é Importante para a Aprendizagem do Aluno? In: *Boletim GEPEM*. Trad. Bastos, A. S. A. M. e Allevato, N. S. G., Rio de Janeiro, n. 60, p. 241-254. Disponível em <<http://www.ufrj.br/SEER/index.php?journal=gepem&page=article&op=view&path%5B%5D=837>>. Acesso em: 11 jan. 2013.
- Cury, H. N. (2007). *Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Onuchic, L. R. (1999). Ensino: aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). *Pesquisa em Educação Matemática*. São Paulo: UNESP, p. 199-220.
- Torre, S. de la. (2007). *Aprender com os erros: o erro como estratégia de mudança*. Porto Alegre: ARTMED.