

MÉTODO HISTÓRICO DE ACHILLE BASSI NOS ELEMENTOS DE GEOMETRIA PROJETIVA

Aline Leme da Silva – Plínio Zornoff Táboas
aline.leme@ufabc.edu.br – plinio.taboas@ufabc.edu.br
Universidade Federal do ABC (UFABC) - Brasil

Tema: III.6 - Educação Matemática e História da Matemática.

Modalidade: Comunicação breve

Nível educativo: Terciário - Universitário

Palavras chave: Achille Bassi; Método Histórico; Geometria Projetiva; História e Aprendizagem.

Resumo

Achille Bassi (1907-1973), matemático italiano, chegou ao Brasil em 1939 a convite do governo brasileiro para lecionar na Universidade do Brasil. Em 1953, Bassi recebeu convite para organizar o Departamento de Matemática da Escola de Engenharia de São Carlos (hoje USP). Além da organização, Bassi dirigiu esse Departamento, lecionou, orientou alunos de graduação e pós-graduação, angariou recursos para criação – incluindo aquisição de obras raras – e manutenção da Biblioteca, que hoje leva seu nome. Ainda teve participação política decisiva para transformar o Departamento de Matemática em Instituto, do qual foi o primeiro Diretor entre 1972 e 1973. Além de toda atividade acadêmica e administrativa, Bassi também produziu material didático, tal como “Elementos de Geometria Projetiva”, no qual introduziu os axiomas de pertinência por um método chamado por ele de histórico. Essa referência do seu método a histórico se justificava pela crença de que a melhor maneira de introduzir conceitos novos era acompanhar suas evoluções a partir de outros já existentes. Assim, Bassi considerava haver um ganho didático na aprendizagem matemática, bem como nas ciências. Análise crítica da referida obra com foco nessa adoção filosófica de ciência dominada por paradigma absolutista de desenvolvimento histórico positivo como auxiliar pedagógico é objetivo desse trabalho.

Introdução

O trabalho aqui apresentado é um excerto de uma pesquisa em História da Matemática, cujo objetivo é o de analisar Achille Bassi em várias de suas dimensões profissionais, tais como professor, pesquisador, administrador e gestor de Matemática. Esse excerto deverá fixar atenção na sua obra Elementos de Geometria Projetiva, de 1967, além de traçar uma rápida biografia nesta introdução.

Achille Bassi foi um matemático que nasceu em Mondovi, Itália, em 9 de agosto de 1907, e formou-se na *Scuola Normale* de Pisa em 1930. Na Itália, Bassi foi assistente do Professor Francesco Severi na Universidade de Roma, também assistente ordinário da cadeira de Geometria Analítica, Projetiva e Descritiva na Universidade de Turim e professor interino para o Ensino de Geometria Descritiva e Complementos de Projetiva e Geometria Superior na Universidade de Bologna (Bassi, 1961, pp. 4-5).

Em 1939, Bassi aceitou o convite do governo brasileiro para atuar na Faculdade Nacional de Filosofia, que era integrante da Universidade do Brasil, no Rio de Janeiro, onde ministrou as disciplinas de Geometria Superior e Complementos de Geometria (Silva, 2002, p. 110). No curso de Geometria Superior ministrado em 1940, Bassi também introduziu a noção de Topologia Combinatória, que até então era desconhecida no Brasil (Bassi, 1961, p. 6).

Devido a alguns problemas enfrentados na FNFi, como a dificuldade na nomeação de assistentes devido a supressão de sua cadeira e, também, a ausência de uma Biblioteca Matemática orientada à investigação, Bassi aceitou um convite para lecionar na Faculdade de Filosofia da Universidade de Minas Gerais em 1947. No período em que esteve em Minas Gerais, Bassi também atuou na Escola Nacional de Minas e Metalurgia em Ouro Preto (Bassi, 1961, p. 8).

Por aceitar um convite para organizar o Departamento de Matemática da Escola de Engenharia de São Carlos no final de 1952, Achille Bassi desligou-se das suas atividades junto às faculdades em Minas Gerais e, não só isso, abandonou, também, a possibilidade de assumir uma cadeira na Universidade de Pisa ou na Universidade de Palermo, Itália, conquistada por meio de concurso. Dessa forma, pôde dedicar-se inteiramente à criação desse novo departamento (Bassi, 1961, pp. 9-10).

Antes mesmo das aulas na Escola de Engenharia terem início em 1953, a biblioteca idealizada por Achille Bassi já havia iniciado suas atividades, tanto que, existem livros tombados em 1952. Essa biblioteca, que hoje recebe o seu nome, possui obras raras adquiridas por ele mesmo e conseguiu manter-se até os dias atuais como uma das melhores bibliotecas matemáticas do país (Lingabue, 2000b, p. 1).

Em 1958, Bassi conseguiu, enfim, após longo período de tramitação burocrática, concluir um processo de revalidação de seus títulos. Com isso, pôde assumir em definitivo a cadeira de Geometria dessa instituição e lecionar as disciplinas concernentes a ela. Além disso, Bassi também organizou um curso de doutoramento, no qual orientou seu assistente, Gilberto Francisco Loibel, na feitura de sua tese (Bassi, 1961, p. 10).

Em 1971, foi criado o Instituto de Ciências Matemáticas de São Carlos, então desvinculado da Escola de Engenharia de São Carlos. O principal agente político desse

processo de criação de um Instituto autônomo foi Achille Bassi, que, agora professor concursado, ocupou a sua direção entre 1972 e 1973 (ano de sua morte), dedicando assim 20 anos de sua carreira à USP de São Carlos.

Além de toda essa atividade acadêmica e administrativa, Achille Bassi escreveu material de divulgação científica e material didático, como é o caso de “Elementos de Geometria Projetiva” de 1967. Nesse livro, Bassi introduziu os axiomas de pertinência por um método definido por ele de “histórico”. E disse:

A melhor maneira de introduzir conceitos novos parece-me a de mostrar como êles surgem naturalmente de conceitos já conhecidos, pertencentes a outra precedente disciplina já estudada, no caso a geometria elementar. Assim fazendo, o estudante revê e, quase diria, assiste ao evoluir da ciência e, uma vez chegado aos novos conceitos, reconhece imediatamente sua necessidade. (Bassi, 1967, pp. iv-v)

Desta forma, segundo Bassi:

A introdução destes novos conceitos é ocasião para outra observação. Assim agindo, abandona-se definitivamente o modelo platônico-euclideo de exposição da geometria, pelo qual chega-se aos conceitos fundamentais da geometria por abstração, partindo de objetos do mundo físico, sendo esta a situação que se verifica, com efeito, na geometria elementar, segundo o ponto de vista de Euclides. Os novos conceitos são agora, uma criação intelectual nossa; não são mais inspirados por objetos físicos; são conceitos por meio dos quais se molda uma nova linguagem, de força sintética muito maior, que permite descrever com rapidez um mais amplo conjunto de fatos geométricos. (Bassi, 1967, p. v).

Esse livro é o objeto da análise crítica do trabalho ora apresentado.

Análise da obra

A obra Geometria Projetiva, de 1967, representa o curso homônimo que Bassi ministrou na Escola de Engenharia de São Carlos para os alunos da Engenharia Civil e, segundo o autor, é uma versão melhorada de cursos que ministrou anteriormente na Faculdade de Filosofia da Universidade de Minas Gerais, durante sua permanência nessa instituição. No prefácio desse livro, o autor atenta para o seguinte:

Uma obra deste tipo, em que poderiam colaborar também outros matemáticos, parecer-me-ia útil em nosso país, onde são ainda poucos os centros devidamente aparelhados para um estudo aprofundado da matemática, e serviria de primeira orientação e estímulo aos muitíssimos que se acham fora destes centros. (Bassi, 1967, p. ii).

Sob o ponto de vista didático, Bassi não achou oportuno introduzir os axiomas básicos da Geometria Projetiva de forma completamente abstrata e julgou ser melhor mostrar que os conceitos novos surgiam de conceitos já conhecidos na Geometria Elementar. O aluno, então, poderia verificar os “progressos do pensamento matemático” e perceber que esse conhecimento é construído historicamente em atenção às necessidades sociais e teóricas.

Além disso, a expressão “surtem naturalmente”, utilizada por Bassi em referência a conceitos novos, apenas reforçou sua visão quanto ao “evoluir da ciência”. Assim, expôs sua concepção de que a ciência é somatória ou cumulativa, ou seja, de que ela adiciona novas verdades às verdades anteriores. Essa postura, muito comum entre os cientistas de sua época, defensores de que a ciência se aperfeiçoava e evoluía até chegar à verdade absoluta, diverge das discussões feitas por Thomas Kuhn em seu livro *A Estrutura das Revoluções Científicas*, no qual introduz a ideia de que a “ciência não se desenvolve pela acumulação de descobertas e invenções individuais” (Kuhn, 1998, p. 21). Kuhn vê a ciência de forma descontínua, feita por pesquisadores que passam por momentos de angústias e incertezas, e, desta forma, rompe com a linearidade da ciência em favor da ideia de *Revolução Científica*.

Kuhn esclarece que, quando a ciência normal (aquela amplamente aceita e que proporciona respostas aproximadamente boas e conformes à realidade do fenômeno observado) começa a dar, consecutivamente, respostas confusas, antagônicas ou muito imprecisas e os cientistas não conseguem mais evitar ou, mesmo, esconder as anomalias encontradas, então, iniciam-se investigações que acabam conduzindo “a profissão a um novo conjunto de compromissos, a uma nova base para a prática da ciência” (Kuhn, 1998, p. 25). As Revoluções Científicas são, portanto, essas mudanças nos compromissos profissionais, ou ainda, “...são os complementos desintegradores da tradição à qual a atividade da ciência normal está ligada” (Kuhn, 1998, p. 25).

É bem verdade que a tese de Kuhn se baseia nas ciências, em geral empíricas e aplicadas, e isso, de certa forma, exclui as matemáticas. Embora, também, seja verdade que essa tese pode ser observada no desenvolvimento da própria matemática. Dessa maneira, podemos entender o espírito de Achille Bassi como o de um verdadeiro cientista imbuído de uma visão filosófica absolutista dominada por um paradigma de desenvolvimento histórico – ainda que bastante limitado – positivo e cumulativo das ciências. É bom lembrar, também, que Achille Bassi teve sempre, em suas atividades acadêmicas, estreitas relações com o mundo das engenharias, que, como campo tecnológico, se vale das ciências para concretizar seus avanços.

A introdução de temas ou conceitos por meio de um *método histórico*, à Achille Bassi, era também defendida por vários autores desde a virada do século XIX para o XX. Acreditavam eles que o estudo de disciplinas científicas deveria seguir um método

historicamente orientado. Pierre Duhem (1861-1916), físico, químico e filósofo da ciência que estudou o desenvolvimento das físicas na Idade Média, defendeu esse método historicamente orientado, por acreditar que seria a melhor forma de conceder aos estudiosos a verdadeira compreensão dessa matéria (Kragh, 2001, p. 41). É claro que há argumentos a favor e contra esta função didática da história da ciência. Alguns defendem que a utilização da história faz com que a apresentação da ciência estudada seja mais amena, tornando-a mais interessante e atraente. Outros defendem que a história da ciência pode contribuir para uma concepção menos dogmática. Porém, essa utilização da história da ciência pode fortalecer esses dogmas (Kragh, 2001, pp. 41-42).

A introdução da Geometria Projetiva pelo *método histórico* de Bassi não é exclusividade sua, pois em livros do mesmo período, como *Projective Geometry*, de 1964 (Coxeter, 2003), e *Introduction to Projective Geometry* de Wylie (1970), e até em período anterior, como *Projective Geometry* de Faulkner (1949), também encontram-se subtítulos introdutórios sobre sua história. Tais livros são, inclusive, mais aprofundados nos desenvolvimentos do conteúdo técnico que o livro de Bassi. Fixando a atenção na adoção do tal *método histórico*, o que parece diferir mesmo é a forma de apresentação dos axiomas de pertinência. A profundidade conceitual do livro de Bassi não será analisada neste trabalho e, sim, noutra oportunidade.

Segundo Bassi, a Geometria Projetiva surgiu do esforço de organizar em uma teoria racional as regras práticas utilizadas pelos artistas renascentistas que tentavam representar na tela, da forma mais correta possível, os objetos da forma como nossos olhos os veem. Essas regras, que foram aperfeiçoadas, constituem, inicialmente, as teorias sobre perspectiva, cuja base teórica é, agora, fornecida pela Geometria Projetiva. Ainda que queira ser o mais didático possível, Bassi segue a tendência de organizar a matemática sob um ponto de vista mais formal, ou seja, lidar com entes abstratos em teoria axiomática ao invés de conceber formas a partir do mundo real como fez Euclides em seus *Elementos*. Essa tendência objetiva uma mais ampla aplicação da teoria.

Para Bassi, a criação de conceitos novos, também está relacionada à formação de outras ciências e, portanto, contribuem não somente com a educação matemática do estudante, mas também com sua educação científica; desta forma, o ensino não deve ser voltado apenas para o mercado de trabalho, mas deve ser “mentalmente formativo”, ou seja, deve pretender formar um cidadão completo, crítico e reflexivo, preocupado com os problemas

nacionais e também da humanidade. Na introdução do seu livro, Bassi deixou claro que há a necessidade de se conhecer os conceitos que serão utilizados na própria definição para que a mesma faça sentido e, como não é possível definir todos os conceitos, os que não podem sê-lo são chamados de entes ou conceitos fundamentais. Esses entes também devem gozar de propriedades fundamentais que são afirmadas pelos axiomas. Todos outros conceitos derivam dos fundamentais, assim como as demais propriedades são consequência dos axiomas. Aqui, Bassi também faz um esforço que é bem comum entre os matemáticos que pretendem ser didáticos em suas explanações e, conseqüentemente, atingir positivamente seu interlocutor. Nesse sentido, é bastante interessante a discussão feita por Coxeter para justificar a introdução de uma estrutura axiomática a partir de um jogo conhecido pelo nome *Vish* (alusão a *vicious circle*). Nesse jogo, a ideia básica é verificar quantos passos são dados até voltar-se no mesmo lugar. De forma mais clara, tome uma palavra e busque seu significado num dicionário; tome agora seu significado e faça uma nova busca no dicionário; faça isso sucessivamente e observe quantas vezes o fez até chegar de volta na palavra original (Coxeter, 2003, p. 5-6). Fica, assim, justificada a adoção de entes fundamentais abstratos como peças de suporte para a construção do que vier a seguir.

Portanto, para Bassi, a partir do momento que Euclides introduziu os conceitos fundamentais por abstração, não há mais a necessidade de se utilizar o significado físico conferido a eles; pode-se, simplesmente, utilizar suas propriedades formalizadas, que são resultado das relações entre postulados e conceitos. Ou seja, Bassi explicou que as teorias geométricas continuam sendo válidas por mais que se mudem os significados atribuídos aos conceitos fundamentais, porém, deve haver uma relação entre os novos entes considerados e os conceitos primitivos, relação esta que será chamada de isomorfismo sempre que dois sistemas matemáticos diferirem “somente pelo sentido concreto dado aos entes fundamentais e às relações entre estes” (Bassi, 1967, p. 4).

Achille Bassi também evidencia, na sua obra, que uma das diferenças entre Geometria Projetiva e Elementar está na maior variedade de propriedades geométricas que essa última estuda. Agora, a menor variedade de propriedades na Geometria Projetiva ocorre em função de alterações nos entes fundamentais em relação às concepções levadas a cabo na Geometria Elementar. Tais modificações permitiram a criação de um sistema matemático mais sintético do que o euclidiano e que influenciou o desenvolvimento da matemática no século XIX. Assim, Bassi considerou que a Geometria Projetiva

diferenciou-se da Geometria Elementar não só pelo gênero das propriedades que estuda, mas também pela forma como as considera, e as alterações introduzidas levaram a um alcance mais profundo com aplicações à geometria em geral.

Toda essa discussão foi feita por Bassi para justificar o que faria a seguir. Definiu, então, os conceitos fundamentais de ponto, reta, plano e espaço em Geometria Projetiva partindo de seus análogos da Geometria Elementar e, desta forma, colocou em prática o que classificou como “método histórico”, defendendo que assim os estudantes são conduzidos de forma mais “natural” aos conceitos novos introduzidos, apenas realizando modificações em conceitos já conhecidos, tornando-os agora conceitos da Geometria Projetiva ou, numa palavra, projetivos. Assim, Bassi apresentou os postulados de pertinência da Geometria Projetiva de forma que houvesse equivalência entre proposições dessa geometria e outras da Geometria Elementar. Depois de enumerar algumas proposições, explicou que, a “geometria projetiva tem pois o mérito de mostrar que as diversas proposições da Geometria elementar assim obtidas podem exprimir-se na nova linguagem de um único modo e constituem, do ponto de vista da lógica matemática, um teorema único” (Bassi, 1967, p. 21). Ou seja, uma proposição da Geometria Projetiva resume ou, melhor, sintetiza várias proposições da Geometria Euclidiana e esse fato se repete por toda a teoria. Concluiu, por fim, que “as figuras e os teoremas da Geometria projetiva são suscetíveis de várias particularizações métricas distintas do ponto de vista da Geometria elementar” e, embora os teoremas sejam diferentes, “têm a mesma estrutura lógica e podem ser demonstrados de uma única maneira, adotando uma linguagem mais apropriada” (Bassi, 1967, p. 21).

Deste modo, observa-se que Bassi cumpriu com o que propôs na introdução do livro. Utilizou o seu “método histórico” para expor os axiomas da Geometria Projetiva, utilizando para isto os conhecimentos prévios dos estudantes em Geometria Elementar.

Considerações Finais

Achille Bassi, ao longo de sua carreira, buscou contribuir para a consolidação de um espaço de pesquisa e ensino de Matemática no Brasil. Este fato pode ser observado através de seu empenho em criar e manter uma biblioteca, organizar o curso de Matemática do hoje conhecido como Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação de São Carlos (ICMCSC) da Universidade de São Paulo (USP), além de fazer publicações referentes à Matemática Pura, História da Matemática e Educação

Matemática e auxiliar na consolidação da Pós-graduação em Matemática da referida instituição.

Quanto ao livro, objeto de análise deste trabalho, observa-se a preocupação de Bassi em ser bastante didático, pois preocupou-se em aproveitar os conhecimentos prévios dos alunos em outra disciplina de forma que os mesmos vejam a Matemática como uma construção, evidenciando assim a visão absolutista de Bassi quanto ao desenvolvimento histórico positivo como auxiliar pedagógico no ensino-aprendizagem da Geometria Projetiva. De certa forma, isso parece diferir de outras obras mundo afora, mas há delas num leque amplo que vai da forma como Bassi pretendeu fazer até aquelas que apresentam maior grau de formalismo técnico matemático, como em *Foundations of Projective Geometry* de Robin Hartshorne, de 1967 (Hartshorne, 2009). No entanto, mais uma vez, a obra de Coxeter, aqui citada algumas vezes, além de ser mais extensa na tábua de conteúdos, segue tendência parecida a de Achille Bassi.

Referências bibliográficas

- Bassi, A. (1967). *Elementos de Geometria Projetiva*. São Carlos: Serviço de Publicações e Encadernação da Escola de Engenharia de São Carlos.
- Bassi, A. (1961). *Processo USP nº 6366-53*.
- Coxeter, H. S. M. (1964). *Projective Geometry*. New York: Springer, 2003.
- Faulkner, T. E. (1949). *Projective Geometry*. New York: Interscience Publishers.
- Fávero, M. L. A., & Peixoto, M. C. L. (1991). Professores Estrangeiros na Faculdade Nacional de Filosofia, RJ (1939-1951). *Cadernos de Pesquisa*, São Paulo, SP, Brasil, 78, 59-71.
- Hartshorne, R. (2009). *Foundations of Projective Geometry*. Edition with an added appendix. New York: Ishi Press.
- Kragh, H. (2001). *Introdução à historiografia da ciência*. Porto: Porto Editora.
- Kuhn, T. S. (1998). *A Estrutura das Revoluções Científicas*. (B. Boeira & N. Boeira, Trad.). São Paulo: Editora Perspectiva. (Obra original publicada em 1962).
- Lingabue, A. (2000a, março 24). Comemoração dos 30 anos do ICMC (Entrevista com Plácido Zoega Táboas).
- Lingabue, A. (2000b, abril 13). Comemoração dos 30 anos do ICMC (Entrevista com Gilberto Francisco Loibel).
- Silva, C. M. S. (2002). Formação de Professores e Pesquisadores de Matemática na Faculdade Nacional de Filosofia. *Cadernos de Pesquisa*. São Paulo, SP, Brasil, 117, 103-126.
- Wylie Jr, C. R. (1970). *Introduction to Projective Geometry*. New York: McGraw-Hill Book Company.