

## LA ENSEÑANZA DE LOS NÚMEROS RACIONALES EN LA ESCUELA SECUNDARIA ¿QUÉ PROPONEN LOS TEXTOS ESCOLARES?

Marta Graciela Nardoni, Marcel David Pochulu  
mgnardoni@arnet.com.ar - marcelpochulu@hotmail.com  
Universidad Nacional del Litoral (Argentina) - Universidad Nacional de Villa María  
(Argentina)

Tema: V.4 - Materiales y Recursos Didácticos para la Enseñanza y Aprendizaje de la Matemática.

Modalidad: Comunicación Breve (CB)

Nivel educativo: Medio (11 a 17 años), Terciario, y Formación y actualización docente

Palabras claves: Análisis didáctico de textos, Números racionales, Enfoque

Ontosemiótico.

### Resumen

*El trabajo tuvo por objetivo realizar un análisis didáctico de las propuestas de enseñanza de números racionales que promueven los textos escolares de Matemática para la Escuela Secundaria.*

*Como marco teórico y metodológico se utilizaron herramientas del Enfoque Ontosemiótico del conocimiento e instrucción matemática (EOS).*

*Se analizaron las tareas y actividades que proponen 8 libros escolares de Matemática, que son utilizados frecuentemente por los profesores o recomendados desde los organismos oficiales de Argentina. Para el análisis se tuvo en cuenta: el tipo de situación problema que propone; los conceptos, definiciones, propiedades, procedimientos, algoritmos, técnicas de cálculo o modos de ejecutar determinadas acciones o rutinas, tanto previos como emergentes; los argumentos y razonamientos necesarios para validar, justificar o explicar las proposiciones y los procedimientos, o la validez de la solución a un problema, y los términos, expresiones, notaciones, gráficos, etc., que aparecen en la resolución de la actividad. Asimismo, se consideraron las conexiones que se establecen entre diferentes contenidos matemáticos.*

*Estos elementos permitieron estructurar una configuración epistémica del tema objeto de estudio, que junto a los indicadores de idoneidad que proporciona el EOS, permitieron realizar una valoración de la propuesta didáctica de cada texto.*

### Introducción

Los textos escolares constituyen una fuente de consulta muy importante de los profesores para el diseño y preparación de sus clases, y por consiguiente, es indiscutible su influencia directa o indirectamente en los procesos de enseñanza y aprendizaje en las aulas.

Según Font (2011), una de las competencias profesionales que debe tener el profesor de Matemática es la competencia en análisis didáctico de secuencias de tareas, que le permita su diseño, aplicación, valoración y mejora. Las tareas son las situaciones que el profesor propone (problema, investigación, ejercicio, etc.) a los alumnos, las que son el

punto de partida de la actividad a desarrollar en la clase, la que a su vez, produce como resultado algún aprendizaje.

Recientemente aumentó el interés en el área de la Educación Matemática sobre el diseño y rediseño de tareas al considerarlo un aspecto clave para conseguir una enseñanza de calidad (por ejemplo, Mason & Johnston-Wilder, 2004; Tzur, Sullivan & Zaslavsky, 2008; Zaslavsky & Sullivan, 2011).

En este sentido, el presente trabajo tiene por objetivo realizar un análisis didáctico de las tareas y actividades que proponen los textos escolares sobre un objeto matemático particular, utilizando herramientas teóricas que provienen de la Didáctica de la Matemática.

Este análisis didáctico tiene una doble finalidad. Por un lado, contar con información acerca de la idoneidad didáctica que tienen las tareas que proponen los textos escolares actuales de Matemática sobre un objeto matemático particular, y por el otro, aplicar herramientas de la Didáctica de la Matemática que pudieran ser útiles al profesor para desarrollar su competencia en análisis didáctico.

### **Marco teórico y metodología del trabajo**

Se analizaron las actividades que proponen 8 libros de textos escolares de Matemática, de la escuela secundaria, centrandó la atención en aquellas donde se aborda a los números racionales como objeto de estudio. La selección de los libros deviene de los datos obtenidos a través de profesores que trabajan en la escuela secundaria y de las autoridades del Ministerio de Educación Provincial de Santa Fe que están a cargo de este nivel educativo.

Utilizamos como herramientas teóricas las que propone y aporta el Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática (EOS) de Godino, Batanero y Font (2007) pues nos ofrece un punto de vista pragmático, semiótico y antropológico para el análisis de procesos de enseñanza-aprendizaje de la Matemática. La ontología matemática definida en el EOS permite describir las unidades didácticas (y las secuencias de actividades) de los libros de texto como la presentación estructurada de objetos matemáticos denominados primarios, los que conforman una configuración epistémica.

El análisis de las configuraciones epistémicas nos da información acerca de la “anatomía de un texto matemático”, lo que permite resaltar el valor contextual y funcional de los

objetos matemáticos, pudiendo describir las características de los textos de distintas épocas y orientaciones epistemológicas y didácticas.

Para cada libro de texto se confeccionó una configuración epistémica. Asimismo, fue necesario imaginar posibles desarrollos que realizarían los estudiantes, con la finalidad de determinar conceptos, propiedades y procedimientos previos y emergentes. Si bien el análisis de cada texto se hace teniendo presente los objetos primarios que intervienen, la síntesis final deviene de una mirada global de esta configuración epistémica.

Asimismo, se utilizaron los indicadores de idoneidad didáctica que proporciona el EOS para realizar una valoración de las propuestas de tareas y actividades que se plasmaron en los textos escolares analizados, para las seis facetas implicadas en los procesos de estudio matemático: epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional, emocional y ecológica.

### **Resultados y discusión**

Con el propósito de conservar la privacidad de los autores de los textos escolares y de sus editoriales, no se mencionan los mismos en el desarrollo del trabajo.

En función de las características generales de las propuestas didácticas, de la estructuración de las mismas y del enfoque utilizado, clasificamos los textos en dos grupos que llamaremos 1 y 2.

#### **GRUPO 1**

La unidad didáctica presenta la estructura siguiente:

- 1) Problemas contextualizados iniciales de introducción del tema
- 2) Desarrollo de la unidad con problemas contextualizados de aplicación.
- 3) Problemas contextualizados y descontextualizados (intra-matemáticos) de afianzamiento o consolidación propuestos al final del tema.

La configuración epistémica de este grupo de textos (ver Anexo I) muestra que se pone énfasis en la resolución de situaciones problemáticas como centro de la actividad matemática.

Se puede observar que todos los temas de la unidad didáctica se introducen con situaciones problemáticas contextualizadas, las cuales para resolverlas necesitan conceptos, propiedades y procedimientos previos que deben poseer los alumnos y motivan o aparecen conceptos, propiedades y procedimientos emergentes necesarios para llegar a la solución de la misma. Estas tareas demandan de la utilización de un lenguaje verbal, simbólico y gráfico según el tipo de situación.

Luego se introducen teóricamente los conceptos, propiedades y procedimientos emergentes (nuevos) de la actividad propuesta, seguidos de situaciones problemáticas intra-matemáticas y extramatemáticas para afianzar los mismos (tareas de refuerzo).

En estas situaciones aparecen, en algunos casos, la necesidad de la argumentación, es decir, se deben justificar las respuestas en base a conceptos, propiedades o procedimientos aplicados previamente.

Podemos considerar que la gestión de la clase implícita que sugiere el texto es la siguiente: el profesor propone situaciones problemáticas que los estudiantes han de intentar resolver. Luego, en el proceso de puesta en común de las soluciones, además de resolver los problemas, se van recuperando los conceptos involucrados en la unidad didáctica. Estos conceptos, a su vez, se relacionan y organizan para ser primero aplicados a ejercicios y después, utilizarlos en la resolución de problemas contextualizados más complejos.

El tipo de argumentación que se utiliza es de tipo inductivo.

## GRUPO 2

La configuración epistémica para este grupo de textos (ver Anexo II) sugiere la estructura siguiente:

- 1) Situaciones descontextualizadas o intra-matemáticas.
- 2) Ejemplificación de los conceptos o aplicación de procedimientos.
- 3) Algunos problemas descontextualizados y contextualizados para afianzar conceptos o procedimientos

La mayoría de los temas de la unidad se introducen con situaciones problemáticas intramatemáticas, que llevan a la aplicación de procedimientos, ejemplificación de definiciones, etc., las cuales motivan y dan origen a nuevos conceptos, propiedades y procedimientos.

Para estas tareas se requiere de la utilización de un lenguaje verbal, simbólico y gráfico, según el tipo de situación.

Posteriormente se introducen los conceptos, propiedades y procedimientos emergentes (nuevos) de la actividad propuesta, seguidos de situaciones problemáticas intra-matemáticas y extramatemáticas para afianzar los mismos.

No aparecen actividades que impliquen procesos de argumentación, es decir, en ningún momento se solicita justificar o validar las respuestas de las actividades en base a conceptos, propiedades o procedimientos aplicados previamente.

Este grupo de textos se caracteriza por centrar la actividad matemática en los procedimientos propios del tema y parece responder a una concepción más formalista de la Matemática. Las situaciones problema sólo tienen la función de afianzar un concepto, y por sí solas no inducen a que se construyan los mismos.

Podríamos considerar que la gestión de la clase que sugiere el texto es la siguiente: El profesor expone los conceptos, propone ejemplos y demuestra propiedades. Los alumnos han de aplicar dichos conceptos y propiedades a la resolución de problemas descontextualizados.

El análisis de la idoneidad didáctica de los dos grupos de textos, y centrándonos principalmente en las dimensiones epistémica, cognitiva e interaccional, arroja los siguientes resultados.

#### GRUPO 1

Idoneidad epistémica: Consideramos que este grupo de textos tiene una idoneidad epistémica alta teniendo en cuenta que:

Las situaciones problemáticas son representativas de los significados de los números racionales, y además permiten contextualizar los conocimientos pretendidos, ejercitarlos y aplicarlos a situaciones relacionadas.

El lenguaje verbal, simbólico y gráfico utilizado es representativo de los números racionales; y además se tiene en cuenta las transformaciones, y conversiones entre los mismos.

Los conceptos, propiedades y procedimientos son representativos de los números racionales y adaptados al nivel, capacidades y recursos. Los mismos se presentan de manera contextualizada, son explicados y justificados mediante argumentos representativos y adaptados a los estudiantes.

A través de las situaciones problemáticas de aplicación los estudiantes tienen ocasión de expresar y comunicar sus procedimientos y argumentaciones, y en general, sus conocimientos.

Idoneidad cognitiva: Consideramos que es medianamente alta, pues si bien en los textos no se puede realizar un seguimiento de lo que efectivamente habrían realizado los estudiantes con las tareas (en términos de la zona de desarrollo próximo de los mismos para conocer sus significados previos), las actividades planteadas en las situaciones problemáticas consideran los conocimientos previos de los mismos y en algunos casos, los retoman a través de explicaciones más profundas.

Idoneidad interaccional: consideramos que las situaciones problemáticas planteadas generarían una idoneidad interaccional alta dada que el diseño de la tarea conlleva a que interactúe el profesor con los alumnos y entre ellos. Si esto es acompañado de una gestión adecuada por parte del profesor, promovería el diálogo y trabajo cooperativo. Es de destacar que esta idoneidad se considera alta si el profesor advierte los conflictos potenciales de las tareas y son abordados en la clase, para lo cual, debería valorar la relación de los estudiantes con los objetos matemáticos y, eventualmente, determinar la intervención más adecuada.

## GRUPO 2

Idoneidad epistémica: Consideramos que este grupo de textos tiene una idoneidad epistémica baja teniendo en cuenta que: Si bien las situaciones intra- matemáticas son representativas de los significados de los números racionales, estas no permiten contextualizar los conocimientos pretendidos y aplicarlos a situaciones relacionadas. Simplemente apuntan a desarrollar procesos de algoritmización a través de la resolución de tareas similares.

El lenguaje verbal, simbólico y gráfico utilizado es representativo de los números racionales, pero se utiliza muy poco, fundamentalmente el verbal y gráfico. Tampoco se tienen en cuenta las transformaciones y conversiones entre los mismos.

Los conceptos, propiedades y procedimientos son representativos de los números racionales pero no se integran entre sí a través de situaciones contextualizadas, ni tampoco son justificados con argumentaciones representativas.

Idoneidad cognitiva: Consideramos que es medianamente baja, pues si bien en los textos no se puede realizar un seguimiento de los estudiantes para evaluar la idoneidad cognitiva, las actividades planteadas consideran muy someramente los conocimientos previos de los mismos y en ningún caso los retoman a través de explicaciones.

Idoneidad interaccional: consideramos que las situaciones generan una idoneidad interaccional baja dada que no implican una interacción entre profesor y alumno o alumno y alumno puesto que esta configuración sugiere una clase magistral donde el profesor explica, ejemplifica, etc. y los alumnos lo aplican sin que haya una interacción entre ellos. Esto no le permite al profesor valorar la relación de los estudiantes con los objetos matemáticos es decir tener en cuenta sus dificultades y, eventualmente, determinar la intervención más adecuada.

En referencia a la idoneidad mediacional, que implica el grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del

proceso de enseñanza y aprendizaje, si bien no puede inferirse en ninguno de los dos grupos de textos, consideramos que si el profesor y los estudiantes tuvieran a su disposición medios informáticos y calculadoras, el grupo de tareas que se proponen contextualizadas resultan pertinentes para el caso, en contraposición de aquellas que requieren aplicar procedimientos trabajados por el docente.

Con respecto a la idoneidad emocional, la cual sugiere el grado de interés y motivación de los estudiantes en el proceso de estudio, consideramos que el grupo de textos que trabaja con situaciones contextualizadas tiende a lograr que esta sea más alta, pues proponen tareas contextualizadas que generan mayor interés y motivación en los estudiantes.

### **Reflexiones finales**

Teniendo en cuenta los dos grupos de textos analizados, consideramos que el grupo 1 que propone problemas contextualizados y pone como centro de la actividad matemática la resolución de problemas presenta una idoneidad didáctica más alta, pues supone aprender Matemática recurriendo a experiencias cotidianas sobre el comportamiento de los objetos materiales, tal como es sugerido desde las directrices curriculares de Argentina.

Consideramos que las herramientas aplicadas son de utilidad para el profesor para analizar la idoneidad didáctica que está plasmada a través de las tareas que proponen los textos escolares. Al mismo tiempo, el análisis didáctico de los textos pone en relieve la actividad matemática que estaría presente en la clase y permitiría al profesor gestionar adecuadamente la misma. Esto es, si se tiene un texto que presenta características más formalistas, como los del grupo 2, se puede gestionar la clase elevando la idoneidad didáctica de aquellas facetas que se ven más desfavorables. En síntesis, creemos que para cualquier profesor que se plantee como adaptar a su contexto y circunstancia la propuesta didáctica de un determinado texto, es necesario adoptar criterios de idoneidad que permitan mejorarla y optimizarla.

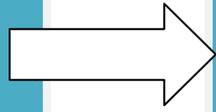
### **Referencias bibliográficas**

- Abrate, R.; Pochulu, M. y Vargas, J. (2006). *Errores y dificultades en Matemática: análisis de causas y sugerencias de trabajo*. Buenos Aires: Universidad Nacional de Villa María.
- Cid, E.; Godino, J. D. y Batanero, C. (2003). *Sistemas numéricos y su didáctica para maestros*. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de

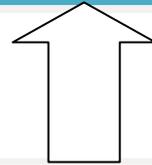
- Granada. Extraído el 30 de noviembre de 2011 de <http://www.ugr.es/local/jgodino/>
- D'Amore, B. (2005). *Bases filosóficas, pedagógicas, epistemológicas y conceptuales de la didáctica de la matemática*. México: Reverté
- Font, V. (2001). Processos mentals versus competencia. *Biaix* 19, 33-36.
- Font, V. (2011). Competencias profesionales en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 26, 9-25.
- Godino, J. D. (2000). Significado y comprensión en matemáticas. *UNO* 25, 77-87.
- Godino, J. D. (2003). *Teoría de las funciones semióticas. Un enfoque ontológico-semiótico de la cognición e instrucción matemática*. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada. Extraído el 2 de febrero de 2011 de <http://www.ugr.es/~godino/funciones-semioticas/monografiatfs.pdf>.
- Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 14(3), 325-355.
- Godino, J.; Font, V.; Konic, P. y Wilhelmi, M. (2009). El sentido numérico como articulación flexible de los significados parciales los números. En J. M. Cardeñoso y M. Peñas (2009). *Investigación en el aula de Matemáticas. Sentido Numérico*. Granada: SAEM Thales y Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, pp. 117- 184.
- Pino-Fan, L.; Godino, J.D. y Font, V. (2011). Faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático sobre la derivada. *Educação Matemática Pesquisa* 13 (1), 141-178.
- Pochulu, M. (2005). Análisis y categorización de errores en el aprendizaje de la Matemática en alumnos que ingresan a la Universidad. *Revista Iberoamericana de Educación* 35.
- Pochulu, M. (2011). Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento e Instrucción Matemática. En: M. Pochulu y M. Rodríguez. (Comps.). *Educación Matemática – Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos*. Los Polvorines: Ediciones UNGS y EDUVIM, pp. 54 – 84.
- Rodríguez *et al.* (2010). Proyecto de mejora para la formación inicial de profesores para el nivel secundario. Área: Matemática. En INFD (Comp.). *Proyecto de mejora para la formación inicial de profesores para el nivel secundario. Áreas: Biología, Física, Matemática y Química*. Ministerio de Educación, Instituto Nacional de Formación Docente y Secretaría de Políticas Universitarias, pp. 118-179. Extraído el 1 de septiembre de 2011 de <http://cedoc.infed.edu.ar/upload/Matematica.pdf>
- Rodríguez, M.; Pochulu, M. y Ceccarini, A. (2011). Criterios para organizar la enseñanza de Matemática Superior que favorecen la comprensión. Un ejemplo sobre aproximaciones polinómicas de funciones. *Educação Matemática Pesquisa* 13 (3), 624-650.
- Tzur, R.; Sullivan, P., & Zaslavsky, O. (2008). Examining teachers' use of (non-routine) mathematical tasks in classrooms from three complementary perspectives: Teacher, teacher educator, researcher. In O. Figueras & A. Sepúlveda (Eds.), *Proceedings of the Joint Meeting of the 32nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, and the 30th North American Chapter* (Vol. 1, pp. 133-137). México: PME.
- Zaslavsky, O. & Sullivan, P. (Eds.). (2011). *Constructing knowledge for teaching: Secondary mathematics tasks to enhance prospective and practicing teacher learning*. New York: Springer.

**VERBAL**

Enunciados de Situaciones problemáticas  
Argumentación de procedimientos.



**SITUACIONES PROBLEMÁTICAS  
CONTEXTUALIZADAS.**  
Problemas de introducción y aplicación en los que las variables son números racionales



**RESUELVEN**

**SIMBÓLICO**

Expresión de Números racionales.  
Expresión de ecuaciones y desigualdades..  
Expresión de propiedades de las operaciones

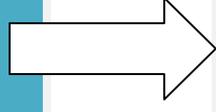
**CONCEPTOS**  
**PREVIOS:** Números Naturales y enteros. Operaciones. Cociente. Razón. Recta numérica. Magnitudes. Unidades. Ecuaciones. Desigualdades  
**EMERGENTES:** Fracción. Fracciones equivalentes. Proporción. Representación gráfica de fracciones. Operaciones con fracciones. Expresión decimal de una fracción. Aproximación. Notación científica. Operaciones con expresiones decimales. Ecuaciones.

**EXPRESA  
Y  
SOPORTA**

**PROCEDIMIENTOS**  
**PREVIOS:** Cálculos numéricos. Interpretación de enunciados. Algoritmos de las operaciones. Representación de puntos en la recta.  
**EMERGENTES:** Representación gráfica y simbólica de fracciones. Completamiento de tablas. Interpretación de gráficos y enunciados. Comparación de fracciones. Calculo de elementos en una proporción. Aplicación de algoritmos en operaciones con fracciones y expresiones decimales. Aproximación de decimales por redondeo y truncamiento. Expresión de números en notación científica. Resolución de ecuaciones

**GRAFICO**

Representación de racionales en la recta numérica.  
Construcción de gráficos de fracciones con cantidades discretas y continuas.  
Interpretación de enunciados a través de tablas y gráficos



**REGULAN  
EL USO**

**PROPIEDADES:**  
**PREVIAS:** De las operaciones con Naturales y Enteros.  
**EMERGENTES:** De las fracciones equivalentes. De las proporciones. De las operaciones con fracción y decimales



**JUSTIFICAN**



**ARGUMENTOS:** argumentación de las respuestas a través de los procedimientos utilizados.  
Argumentación a través de ejemplificaciones.  
Argumentación a través de gráficos.

ANEXO I

**VERBAL**  
Expresión verbal de propiedades y definiciones

**SIMBÓLICO**  
Expresión de Números racionales como fracción y como número decimal  
Expresión de propiedades de las operaciones con ejemplos

**GRAFICO**  
Representación de racionales en la recta numérica.

**SITUACIONES DESCONTEXTUALIZADAS O INTRA-MATEMÁTICAS**

Ejercicios de introducción como ejemplificación y de aplicación en los que las variables son números racionales

RESUELVEN

**CONCEPTOS**

PREVIOS: Números Naturales y enteros. Operaciones. Cociente entre enteros. Recta numérica.  
EMERGENTES: Fracción. Fracciones equivalentes. Representación gráfica de fracciones. Operaciones con fracciones. Expresión decimal de una fracción. Aproximación. Notación científica. Operaciones con expresiones decimales.

**PROCEDIMIENTOS**

PREVIOS: Cálculos numéricos. Algoritmos de las operaciones. Representación de puntos en la recta.  
EMERGENTES: Ejemplificación. Representación gráfica de fracciones. Completamiento de tablas. Comparación de fracciones. Aplicación de algoritmos en operaciones con fracciones y expresiones decimales. Aproximación de decimales por redondeo y truncamiento. Expresión de números en notación científica. Resolución de ecuaciones

**PROPIEDADES:**

PREVIAS: De las operaciones con Naturales y Enteros.  
EMERGENTES: De las fracciones equivalentes. De las Operaciones con fracción y decimales

JUSTIFICAN

**ARGUMENTOS:** Explicaciones que tienen que ver con la intuición y que pueden facilitar la comprensión.

EXPRESA  
Y  
SOPORTA

REGULAN  
EL USO

ANEXO II