Memorias del IX Congreso Venezolano de Educación Matemática
ISBN: 978-980-7464-17-8

MODELACIÓN Y TECNOLOGÍAS. UN ANÁLISIS DEL PROCESO DE MATEMATIZACIÓN EN LA SIMULACIÓN CON GEOGEBRA

Rafael E. Gutiérrez[1] y **Juan Luis Prieto G.**[1,2]
[1]Grupo TEM: Tecnologías en la Educación Matemática, [2]Universidad del Zulia
rafael.gutierrez0593@gmail.com
Modelización Matemática. Educación Media

RESUMEN

En los últimos años, el uso de simuladores computacionales y sus bondades para el desarrollo de actividades de modelación matemática ha sido un tema de gran interés en el campo de la Educación Matemática. Ceñidos a esta temática, desde el Grupo TEM: Tecnologías en la Educación Matemática hemos comenzado a interesarnos por las relaciones entre la simulación con GeoGebra y el conocimiento matemático que subyace de esta actividad. Un aspecto de estas relaciones lo constituye el aprendizaje matemático logrado por los estudiantes de Educación Media que se involucran en experiencias de simulación con GeoGebra. Al respecto, centramos la atención en los mecanismos cognitivos a través de los cuales tal aprendizaje es producido, por lo tanto, en este trabajo asumimos una perspectiva cognitiva de la modelación para analizar el proceso de "matematización" de un grupo de estudiantes de un Club GeoGebra que se dedicaron a representar una pieza que compone al mecanismo de una máquina de vapor tipo Newcomen. La perspectiva cognitiva en cuestión tiene que ver con el "ciclo de modelación" de Blum & Leiβ (2007), específicamente en lo que respecta al tránsito por las fases modelo real y modelo matemático. La representación de la pieza en el software se trató durante una sesión de trabajo que fue video grabada y en la cual participaron tres estudiantes de 5to año de Educación Media que integraban el Club GeoGebra de una institución educativa oficial durante el año escolar 2014-2015. El análisis del proceso de matematización nos permitió identificar tres episodios que revelan cómo los participantes generaron un modelo matemático útil para representar la cadena en el GeoGebra. La obtención de este modelo matemático se basó en ciertos análisis sobre las formas geométricas asociadas por los participantes al contorno de la pieza sobre ciertas imágenes de referencia.

Palabras clave: Simulación con GeoGebra, matematización, modelo matemático.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Hoy en día la modelación matemática se plantea como un tema recurrente en el campo de la Educación Matemática (Kaisser, 2014). Prueba de ello lo constituyen tanto el establecimiento de grupos de discusión sobre diferentes perspectivas de la modelación en eventos científicos nacionales e internacionales (entre ellos, el COVEM, CIAEM, CNMEM, CIBEM y RELME), como el notable incremento en el número de estudios sobre esta temática que año tras año son publicados en revistas especializadas, actas y libros procedentes de América Latina (Borba & dos Santos, 2014; Gonçalves, 2015; Salett & Hein, 2004; Serres, 2015; Stillman, Kaiser, Blum & Brown, 2013). En estos espacios, profesores, investigadores y responsables de las políticas educativas coinciden en la importancia que la modelación reviste para el desarrollo de una Educación Matemática socialmente pertinente, inclusiva y conectada con la realidad y otras disciplinas científicas (Villa-Ochoa, Bustamante, Berrio, Osorio & Ocampo, 2009).

Un aspecto a destacar en varios trabajos relacionados con la modelación en la Educación Matemática tiene que ver con las bondades de integrar tecnologías digitales en las experiencias de resolución de problemas matemáticos con cierto realismo (Confrey, Hoyles, Jones, Kahn, Maloney, Nguyen, Noss & Pratt, 2010; Daher & Shahbari, 2015; Luvezute, Salett, Machado, Viali & Lahm, 2014). Dentro de la gama de tecnologías que son integradas al desarrollo de las actividades de modelación en los últimos años, queremos destacar el auge que han tenido los simuladores y juegos de video en las aulas de clase (González, Molina & Sánchez, 2014; Greefrath, 2011). En lo que respecta a los simuladores, los investigadores dan cuenta del potencial de estos recursos para desarrollar las capacidades de visualización y experimentación de los estudiantes a través de la manipulación de las variables y parámetros asociados a los fenómenos de la realidad que son representados por medio de modelos computacionales (Clark, Nelson, Sengupta & D'Angelo, 2009; Pugnaloni, 2008).

Desde el año 2013, el Grupo TEM: Tecnologías en la Educación Matemática se ha dedicado a conformar clubes GeoGebra en distintas instituciones educativas oficiales en Venezuela y acompañar el desarrollo de la actividad central en estos espacios: la elaboración de simuladores con GeoGebra. A lo largo de esta experiencia, los estudiantes de un club se involucran, junto a su promotor o promotora, en una dinámica de construcción de modelos geométricos que representan aspectos de la realidad, utilizando para ello al GeoGebra (Prieto & Gutiérrez, 2015). En un intento por comprender las implicaciones de esta actividad en el aprendizaje matemático de los estudiantes que participan en ella, hemos dado a conocer algunos vínculos entre la simulación con GeoGebra y el conocimiento matemático subyacente (Cervantes, Rubio & Prieto, 2015; Rubio, Prieto & Ortiz, 2016). Sin embargo, para avanzar en este abordaje vemos necesario centrar la atención en los mecanismos a través de los cuales los participantes de un Club GeoGebra desarrollan su conocimiento matemático durante la simulación y, en este sentido, la modelación matemática representa un referente teórico que puede ser de gran utilidad para el logro de este propósito.

OBJETIVO DE LA INVESTIGACIÓN

El objetivo de este trabajo es analizar, desde una perspectiva cognitiva de la modelación, el proceso de matematización de un grupo de estudiantes de un Club GeoGebra que se dedican a simular una de las partes que conforman a una máquina de vapor tipo Newcomen.

ISBN: 978-980-7464-17-8

MARCO TEÓRICO

Para analizar el proceso de matematización antes mencionado nos apoyaremos en la noción de “ciclo de modelación” de Blum & Leiβ (2007), el cual ha sido útil por diversos autores para analizar la manera en que los estudiantes resuelven un determinado problema mediante el establecimiento de vínculos entre la realidad y la matemática (Blum & Borromeo, 2009; Borromeo, 2006; Kaisser, 2014). En la figura 1 se muestran las seis fases y siete procesos cognitivos que tienen lugar en este ciclo.

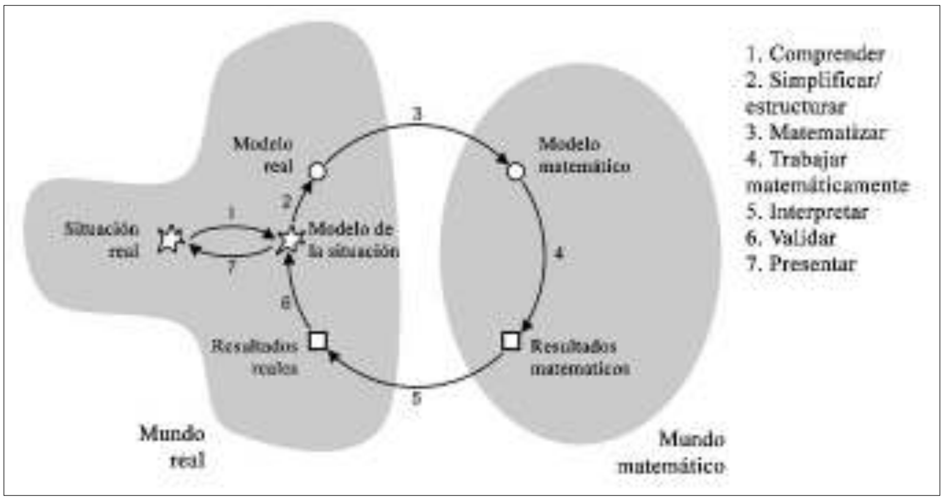

Figura 1. Ciclo de modelación matemática desarrollado por Blum & Leiβ (2007).

En este ciclo, el proceso de matematización tiene lugar cuando se transita por las fases *modelo real* y *modelo matemático*. De esta manera, en este trabajo colocamos la atención en la manera cómo un grupo de estudiantes generan un modelo matemático asociado a un modelo propio de la realidad mientras dan respuesta a una tarea de simulación con GeoGebra. Una explicación amplia y detallada sobre la simulación con GeoGebra y, en particular, sobre las tareas de simulación con GeoGebra se encuentra en Rubio, Prieto & Ortiz (2016).

Según Blum & Leiβ (2007), la matematización consiste en traducir el modelo real (representación externa de la realidad abordada) en términos matemáticos para llegar a un modelo útil en la resolución del problema dado (Gómez & Flores, 2013). En este proceso, las interpretaciones, descripciones, conjeturas, explicaciones y justificaciones que conducen al modelo se hacen cada vez más al nivel de la matemática y menos al nivel de la realidad (Borromeo, 2006). Para el caso de la simulación con GeoGebra, la matematización se caracteriza por un “cambio” en la interpretación del modelo real (dibujo o boceto alusivo al aspecto del fenómeno a simular) que comienza a ser traducido en términos geométricos. Este cambio se ve influenciado tanto por el conocimiento matemático de los sujetos que participan en la simulación, como por las funcionalidades técnicas del GeoGebra.

MARCO METODOLÓGICO

En la investigación participaron tres estudiantes de 5to año de Educación Media (16-17 años) que integraban el Club GeoGebra de una institución educativa oficial en la ciudad de Cabimas, Venezuela, durante el año escolar 2014-2015. Para mantener el anonimato, los estudiantes han sido nombrados con los seudónimos de Sara, Rebeca y Fabiola. Por un tiempo, estos estudiantes se dedicaron a resolver tareas de simulación con GeoGebra bajo la dirección del primer coautor de este trabajo, quien actuaba en calidad de promotor de los aprendizajes y responsable de este club. La tarea de simulación seleccionada para este estudio consistía en representar la cadena que une al balancín con el pistón de una máquina de vapor tipo Newcomen (ver Figura 2). En adelante nos referimos a esta pieza como "la cadena".

Figura 2. Máquina de Newcomen con sus partes señaladas.

La representación de la cadena en el GeoGebra se trató durante una sesión de trabajo que fue registrada en formato de vídeo. Este registro revela episodios de la experiencia de simulación en los cuales los estudiantes reflexionan y discuten entre sí y con el promotor, en un intento por responder a las demandas de la tarea de representación de la cadena. Denominamos "episodios" a cada uno de los momentos significativos en los que se divide la sesión de trabajo, de acuerdo a los cambios en el desarrollo de la discusión realizada en cada instante (Muñoz-Catalán, Carrillo & Climent, 2010; Powell, Francisco & Maher, 2003).

RESULTADOS

El proceso de matematización en la sesión tuvo la finalidad de construir un modelo matemático para la cadena que facilitara su representación posterior con el GeoGebra. Para la construcción de este modelo, los estudiantes y el promotor se involucraron en una discusión sobre la forma geométrica de la cadena en la máquina de Newcomen, siendo necesario apoyar las ideas en algún referente gráfico. Esta discusión se desarrolló en tres (03) episodios que revelan la manera en que estos sujetos construyen una interpretación geométrica de la forma de la pieza a partir de sus propiedades espaciales.

Episodio 1: Reconocer la cantidad de objetos geométricos en el modelo

En el primer episodio los participantes se dedicaron a identificar una cantidad de objetos geométricos que modelaran a la cadena. Esta identificación se apoyó en la forma geométrica de la pieza, realizada sobre una imagen animada del mecanismo en formato GIF[1]. En un principio, la discusión fue dirigida hacia notar si la forma de la cadena se correspondía o no con alguna figura geométrica conocida. Al respecto Sara, en una de sus participaciones, reconoce que la pieza no podía ser modelada a través de un único objeto geométrico debido a la "curvatura" presente en su parte superior, como se muestra a continuación.

Sara (00:01:05–00:01:30): *Este movimiento* [de la cadena] *está simulado por una circunferencia. Entonces, si se coloca una recta, al momento de que la cadena se enganche con esa pieza* [el balancín de la máquina], *la recta no va a tener esa curvatura*.

El promotor aprovechó el momento para hacer notar a los estudiantes que la cadena podía representarse a través de dos objetos geométricos, lo que ocurrió con Rebeca.

Promotor (00:03:04–00:03:10): *Entonces, si esa cadena no se puede representar por un único objeto geométrico, ¿qué conclusión vamos a sacar de eso?*

Rebeca (00:03:10–00:03:12): *Que* [la cadena] *se puede representar con dos figuras*.

Promotor (00:03:12–00:03:42): *Puede ser. Parece ser que esa figura* [el modelo matemático] *viene dada por la composición de dos objetos geométricos, o sea una figura mixta, porque la cadena no es rectilínea únicamente ni curvilínea*.

Episodio 2: Identificar los objetos geométricos en el modelo

El segundo episodio consistió en la identificación de los objetos geométricos que conformaban a la "figura mixta" mencionada por el promotor. Los objetos en cuestión fueron un arco de circunferencia y un segmento. La identificación de ambos objetos se apoyó nuevamente en un análisis realizado sobre la imagen GIF del mecanismo en movimiento. Tras responder a unas preguntas del promotor, el arco de circunferencia fue el primer objeto geométrico identificado por los estudiantes. En su intervención, este sujeto declara la importancia de identificar el arco de circunferencia con miras a su posterior construcción en el software.

Promotor (00:04:05–00:04:15): *¿Qué pueden decir de la cadena en cuanto a su forma durante el movimiento? Siempre pensemos en reconocer, al menos, dos figuras*.

Sara (00:04:18–00:04:20): *Hay un arco de circunferencia*.

Promotor (00:04:21–00:04:46): *Muy bien pues, indudablemente, una parte de la cadena debe ser curva* [....] *Entonces*, *¿con cuál figura podemos representar a esa parte curva?*

Fabiola (00:04:49–00:04:50): *Con un arco* [de circunferencia].

[1] La imagen se muestra en: https://es.wikipedia.org/wiki/M%C3%A1quina_de_Newcomen.

Promotor (00:05:59–00:06:14): *Excelente. Esto es importante tenerlo en cuenta ya que, si hablamos de arco de circunferencia, tenemos que pensar cómo construir este objeto en el software, qué elementos tiene este objeto para poder construirlo en el GeoGebra.*

Luego de identificar al arco de circunferencia como parte del modelo matemático asociado a la cadena, los participantes procedieron con el segmento. La identificación del segmento se logró a partir de un análisis geométrico realizado al arco de circunferencia en movimiento. Durante el análisis, la atención fue colocada sobre la longitud del arco de circunferencia y, en particular, sobre las condiciones en las que esta longitud alcanzaba un valor máximo o mínimo cuando el mecanismo estaba en marcha. En un primer momento de esta discusión, el promotor aprovechó una intervención de Rebeca para centrar la atención de los presentes en la relación de dependencia entre la longitud del arco y de la altura del pistón, la cual se hacía evidente en la imagen animada. Vale recordar que este pistón había sido construido en la interfaz del GeoGebra durante sesiones de trabajo anteriores a ésta.

Promotor (00:06:53–00:06:55): *¿En qué zona de la cadena se ubica el arco?*

Rebeca (00:06:56–00:06:59): *Cuando el pistón llega al límite superior*.

Promotor (00:07:14–00:07:38): *Rebeca, has mencionado algo que puede ser importante y que tiene que ver con la longitud del arco de circunferencia. ¿Qué le sucede a este arco cuando el pistón alcanza su máxima altura?*

Rebeca (00:07:58–00:07:59): *Llega hasta un límite*.

En un segundo momento, la intervención del promotor fue dirigida hacia la declaración de las relaciones entre la longitud del arco y la altura del pistón. A través de la discusión sobre lo visto en la imagen GIF, los estudiantes se percataron de que el arco de circunferencia lograba su mayor (o menor) longitud cuando el pistón alcanzaba su mayor (o menor) altura, y viceversa. Más aún, en esa misma discusión se llegó a concluir que el arco de circunferencia “adquiría una forma recta” cuando el pistón se localizaba en esta posición.

Promotor (00:08:11–00:08:29): *Bien. Fíjense que cuando el pistón alcanza su máxima altura, el arco de circunferencia alcanza su máxima longitud. Ahora bien, si el arco tiene una máxima longitud cuando la cadena se mueve, ¿tendrá una mínima longitud?*

Rebeca (00:08:30–00:08:35): *Sí,* [esto pasa] *cuando el pistón llega al límite inferior*.

Promotor (00:08:36–00:08:37): *Bien, ¿y cómo es el arco en ese momento?*

Rebeca (00:08:38–00:08:39): *Está recto*.

Una vez que surgió la idea de que el arco de circunferencia adquiría una forma recta a medida que el pistón disminuía su altura, en un tercer momento el promotor preguntó a los estudiantes cuál objeto geométrico podía representar esa parte recta de la cadena. Al final, el segmento surgió en la discusión como ese objeto geométrico que podía modelar mejor a esa parte de la cadena.

Promotor (00:10:31–00:10:40): *Bien. Entonces, si esa parte de la cadena es recta, ¿con qué objeto geométrico podemos representar a esa parte?*

Rebeca (00:10:41–00:10:42): *Con una recta*.

Promotor (00:10:42–00:10:44): *Con una recta... ¿Qué opinan Sara y Fabiola al respecto?* [...]

Sara (00:11:07–00:11:08): *No, es con un segmento*.

Vale resaltar que todas las conclusiones generadas hasta el momento fueron anotadas en el pizarrón por el promotor.

<u>*Episodio 3: Elaborar un boceto de la cadena*</u>

Este último episodio de la matematización giró en torno al modelo real de la cadena y tuvo como propósito elaborar un boceto de esta pieza sobre el cual señalar los objetos geométricos antes identificados. Con este modelo real se buscaba valorar la importancia de su elaboración como un insumo que facilitaría los futuros procesos de matematización que tuvieran lugar en la simulación. El episodio inició con la intervención del promotor, quien sugirió a los estudiantes apoyar la identificación de los objetos geométricos en un boceto de aquella parte del mecanismo que se esté simulando. Este boceto fue dibujado en la pizarra por el propio promotor. Asimismo, esta intervención se acompañó de una justificación del porqué es conveniente apoyarse en un boceto, como se muestra a continuación.

Promotor (00:14:48–00:15:58): *Como hemos visto, la cadena tiene una forma extraña porque no siempre es recta ni curva. A través de nuestro análisis pudimos concluir que esta pieza se podía representar mediante una figura mixta, compuesta por un segmento y un arco de circunferencia. Sin embargo, este proceso de identificación de objetos geométricos no es algo sencillo ni inmediato, como pudieron notar. Para hacer más fácil el reconocimiento de estos objetos geométricos, les aconsejo elaborar un boceto de la imagen GIF de su fenómeno, como si de una fotografía se tratara. Para este caso, el boceto de la cadena puede ser el siguiente (ver Figura 7). ¿Qué parte de la cadena es curva o recta? Eso es algo que en este boceto podemos visualizar directamente, cuestión que en la imagen GIF del mecanismo no es tan sencillo de ver.*

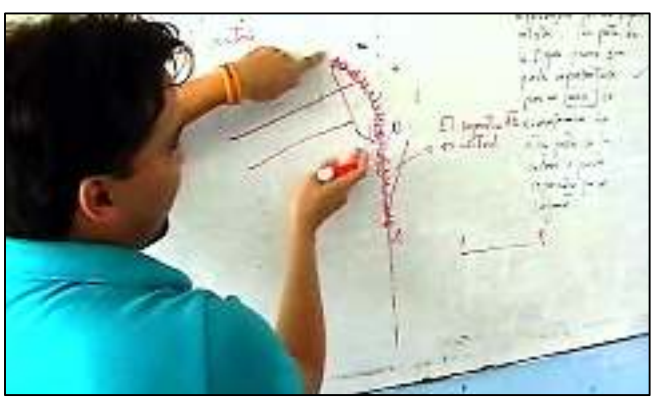

Figura 7. Modelo real de la cadena realizado por el promotor.

Tras dibujar el modelo real en la pizarra, el promotor pidió a los estudiantes señalar los extremos del arco de circunferencia y el segmento directamente sobre el dibujo, como se muestra a continuación.

Promotor (00:16:03–00:16:05): *¿De dónde a dónde se encuentra la parte recta de la cadena?*

Rebeca (00:16:06–00:16:17): *Desde el extremo del pistón hasta el borde de esa pieza* [balancín de la máquina].

Promotor (00:16:18–00:16:54): *Muy bien. Podemos decir que la parte recta de la cadena termina cuando ésta toca al balancín de la máquina* [...]. *El resto de la cadena es, por tanto, la parte curva de la pieza*.

Con esta última intervención se dio por culminado el proceso de matematización.

CONCLUSIONES

En esta investigación hemos analizado, desde una perspectiva cognitiva de la modelación, el proceso de matematización llevado a cabo por un grupo de estudiantes de Educación Media que resolvían una tarea de simulación con GeoGebra. Esta tarea consistió en representar la cadena que une al balancín con el pistón de una máquina de vapor tipo Newcomen. El análisis de este proceso cognitivo nos permitió identificar tres (03) episodios que revelan cómo los participantes generaron un modelo matemático útil para la representación de la cadena en la interfaz gráfica del GeoGebra.

En cuanto a los resultados obtenidos resaltamos la posibilidad que tuvieron los estudiantes de traducir la realidad en términos geométricos, a pesar de haber usado una imagen de referencia (imagen GIF) de la cadena que no era un boceto como tal. Pese a ello, el movimiento de la cadena en la imagen GIF dificultó la identificación de las formas geométricas asociadas a la pieza, lo que conllevó a elaborar un boceto en la pizarra que se utilizó en el resto de la simulación de la cadena. Consideramos importante lo anterior ya que, entre otras cosas, el modelo real elaborado por un sujeto da cuenta de su comprensión de ese aspecto de la realidad que trata de ser modelado, como lo señala Borromeo (2006) en una investigación con estudiantes de secundaria (15-16 años). A través de nuestra investigación podemos concluir que la matematización, en determinadas experiencias de simulación con GeoGebra, puede apoyarse en imágenes dinámicas (GIF) y estáticas (boceto) de la pieza que se simula. Tales imágenes facilitan tanto la visualización de las formas y movimientos característicos del objeto, como la identificación de figuras geométricas que permitan modelarles. En su conjunto, estas imágenes constituyen el modelo real de la situación y el requisito indispensable para la construcción de un modelo matemático.

RECONOCIMIENTO

Este trabajo se ha realizado al amparo del proyecto de investigación No. CH-0510-15, adscrito al Centro de Estudios Matemáticos y Físicos (CEMAFI) y financiado por el Consejo de Desarrollo Científico, Humanístico y Tecnológico (CONDES) de la Universidad del Zulia, Venezuela.

REFERENCIAS

Blum, W. & Borromeo, R. (2009). Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), pp. 45-58.

Blum, W. & Leiß, D. (2007). How do students and teachers deal with modelling problems? In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum & S. Khan (Eds.), Mathematical modelling (ICTMA12): Education, engineering and economics (pp. 222–231). Chichester: Horwood.

Borba, M. & dos Santos, A.P. (2014). Editorial. *Rematec*, 9(17), pp. 4.

Borromeo, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 38(2), pp. 85-95.

Cervantes, A., Rubio, L. & Prieto, J.L. (2015). Una propuesta para el abordaje de la refracción y reflexión total interna utilizando el GeoGebra. *Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo*, 4(1), pp. 18-28.

Clark, D.B., Nelson, B., Sengupta, P. & D' Angelo, C. (2009). Rethinking science learning through digital games and simulations: Genres, examples, and evidence. Trabajo presentado en The National Research Council Workshop on Gaming and Simulations, October 6-7, Washington, DC.

Confrey, J., Hoyles, C., Jones, D., Kahn, K., Maloney, A., Nguyen, K., Noss, R. & Pratt, D. (2010). Designing Software for Mathematical Engagement through Modeling. En C. Hoyles & J.B. Lagrange (Eds.), *Mathematics Education and Technology-Rethinking the Terrain: The 17th ICMI study* (pp. 19-45). New York, US: Springer.

Daher, W.M. & Shahbari, J.A. (2015). Pre-service teachers' modelling processes through engagement with model eliciting activities with a technological tool. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 13(Suppl 1), pp. S25-S46.

Gonçalves, F.P. (2015). Editorial. *Alexandria*, 8(3), pp. 1.

Gómez, A. & Flores, A.H. (2013). *Modelación en el bachillerato*. Trabajo presentado en el VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática, Montevideo, Uruguay.

González, A.G., Molina, J.G. & Sánchez, M. (2014). La matemática nunca deja de ser un juego: investigaciones sobre los efectos del uso de juegos en la enseñanza de las matemáticas. *Educación Matemática*, 26(3), pp. 109-133.

Greefrath, G. (2011). Using technologies: new possibilities of teaching and learning modelling – overview. En G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo & G. Stillman, *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling ICTMA 14* (pp. 301-304). New York: Springer.

Kaiser, G. (2014). Mathematical Modelling and Applications in Education. En S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 396-404). The Netherlands: Springer.

Luvezute, R., Salett, M., Machado, I., Viali, L. & Lahm, R. (2014). Mapeamento do uso de tecnologias e de modelagem matemática no ensino. *Revista de Matemática, Ensino e Cultura*, 9(17), pp. 109-134.

Muñoz-Catalán, M.C., Carrillo, J., Climent, N. (2010). Modelo de análisis de interacciones en un contexto colaborativo de desarrollo profesional. En M.M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, & T.A. Sierra, (Eds.), Investigación en Educación Matemática XIV (pp. 451-462). Lleida: SEIEM.

Powell, A.B.; Francisco, J.M. & Maher, C.A. (2003). An analytical model for studying the development of learners' mathematical ideas and reasoning using videotape data. Journal of Mathematical Behavior, 22(1), pp. 405-435.

Prieto, J.L. & Gutiérrez, R.E. (Comps.) (2015). *Memorias del I Encuentro de Clubes GeoGebra del Estado Zulia*. Maracaibo, Venezuela: A.C. Aprender en Red.

Pugnaloni, L.A. (2008). Los simuladores. El papel de la simulación en la ciencia. *Ciencia Hoy*, 105 (1), pp. 27-34.

Rubio, L., Prieto, J.L. & Ortiz, J. (2015). La matemática en la simulación con GeoGebra. Una experiencia con el movimiento en caída libre. *International Journal of Educational Research and Innovation (UJERI)*, 2(1), pp. 90-111.

Salett, M. & Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Educación Matemática*, 16(2), pp. 105-125.

Serres, Y. (2015). Perspectivas de la educación matemática en Venezuela para el siglo XXI. En X. Martínez y P. Camarena (Eds.), *La Educación Matemática del siglo XXI* (pp. 297-316). México: Colección Paideia Siglo XXI.

Stillman, G., Kaiser, G., Blum, W. & Brown J.P (2013). Mathematical modelling: Connecting to Teaching and Research Practices – The Impact of Globalisation. En G. Stillman, G. Kaiser, W. Blum & J.P. Brown, *Teaching Mathematical Modelling: Connecting to Research and Practice* (pp. 1-24). Nueva York: Springer.

Villa-Ochoa, J.A., Bustamante, C., Berrio, M., Osorio, J. & Ocampo, D. (2009). Sentido de Realidad y Modelación Matemática: el caso de Alberto. *Alexandria. Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 2(2), pp. 159-180.