

## **REPRESENTACIONES E INTERPRETACIONES DE LA FRACCIÓN EN LA SIMULACIÓN DE UNA GRÚA TORRE CON GEOGEBRA**

**Jhorfy J. Reyes R.<sup>1</sup> y Juan Luis Prieto G.<sup>1,2</sup>**

<sup>1</sup>Grupo TEM: Tecnologías en la Educación Matemática; <sup>2</sup>LUZ

jhorfy.reyes@aprenderenred.com.ve

Uso de las TIC. Actualización y Perfeccionamiento Profesional

### **RESUMEN**

*En la actualidad, las clases de matemática suelen volverse repetitivas y, en ocasiones, tediosas para los estudiantes debido a diversos factores, tales como, la infraestructura escolar, las formas de evaluar los aprendizajes o las propias dinámicas de la lección. Esta realidad tiende a agravarse con el tiempo, frente a una apatía del profesor que se resiste a innovar y promover ambientes de aprendizaje idóneos para sus estudiantes. Los problemas de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática de hoy día pueden trascenderse si, por ejemplo, la mirada es puesta en actividades no convencionales desde las cuales emerge una matemática con sentido para el estudiante. En este sentido, la actividad de elaboración de simuladores con GeoGebra representa una oportunidad para desarrollar las capacidades de modelación matemática de los estudiantes. El presente trabajo describe parte de la simulación de una Grúa Torre, con la intención de mostrar como las construcciones realizadas durante la esta experiencia ponen de relieve el concepto de fracción y dos de sus interpretaciones más difundidas (parte-todo y operador). Algunas implicaciones didácticas también son destacadas. Sin duda alguna, el concepto de fracción ha sido el núcleo fuerte de la simulación del corredor vial, en donde la vinculación estratégica entre las interpretaciones de la fracción parte todo y operado, originadas por la activación de par de herramientas propias del software (cuadrícula y acercamiento), dio consistencia a cada sub-tarea de la construcción del corredor vial. Por ende, se puede concluir que los procesos de modelación matemática con el uso de software GeoGebra en actividades de simulación representan una llave maestra en la comprensión de algunos constructos matemáticos como es el caso de la fracción.*

**Palabras clave:** Interpretaciones de la fracción, Simuladores, GeoGebra.

### **INTRODUCCIÓN**

Es conocido por todos que la actividad matemática en la que se involucran los estudiantes durante la clase es el resultado de la interacción de estos sujetos con las tareas (problemas, ejercicios y demás) que el profesor propone, el conocimiento matemático y su entorno social. Durante esta actividad los estudiantes elaboran y reproducen un conjunto de técnicas (procedimientos y estrategias de resolución de las tareas) apoyadas en el uso de herramientas concretas, y de discursos que justifican las técnicas y develan el lugar que ocupa el conocimiento matemático en la actividad (Chevallard, 1999). Dada la importancia que esta actividad tiene para el aprendizaje matemático, es imperativo que la misma se realice de una manera adecuada en el contexto escolar, lo que demanda al profesor una reflexión permanentemente sobre las relaciones entre el conocimiento matemático y las acciones de los estudiantes durante todo el proceso de instrucción.

**Representaciones e interpretaciones de la fracción  
en la simulación de una grúa torre con GeoGebra**

Jhorfy Jr. Reyes R. y Juan Luis Prieto G.

Sin embargo, la actividad matemática escolar no siempre se lleva a cabo de la manera más conveniente para lograr las expectativas de aprendizaje, afectando muchas veces el desempeño y estado emocional de los estudiantes frente a la propia matemática. Como una consecuencia, los estudiantes llegan a sentir desinterés y aversión hacia el estudio de la matemática escolar (Crespo, 2009; Reyes, 2010), situación que amerita ser atendida mediante la introducción de cambios en la dinámica alrededor de la actividad matemática que predomina en las aulas de clase en la actualidad.

Ante este desafío, las tecnologías digitales ofrecen una ruta para mejorar el aprendizaje de la matemática, mediante los procesos de modelación computacional que pueden derivar en la apropiación de contenidos cuya comprensión resulta frustrante para los estudiantes, como es el caso de los conceptos de fracción, razón y proporción (van Galen y col., 2008). Entre estas tecnologías se tiene al software GeoGebra, un entorno de matemática dinámica, gratuito y de código abierto, con el cual se pueden promover las capacidades de visualización, razonamiento y construcción de los estudiantes a través de actividades relacionadas, de forma directa e indirecta, con el conocimiento matemático. Este es el caso del uso de simuladores en clases de ciencias (Osorio, Ángel y Franco, 2012; Pugnaroni, 2008). Más recientemente, nos hemos interesado por la *simulación con GeoGebra* como un medio para lograr estos fines.

Un simulador con GeoGebra es un simulador computacional, creado mediante el uso integrado de las herramientas de construcción y medida del GeoGebra, así como de sus opciones dinámicas (Rubio, Prieto y Ortiz, 2016). Elaborar un simulador con GeoGebra permite vincular la realidad con los distintos saberes matemáticos, mediante los procesos de modelación que emergen a medida que se reflexiona sobre los procesos de su construcción. De esta manera, la modelación y las tecnologías digitales se fusionan para proporcionar entornos de aprendizaje basados en simuladores que favorecen el desarrollo de conocimiento y habilidades de pensamiento científico en los estudiantes (Prieto y Gutiérrez, 2015).

A pesar de ello, la práctica de elaborar simuladores con GeoGebra requiere de conocer más que solo el comportamiento del fenómeno *per se* (Cervantes, Rubio y Prieto, 2015, p.19). Es así que conviene develar la matemática detrás de la elaboración de simuladores con GeoGebra y procurar su integración progresiva de este saber en el currículo. En un esfuerzo por reconocer el papel que juega el concepto de fracción y sus diferentes interpretaciones en esta actividad, seguidamente se describe cómo las interpretaciones de parte todo y operador de la fracción se hacen presente en el proceso de construcción de uno de los elementos que componen la estructura de una grúa torre con el GeoGebra. Para ello, la atención es colocada sobre las tareas y técnicas utilizadas en ambos casos. La experiencia de construcción descrita en este trabajo es parte de un proyecto de diseño de un simulador

de la grúa torre, emprendido por dos estudiantes de 5to año de Educación Media de una institución educativa pública de la ciudad de Maracaibo, en Venezuela (Reyes, Sierra y Reyes, 2015).

### **EL CONCEPTO DE FRACCIÓN EN LA EDUCACIÓN MEDIA**

En un intento por hacer notar la relevancia del concepto de fracción en la experiencia de simulación descrita en este trabajo, se tomó la decisión de ahondar en algunos documentos oficiales del nivel de Educación Media General en Venezuela. El propósito de esto era reconocer, en tales documentos, la presencia de este concepto en algunos momentos de la instrucción matemática de los estudiantes de ese nivel. Para este momento nos pareció pertinente representar en dos tablas el uso que se le ha dado al concepto de fracción, dando una mirada a los programas oficiales de la Educación Básica de 1985 y los programas del Currículo Bolivariano del 2007. A través de la siguiente tabla se mostrará el uso del concepto de fracción a partir del bloque de la aritmética, a su vez la interpretación y representación manejada para su enseñanza (ver Cuadro1).

<b>Año</b>	<b>Bloque</b>	<b>Descripción</b>	<b>Interpretación</b>	<b>Representación</b>
1ro	Aritmética	Introducen el conjunto de los números $\mathbb{Q}$ partiendo del Conjunto de las fracciones	Parte- Todo Cociente (Reparto y elementos de estructura algebraica) Decimales	Continuo (área) Diagramas circulares Recta numérica
2do	Aritmética	Definen al número racional a partir de las fracciones equivalentes Definen la división mediante fracciones racionales	Parte Todo Cociente (elementos de una estructura algebraica)	Continuo (área) Diagramas circulares
3ro	Aritmética	Introducen el Conjunto $\mathbb{R}$ , relacionándolo con el Conjunto $\mathbb{Q}$	Decimales	-----

**Cuadro 1.** Rol de la fracción en educación media. Programa 1985-2006

Para los bloques de Geometría, Estadística y Probabilidad, se emplean las fracciones interpretadas como “razón”, comparando magnitudes de la misma o distinta clase. Por ejemplo, en el área de Geometría trabajan la relación entre lados de un polígono y sus medidas, punto medio, y proporcionalidad entre segmentos. En el área de la estadística se maneja la razón comparando frecuencia de sucesos con tipos de éstos, así como el estudio de eventos o sucesos en los cuales se describen los casos favorables en relación al número de casos posibles. Para el ciclo diversificado (últimos años de la Educación Media General actual), el constructo-fracción- de estudio no se trata directamente.

**Representaciones e interpretaciones de la fracción  
en la simulación de una grúa torre con GeoGebra**

Jhorfy Jr. Reyes R. y Juan Luis Prieto G.

En el caso de los programas actuales del *Currículo Nacional Bolivariano* (2007), la fracción está incluida en el eje integrador “Ser humano y su interacción con otros componentes del ambiente” en el subsistema de educación secundaria bolivariana (1° a 5° año). Veamos una tabla análoga a la anterior, mostrando el tratado de este constructo (ver Cuadro 2).

<b>Año</b>	<b>Unidad</b>	<b>Descripción</b>	<b>Interpretación</b>	<b>Representación</b>
1°	Matemática	Introducen el conjunto de los números $\mathbb{Q}$ partiendo de las expresiones decimales y fracciones equivalentes, mediante el análisis de consumo de calorías por rubro alimenticio Multiplicación en los racionales Definen la Fracción Generatriz a partir de una expresión decimal	Decimales Parte Todo	Recta numérica Continuo (área)
2°	Matemática	Trabajan la proporción, mediante la comparación entre: La duración de un sonido musical y la figura de las notas musicales	Razón	-----
3°	Matemática	Trabajan con el constructo fracción para abordar los tópicos de razones y proporciones a través de la belleza corporal, los criterios de semejanza y teorema de Thales	Razón	-----

**Cuadro 2.** Rol de la Fracción en Educación Secundaria Bolivariana. Programa actual 2007

En estos documentos oficiales se sugiere al profesor vincular el concepto de fracción a situaciones cotidianas para contribuir con una mejor comprensión de este tópico matemático para los estudiantes. En este trabajo destaca la comparación entre medidas de longitudes para determinar radios de circunferencias, a través de dos interpretaciones de la fracción a saber *parte-todo* y *operador*. Asimismo, en lecturas complementarias sobre el tópico en estudio, se decidió tomar las siguientes definiciones como fundamento para el tratamiento de la fracción a lo largo del trabajo. Llinares y Sánchez (1997) afirman que:

La fracción como parte-todo indica la relación que existe entre un número de partes y el número total de las partes (que puede estar formado por varios todos; “todo” recibe el nombre de unidad). Fracción como operadores: Se concibe la fracción como sucesiones de multiplicaciones y divisiones o inversas. Bajo esta interpretación la fracción es vista como transformaciones (algo que actúa sobre una situación (estado) y la modifica). (p.55 y 72)

## EL FENOMENO DE LA SIMULACIÓN

En lo que respecta al fenómeno, éste tiene que ver con el funcionamiento de una grúa mecánica de tipo torre. Esta estructura metálica desmontable es usada comúnmente para transportar carga pesada en los puertos marítimos o en la construcción de grandes edificaciones. La grúa en cuestión corresponde al modelo K-10000 de origen danés, patrocinada por la empresa Kroll y compuesta por una torre principal, un brazo mecánico con tres grupos de contrapeso de 223 toneladas, una pluma en la que se encuentra el carril donde se desplaza o traslada el gancho de aprehensión y una grúa de servicio que se utiliza para el montaje de la grúa principal y como apoyo para el levantamiento de carga especial. Entre sus características principales resaltan sus 120 metros de altura, lo que hace a esta estructura la más alta del mundo en su tipo. Además, esta grúa soporta vientos de hasta 240 km/h y levanta 132 toneladas como máximo, y más aún, a 100 metros de distancia la torre es capaz de soportar unas 92 toneladas de peso (ver Figura 1).

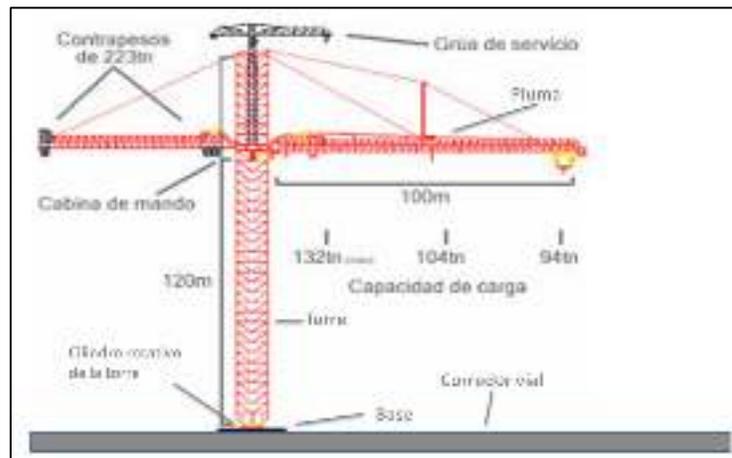


Figura 1. Modelo del fenómeno

Fuente: <https://goo.gl/SwgY9j>

El funcionamiento de la grúa torre está determinado por el movimiento del gancho de aprehensión sobre el carril y alrededor de la estructura mediante el giro del brazo mecánico hasta en 360°, dentro de una región de carga circular localizada en su base y con un radio máximo de 100 metros. Cuando la grúa es usada en puertos y aeropuertos, a esta región se le conoce como "corredor vial" por ser la zona de carga y descarga de contenedores por la que se mueven diferentes vehículos que los trasladan. Para la construcción del corredor vial con el GeoGebra se asume una perspectiva lineal, paralela o frontal de la grúa, en donde el dibujo representado intenta mostrar cierta profundidad, dotándolo de una naturaleza tridimensional ficticia.

## EL PROCESO DE SIMULACIÓN

La simulación del funcionamiento de la grúa torre ha supuesto la realización de una serie de tareas de construcción con el GeoGebra que se han atendido de forma progresiva. En este trabajo la atención es colocada solamente en la tarea de construcción del corredor vial de la grúa desde la perspectiva que ofrece la imagen de referencia. La experiencia de simulación del corredor se realizó en tres etapas. En la primera etapa se establecen las condiciones de partida para la simulación. En la segunda etapa, el corredor vial es relacionado con algunos objetos geométricos con los cuales es posible su representación con el software. La tercera etapa consiste en construir el modelo geométrico representativo del corredor vial. Es precisamente en esta tercera etapa donde el polisémico concepto de fracción como "parte todo" y "operador" tiene presencia en la lógica del trabajo de simulación. A continuación, se explica con más detalles cada una de estas etapas.

### ETAPA 1. CONSIDERACIONES DE LA SIMULACIÓN

Antes de iniciar la construcción del corredor vial con el GeoGebra, fue necesario crear unas condiciones de partida para la simulación. Estas condiciones son las siguientes:

- La imagen mostrada en la figura 1 fue insertada en la *Vista Gráfica* del GeoGebra para contar con una referencia al momento de la construcción de las partes de la grúa, incluyendo el corredor vial. La apariencia de la interfaz seleccionada fue la de *Algebra*, la cual muestra al usuario un sistema de coordenadas cartesiano. Para anclar la imagen de referencia a los ejes coordenados se construyeron los puntos *A* y *B*, localizados en el origen del sistema de coordenadas y en un lugar de la rama positiva de *eje y*. Luego de ello se hicieron corresponder las esquinas inferior y superior izquierda de la imagen con los puntos *A* y *B*, respectivamente.
- Finalmente la opacidad de la imagen fue controlada por un deslizador llamado "*claridad*", creado para revisar el estatus de la construcción (ver Figura 2).

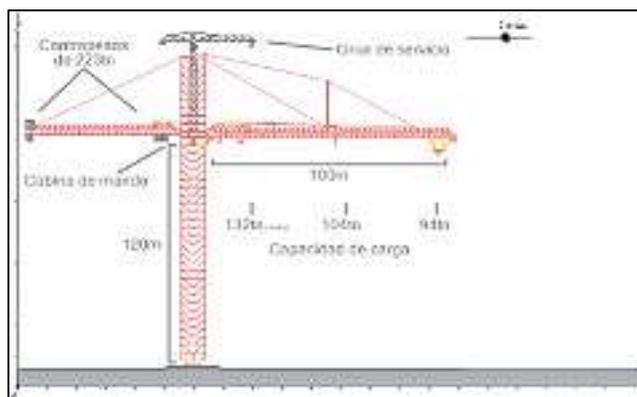


Figura 2. Imagen insertada en la interfaz del GeoGebra

- Se construyó el segmento  $\overline{AB}$  cuya función, en la simulación, era la de servir de patrón, esto es, que las construcciones asociadas a longitudes o distancias dependan de la longitud de este segmento. El GeoGebra le asignó un valor determinado a la longitud del segmento patrón (ver Figura 3).

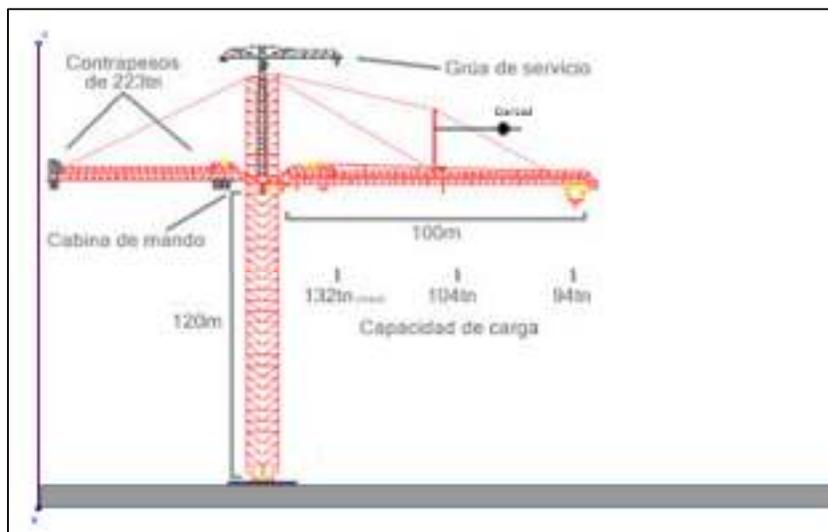


Figura 3. Imagen del modelo del fenómeno. Medida patrón

## ETAPA 2. VINCULANDO EL CORREDOR VIAL CON OBJETOS GEOMÉTRICOS

Para iniciar la construcción del simulador fue necesario partir de la siguiente pregunta: ¿por dónde comenzar el trabajo? La respuesta a esta pregunta varía según sea la naturaleza del simulador y los intereses de quien lo construyen. En este caso, se decidió iniciar la simulación por un elemento que, si se quiere, no forma parte de la estructura metálica de la grúa en sí, pero que forma parte de su entorno de funcionamiento. Nos referimos al corredor vial, cuya construcción representa la primera tarea de la simulación y que se describe con más detalle a continuación. Dada la perspectiva frontal de la imagen de referencia, el corredor vial adquiere una forma muy particular que, gracias al proceso de modelación seguido, fue vinculado a un modelo geométrico concreto que mejor le representa: el *rectángulo*.

## ETAPA 3. CONSTRUCCIÓN DEL CORREDOR VIAL

La construcción del corredor vial ameritó una serie de procesos de carácter analítico pre-operacional (¿con qué cuento, qué falta y cómo lo construyo?). Esta dinámica de evaluar los elementos con los que se disponía, con el debido sustento teórico, evidenciaba aquellas partes faltantes. Por ejemplo al iniciar la construcción del corredor vial, se contaba con uno de los vértices (punto *A*) y que en esta ocasión representaba el extremo inferior de la medida patrón, quedando como operación –accionar- ubicar los vértices restantes, para su construcción, ya que su forma (corredor) es similar al de un rectángulo (modelo matemático

**Representaciones e interpretaciones de la fracción  
en la simulación de una grúa torre con GeoGebra**

Jhorfy Jr. Reyes R. y Juan Luis Prieto G.

que mejor le representa). Para mayor información sobre los procesos de construcción pueden consultar el trabajo en la siguiente dirección web: <https://goo.gl/JUiA0B>

Ahora en este particular, se pretende mostrar el momento en que las estudiantes interactúan con el concepto de fracción en el contexto de la simulación. Una vez analizado la ruta de construcción se procedió a estimar medidas y para ello, se optó por el uso de la cuadrícula del *GeoGebra*, decisión que nos llevó a emplear la interpretación de fracción como parte-todo (aunque para el momento se desconocía si era una interpretación o representación) a través de la elaboración de un boceto con gráficos de área (continuos), donde se dibujaba la parte de interés, para ello se utilizó la imagen del modelo del fenómeno insertada en la interfaz (ver Figura 4)



Figura 4. Medida patrón y posición del vértice superior izquierdo

Tras observar la imagen surgían una serie de preguntas como: ¿Cuántos bordes de cuadritos –luego llamados unidad de cuadrícula- contiene el segmento patrón?, ¿En qué posición se ubica el vértice deseado? Estas interrogantes avivaban la discusión y a medida que se avanzaba en los razonamientos surgían más inquietudes, por ejemplo: ¿Por qué la medida a estimar debe depender del patrón? ¿Cómo relacionamos  $1/9$  con  $1/18$ ? Todas estas interrogantes requerían varias sesiones de trabajo (encuentros), hasta que llegó el momento donde se hicieron conscientes que era necesario establecer una relación multiplicativa entre fracciones. Mencionaremos una porción del trabajo para explicitar lo antes expuesto:

Al centrar la atención en la zona donde estaría ubicado el vértice a determinar según la imagen, se notó que éste se encontraba “más o menos” en la mitad de una de las unidades de la cuadrícula sobre el patrón de medida, específicamente en aquella más próxima al vértice. Esta relación la expresé así  $\frac{1}{9} \cdot a \div 2 = \frac{1}{18} \cdot a$ , donde  $a$  representa la longitud del segmento patrón y el resultado de esta expresión define el valor del radio. Sin embargo al construir la circunferencia  $f$  centrada en  $A$  y con radio igual a  $\frac{1}{18} \cdot a$ , se observó que ésta no era la deseada ya que el punto de corte entre el segmento patrón y la circunferencia se ubicaba por encima del vértice estimado por la imagen de fondo (ver Figura 5).

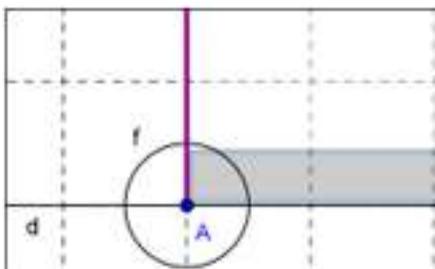


Figura 5. Estimando la ubicación del vértice superior izquierdo

A partir de esta experiencia, se pudo caer en cuenta como la fracción se involucraba en el proceso de simulación desde diferentes concepciones. Vemos que en ocasiones los procesos de ensayo y error sirven para generar nuevas discusiones y saberes. Aunque la circunferencia  $f$  no era la deseada, la medida de su radio estaba cerca. Sin embargo, se pudo aplicar la estrategia de acercamiento en la zona de esta manera:

Se realizaron varios acercamientos sobre la zona de la figura 5, hasta que cada unidad de la cuadrícula se dividiera en dos partes iguales (lo que involucra la división de fracciones), con la intención de buscar una mejor apreciación de la zona justo en el punto de corte de la circunferencia  $f$  y el segmento patrón. Al insistir con el acercamiento se logró que cada unidad de la cuadrícula ( $1/18$ ) quedara dividida en 10 partes iguales, ocupando el lado-altura- del rectángulo 9 de estas décimas partes de una unidad de la cuadrícula (ver Figura 6).

**Representaciones e interpretaciones de la fracción  
en la simulación de una grúa torre con GeoGebra**

Jhorfy Jr. Reyes R. y Juan Luis Prieto G.

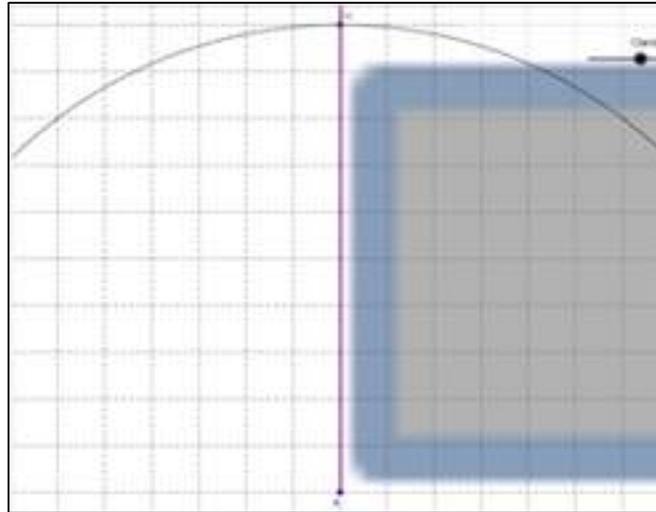


Figura 6. Estimandola medida del lado altura del polígono

Luego de razonar sobre los valores, se pudo comprender que la expresión  $9/10$  es el factor-transformador-que afectará el estado actual del “todo” considerado, es decir,  $1/18$ , representándose a través del producto de fracciones. Veamos:

$$\frac{9}{10} \cdot \frac{1}{18} \cdot a = \frac{9 \cdot 1}{10 \cdot 18} \cdot a = \frac{9 \cdot 1}{10 \cdot 9 \cdot 2} \cdot a = \frac{9 \cdot 1}{10 \cdot 9 \cdot 2} \cdot a = \frac{1}{10 \cdot 2} \cdot a = \frac{1}{20} \cdot a$$

Usando esta medida como valor del radio, se construyó la circunferencia que se muestra en la figura 7. Finalmente, el segundo vértice, al que llamamos  $C$ , se obtuvo al intersecar el segmento patrón con esta circunferencia.

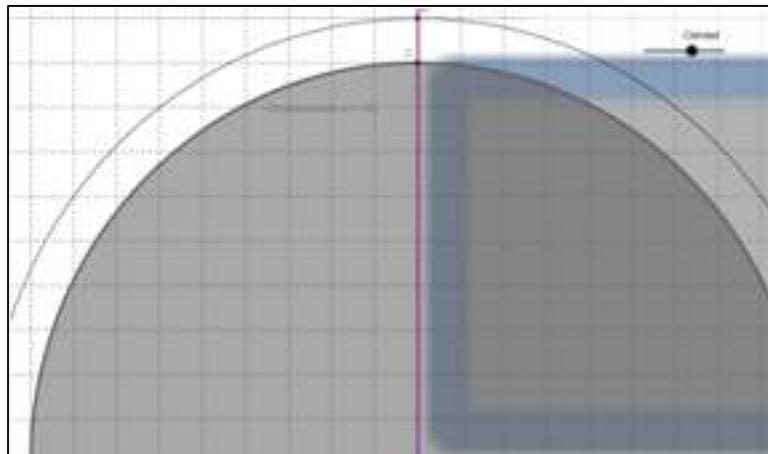


Figura 7. Vértice superior izquierdo

## **CONCLUSIONES**

Sin duda, el concepto de fracción es el núcleo fuerte de la simulación del corredor vial de la grúa torre en esta experiencia. Las interpretaciones de la fracción que se tratan en este trabajo fueron parte-todo y operador, donde la vinculación estratégica entre ellos dio consistencia a las sub-tareas de la construcción del corredor vial (Reyes, Sierra y Reyes, 2015). A pesar de ello, también se abarcó implícitamente algunas operaciones con fracciones (suma, resta, producto y división entre fracciones) mediante el establecimiento de las relaciones multiplicativas al momento de estimar.

La dinámica de simulación consideraba la reflexión sobre los objetos geométricos más representativos de las partes de la grúa y, para este caso, del corredor vial. En este sentido, el rol desempeñado por las fracciones en su interpretación parte-todo fue importante, por ejemplo, para localizar el vértice superior izquierdo del rectángulo mediante la estimación de la longitud de la altura del cuadrilátero, por medio de los bordes de cuadrículas del GeoGebra. Por otra parte, el concepto de fracción como operador derivó de la determinación de los radios de circunferencia usados para ubicar con precisión cada uno de los vértices del rectángulo y ejecutar los acercamientos necesarios.

La idea de reconocer “la parte de una parte” de una fracción del patrón no fue tarea sencilla como lo reporta Ríos (2008) en un trabajo con estudiantes para profesores de Matemática y Física en la Universidad del Zulia. Entender cuál de sus interpretaciones se debía emplear ameritó lecturas complementarias sobre el constructo fracción, manejo de algunas de sus representaciones, ensayo y error en la estimación de longitudes, elaboración de bocetos (donde se superponían los gráficos de área) condujo al establecimiento de relaciones multiplicativas entre las fracciones involucradas, como estrategia para determinar dichos radios y que posteriormente la estrategia condujo a la comprensión de la fracción interpretada como operador por parte de las estudiantes.

Aunque las fracciones son el tema principal, a lo largo del trabajo se deja ver la presencia de otras temáticas interesantes como las relaciones de posición entre rectas, el uso de la circunferencia y algunas transformaciones en el plano, contenidos que merecen la pena ser analizados a la luz de la simulación con GeoGebra.

## **REFERENCIAS**

- Cervantes, A., Rubio, L. y Prieto J.L. (2015). Una propuesta para el abordaje de la refracción y reflexión total interna utilizando el GeoGebra. *Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo*. ISSN 2237-9657, 4 (1), 18-28.
- Chevallard Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19 (2), 221-266.

**Representaciones e interpretaciones de la fracción  
en la simulación de una grúa torre con GeoGebra**

Jhorfy Jr. Reyes R. y Juan Luis Prieto G.

- Crespo, C. (Noviembre, 2009). El aula actual: un desafío para el profesor de Matemática. Conferencia presentada con motivo de los 50 años del Instituto Nacional Superior del Profesorado Técnico. Buenos Aires- Argentina.
- Llinares, S. y Sánchez M. (1997); *Las fracciones*. Madrid. España: Editorial Síntesis; Colección matemáticas: cultura y aprendizaje; Número 4.
- Ministerio del Poder Popular para la Educación (2007). *Currículo Nacional Bolivariano. Diseño Curricular del Sistema Educativo Bolivariano*. Recuperado de internet: [http://www.oei.es/quipu/venezuela/dl\\_908\\_69.pdf](http://www.oei.es/quipu/venezuela/dl_908_69.pdf)
- Oficina Sectorial de Planificación y Presupuesto (1985). *Educación Básica. Normativo*. Caracas: Ministerio de Educación.
- Osorio, P., Ángel, M. y Franco, A. (2012). El uso de simuladores educativos para el desarrollo de competencias en la formación universitaria de pregrado. *Revista Q*, 7 (13), 1-23.
- Prieto, J. L. y Gutiérrez, R. E. (Comps.). (2015). *Memorias del I Encuentro de Clubes GeoGebra del Estado Zulia*. Maracaibo, Venezuela: A.C. Aprender en Red.
- Pugnaroni, L. (2008). Los simuladores. El papel de la simulación en la ciencia. *Ciencia Hoy*, 18 (105), 27-34.
- Reyes, D., (2010) Reflexiones acerca del aula actual, como desafío para el profesor de matemática. *Premisa*, 12 (44), 44-50.
- Reyes, F., Sierra, G. y Reyes, J. (2015). La grúa torre y el secreto de su andamiaje. En J.L. Prieto y R. Gutiérrez (Comps.), *Memorias del I Encuentro de Clubes GeoGebra del Estado Zulia*. Maracaibo, Venezuela: Aprender en Red.
- Ríos Y. (2008). *Las fracciones: Sus representaciones externas e interpretaciones* (Tesis doctoral presentada ante el Consejo de la División de Estudios para Graduados de la Facultad de Humanidades y Educación para optar al título de Doctor en Ciencias Humanas.). Universidad del Zulia, Maracaibo, Venezuela.
- Rubio, L. M., Prieto, J. L. y Ortiz, J. (2016). La matemática en la simulación con GeoGebra. Una experiencia con el movimiento en caída libre. *International Journal of Educational Research and Innovation (IJERI)*, 2, 90- 111.
- Van Galen, F., Feijs, E., Figueiredo, N., Gravemeijer, K., van Herpen, E., & Keijzer, R., (2008). *Fracciones, porcentajes, decimales y Proporciones*. Utrecht, Países Bajos. Sense Publishers.