Memorias del IX Congreso Venezolano de Educación Matemática
ISBN: 978-980-7464-17-8

ALGUNOS EJEMPLOS DEL USO EXPERIMENTAL DEL GEOGEBRA EN SITUACIONES DE SIMULACIÓN Y DIAGRAMACIÓN

Ivonne C. Sánchez S.[1] y **Juan Luis Prieto G.**[1,2]
[1]Grupo TEM: Tecnologías en la Educación Matemática; [2]LUZ
Ivonne.s.1812@gmail, juanl.prietog@gmail.com
Experimentación. Educación Media

RESUMEN

Debido a la creciente integración de las tecnologías en la enseñanza de la matemática han surgido diversas actividades que promueven el uso de estas en las aulas de clases. Durante el desarrollo de algunas de estas actividades permiten a los estudiantes vivir procesos de experimentación, específicamente en la simulación y diagramación. Ambas están asociadas a la representación de algún fenómeno asociado a la realidad, pero con sus características que las distinguen, es decir, un dibujo estático para la diagramación y un dibujo donde se permita el control de variables asociado al fenómeno para la simulación. En la actualidad poco se conoce sobre estas actividades, más aún, sobre su proceso de elaboración, la teoría y los procesos cognitivos que pueden emerger de la elaboración. En tal sentido, este trabajo presenta la caracterización de la experimentación con el GeoGebra en la simulación y la diagramación. Cada actividad se desarrolla en contextos diferentes, es decir, el colectivo presente en cada una de ellas tiene diferentes perfiles tales como estudiantes, profesores en ejercicio, ingenieros entre otros. La importancia de considerar trabajar en colectivo durante la elaboración de diagramas y simuladores radica en los aportes valiosos que cada sujeto realizaba en el desarrollo de los mismos. Vale mencionar que todos ellos vivieron procesos de experimentación cuando estaban elaborando diagramas y simuladores. Consideramos que esta descripción pueda ser de ayuda para que los profesores realicen este tipo de actividades utilizando medios tecnológicos en sus aulas de clases y les permitan a sus estudiantes vivir procesos de experimentación como una oportunidad para aprender matemática.

Palabras clave: Experimentación, diagramación, simulación, GeoGebra.

INTRODUCCIÓN

Las tecnologías digitales cada vez tienen más presencia en las actividades escolares. Diversos aportes han destacado las ventajas de integrar las tecnologías digitales en la enseñanza y aprendizaje de la Matemática. Al respecto, Villareal (2012) considera necesario que se garantice el acceso a las tecnologías como un derecho fundamental de todo ciudadano y sugiere procurar en los estudiantes una “alfabetización tecnológica” que, en el caso de la Matemática, puede verse reflejado en actividades esenciales como la interpretación de gráficos, el conteo, el desarrollo de nociones espaciales, la resolución de problemas, la elaboración de modelos matemáticos, entre otras. A través de la tecnología es posible proponer y llevar a cabo actividades basadas en diagramas, animaciones y simuladores, con implicaciones directas sobre el aprendizaje de la Matemática y las Ciencias Naturales en los estudiantes (Hilton y Honey, 2011). A pesar de las diferencias notables entre estos tres tipos de recursos, no cabe duda de las ventajas de incorporar diagramas, animaciones y simuladores computacionales en el estudio y tratamiento de los contenidos matemáticos y de ciencias naturales (Plass, Homer y Hayward, 2009). Sin embargo, para muchos profesores el uso de estos recursos tecnológicos es un asunto complicado ya que se cuenta con poca información sobre cuáles diagramas, animaciones o simuladores conviene utilizar en un momento determinado y de qué manera hacer un uso eficiente de estos recursos en el aula (Moya, 2009). Esta situación representa un reto y una oportunidad para diversificar los modos de actuación de los estudiantes y profesores en cuanto a la producción de conocimiento matemático, mediante nuevas relaciones con los medios tecnológicos (Villareal, 2012; 2013).

Considerando esta realidad, desde hace algunos años el *Grupo TEM: Tecnologías en la Educación Matemática* promueve actividades de simulación y diagramación como contextos desde los cuales se promueve el desarrollo de conocimiento y habilidades matemáticas en estudiantes y profesores (Prieto y Gutiérrez, 2015). Por un lado, la simulación es promovida desde los Clubes GeoGebra, conformados en diferentes instituciones oficiales de Educación Media del estado Zulia. Por otro lado, la diagramación como actividad de aprendizaje se ha integrado a las ofertas de formación profesional para profesores de Matemática de nuestro grupo. Para desarrollar ambas actividades, hemos optado por usar al GeoGebra, un software de matemática dinámica que ofrece diversas representaciones de los objetos matemáticos en una misma aplicación (Fioriti, 2012; Hohenwarter, 2006) y que ha resultado ser apropiado para la simulación de fenómenos de la realidad y la diagramación de objetos a nuestro alrededor (Rubio, Prieto y Ortiz, 2016). La reflexión de las situaciones de simulación y diagramación con GeoGebra que hemos tenido con estudiantes y profesores nos indica que, en determinados momentos de su experiencia, estos sujetos hacen un uso experimental del software para avanzar en su trabajo.

Sin embargo, consideramos necesario emprender un estudio que nos permita recabar evidencias de lo anterior y ganar comprensión de cómo estas actividades tienen lugar e inciden sobre el aprendizaje matemático de estudiantes y profesores. En este sentido, el trabajo que proponemos aquí pretende caracterizar la experimentación con el GeoGebra en la simulación y la diagramación, mediante ejemplos concretos provenientes de nuestra interacción con estudiantes y profesores de Matemática. El propósito de este trabajo es animar a los lectores a explorar estas actividades con sus estudiantes, de manera que ellos vivan procesos de experimentación con GeoGebra que les conduzcan a aprender matemática.

SIMULACIÓN Y DIAGRAMACIÓN CON GEOGEBRA

Tanto la simulación como la diagramación con GeoGebra son actividades que consisten en la elaboración de un *dibujo dinámico* representativo de un fenómeno u objeto de la realidad (Rubio, Prieto y Ortiz, 2016). En este punto vemos necesario precisar lo que entendemos por dibujo dinámico, fenómeno y objeto de la realidad. En primer lugar, según Laborde (1997), un “dibujo dinámico” es un dibujo elaborado en un entorno dinámico, que evoca cierta

ISBN: 978-980-7464-17-8

teoría geométrica y conserva las propiedades espaciales que le fueron declaradas en su construcción tras ser arrastrado por sus elementos libres. En nuestro caso, consideramos como un dibujo dinámico a aquel dibujo realizado en la interfaz del GeoGebra, que fue construido con las herramientas del software considerando la teoría geométrica que subyace en él y las propiedades espaciales que le fueron otorgadas.

En segundo lugar, por "fenómeno" entendemos a este como mecanismos, vistos como sistemas "no matemáticos" que los sujetos simulan en base a su experiencia con el funcionamiento real o a través de un conocimiento más experto (p.e, una máquina de vapor, es un motor de combustión externa que transforma la energía térmica de una cantidad de agua en energía mecánica). Otros ejemplos de esta clase de fenómenos pueden ser consultados en Prieto y Gutiérrez (2015). En tercer lugar, un "objeto de la realidad" es todo objeto que ocupa un lugar en el espacio, es decir, distribuciones espaciales de materia, energía e información (Wagensberg, 2004). Algunos ejemplos de esta clase de objetos, identificados por profesores de matemática en experiencias de diagramación con GeoGebra son: una iglesia, una bandera (nacional o regional), un puente, una plaza pública, entre otras.

En este contexto, entendemos por simulación y/o diagramación con GeoGebra a esa actividad que consiste en elaborar dibujos dinámicos que modelan fenómenos u objetos reales (o algún aspecto de estos), utilizando para ello las diversas herramientas y funcionalidades dinámicas que el GeoGebra pone a disposición de los usuarios. Vale destacar que la diferencia entre un dibujo dinámico que es el producto de una simulación y aquel que proviene de una experiencia de diagramación radica en que este último es un "dibujo estático" mientras que el primero es un "dibujo con movimiento", es decir, reproduce todos los movimientos y formas que están en el fenómeno.

Para la elaboración de un dibujo dinámico tanto para la simulación como para la diagramación los sujetos deben de seguir una serie de "pasos". En primer lugar, los sujetos deben de seleccionar aquel fenómeno u objeto de la realidad que desean simular o diagramar respectivamente. En segundo lugar, los sujetos deben elegir aquella parte del fenómeno u objeto de la realidad por donde quieren comenzar y realizar un boceto de este. En tercer lugar, los sujetos deben identificar los objetos geométricos que mejor representan las partes del boceto dibujado. Cada uno de estos representa una tarea de construcción. Finalmente, los sujetos realizan las tareas de construcción en la interfaz del software, es decir, construyen los objetos geométricos que fueron declarados utilizando para ello las herramientas del GeoGebra y la teoría geométrica que está detrás de cada uno de estos. En este último "paso" en algunas ocasiones los sujetos experimentan con el GeoGebra ya que, deben generar, validar conjeturas y realizar construcciones auxiliares para culminar la tarea.

EXPERIMENTACIÓN EN LA SIMULACIÓN Y DIAGRAMACIÓN

Humanos-con-medios es un marco teórico de la Educación Matemática propuesto por Borba y Villareal (2005), en el cual se plantea que el conocimiento matemático es el resultado de la construcción colectiva de un grupo de "seres humanos pensantes" que resuelven problemas, apoyados en determinados medios (Santa y Jaramillo, 2015). Desde esta perspectiva, los medios no cumplen un papel auxiliar ni complementario; al contrario, éstos son esenciales en la actividad cognitiva, ya que tienen el poder de transformar las prácticas sociales, los contenidos y los estilos de conocimiento de los sujetos (Villareal, 2012). La noción de humanos-con-medios se fundamenta en dos ideas centrales: (i) la cognición no es un producto individual, sino social y (ii) la cognición pone en juego el uso de medios o herramientas con los cuales se produce el conocimiento (Villa-Ochoa y Ruiz, 2010; Villa-Ochoa y Borba, 2011; y Villareal, 2012; 2013).

En cuanto a los medios, estos incluyen la oralidad, la escritura y los dispositivos materiales que forman parte de un colectivo pensante. Entre los dispositivos materiales se tienen a las tecnologías digitales, cuyas implicaciones actuales en la Educación Matemática no son objeto de discusión (Hoyles y Lagrange, 2010). Con el avance de las tecnologías digitales y su llegada a las aulas de clase, se producen nuevos estilos de conocimiento que se corresponden con las exigencias de una ecología cognitiva computarizada (Lévy, 1993; Villareal, 2013). En este siglo, el conocimiento teórico que ha dominado en nuestros escenarios escolar comienza a ceder terreno frente a un conocimiento menos absoluto, más funcional y vinculado a la realidad, en la cual las simulaciones computacionales juegan un papel preponderante. Esto no quiere decir que ambos estilos de conocimiento no puedan coexistir en el desarrollo de una misma actividad. Desde el grupo TEM proponemos que la simulación y la diagramación con GeoGebra son actividades que se apoyan tanto en conocimiento teórico, como en saberes provenientes del contexto de los participantes y del medio tecnológico usado para apoyar la actividad. Más aún, como se postula desde la teoría Humanos-con-medios, creemos que ambas actividades se apoyan en las capacidades de visualización y experimentación de los sujetos involucrados.

Según Borba y Villareal (2005), la experimentación en Educación Matemática implica el uso de procedimientos tentativos y ensayos direccionados que apoyan la generación de conjeturas y el descubrimiento de invariantes matemáticas que son desconocidas para los sujetos pero que son el preámbulo hacia formas de conocer más teóricas. En otras palabras, la experimentación apoyada en tecnologías digitales consiste en generar y validar conjeturas. Gamboa y Morales (2010) señalan que la experimentación en entornos dinámicos facilita el acceso a modelos geométricos por la vía de la construcción y el análisis geométrico, a partir de lo observado en el computador tras el arrastre. En nuestro caso, los sujetos que construyen dibujos dinámicos asociados a experiencias de simulación o

ISBN: 978-980-7464-17-8

diagramación con GeoGebra, pueden medir, comparar y elaborar construcciones auxiliares que les sirven para apoyar sus observaciones y conjeturas, y avanzar en la actividad. El uso experimental del GeoGebra en la simulación y diagramación se asume como un proceso de creación y validación de conjeturas que se da en momentos específicos de la construcción de los dibujos dinámicos, y que se apoya en el "ensayo y error" y las construcciones auxiliares. Aquí es importante resaltar el papel del promotor de los aprendizajes, un personaje que tiene la responsabilidad de acercar esta experimentación con elementos de razón y de verdad provenientes de la teoría geométrica institucionalizada.

UN EJEMPLO DE EXPERIMENTACIÓN EN LA SIMULACIÓN

El primer ejemplo de experimentación con el GeoGebra tuvo lugar en una sesión de trabajo del Club GeoGebra "León de Febres Cordero", localizado en la ciudad de Maracaibo, Venezuela, en el año escolar 2014-2015. Específicamente, el proyecto de simulación del caso llevó por título: "Balancín de Pozo Petrolero". Una descripción más detallada de este proyecto puede leerse en Allen y Sánchez (2015). En la sesión estuvieron presentes dos estudiantes de Educación Media (16-17 años) y su promotora de aprendizajes, coautora de esta comunicación. La sesión tuvo una duración de 90 minutos. La tarea de la simulación tratada durante el encuentro consistió en la representación de la manivela y el contrapeso. Para el desarrollo de la experiencia, los estudiantes contaban con dos imágenes de referencia, una imagen GIF1 que muestra al fenómeno (mecanismo del balancín petrolero) en movimiento y otra imagen estática que fue insertada en la interfaz del software (ver Figura 1a).

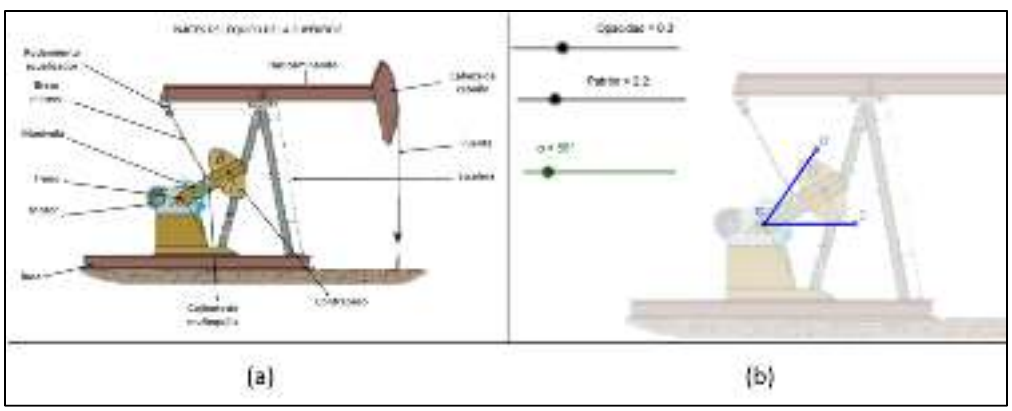

Figura 1. Partes del mecanismo e inicio de la primera tarea

La resolución de la tarea de simulación se inició con la representación del movimiento de la manivela que, al estar ensamblada con el contrapeso ambos se moverían de igual manera. Para ello, se tomaron en cuenta algunas consideraciones iniciales. Una de ellas, fue definir una medida patrón que, en el caso descrito aquí, consistió en la longitud del

1 http://www.gifmania.com/Gif-Animados-Arte/Imagenes-Arquitectura/Torres-Petroliferas/Taladradora-Petrolifera-63481.gif.

segmento que representa a la manivela en la imagen estática. Los participantes de la experiencia decidieron controlar esta medida patrón por medio de un deslizador. Definida la medida patrón, se observó en la imagen GIF que la manivela realizaba una rotación de 360° con respecto al freno, la cual, desde un punto de vista matemático, corresponde a una transformación en el plano aplicada a una figura a partir del centro y ángulo de rotación. La figura en cuestión era el segmento $\overline{CD}$, cuya longitud coincide con el valor del deslizador patrón. La figura homologa obtenida es el segmento $\overline{CD'}$, la cual cambia de posición al variar el deslizador α (ver Figura 1b).

Luego de representar el movimiento de la manivela, lo que siguió fue construir ambas piezas modelando su contorno a través de figuras geométricas. Se decidió iniciar esta construcción representado al contrapeso. Para dibujar el contorno del contrapeso, se observó en la imagen que la parte externa de esta pieza podía ser representada por medio de un arco de circunferencia, construido a partir de la herramienta “Arco Tres Puntos” del GeoGebra. Como su nombre lo indica, esta herramienta requiere de la localización en la interfaz gráfica del software de tres puntos de la figura, dos de los cuales son sus extremos. En este momento se observó que un tercer punto del arco podría ser D’, ya que este punto era de intercepción entre el arco a construir y el segmento que representa la manivela.

Para determinar los extremos del arco, los participantes consideraron necesario dibujar la circunferencia que le contiene, a partir de su centro y radio. En este momento, el problema se reducía a localizar el centro de la circunferencia ya que, a partir de este objeto, se podía determinar el radio de la curva (definido por la distancia entre el centro y D’). En un principio, tras observar y manipular la construcción, uno de los estudiantes conjeturó que el centro de la circunferencia era el punto C, pero al dibujar la curva (centro C y radio CD´) se pudo notar que esta no representaba tan bien al contorno deseado (ver Figura 2).

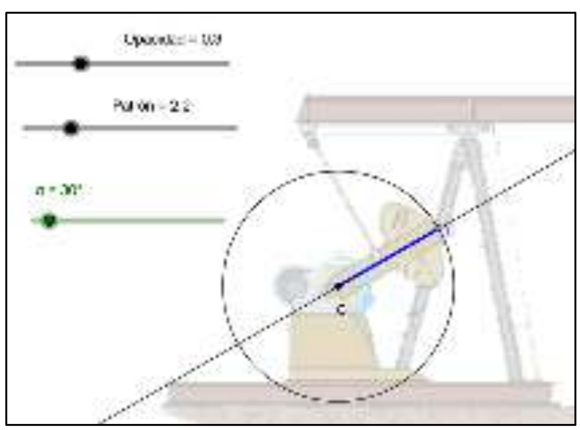

Figura 2. Primera conjetura.

ISBN: 978-980-7464-17-8

De esta manera, al validar la conjetura por medio de la construcción correspondiente, se evidenció que la circunferencia obtenida no era la esperada. Como respuesta, en el momento surgió la siguiente pregunta: *Si el centro de la circunferencia se posa sobre la recta $\overrightarrow{CD'}$, ¿este punto estará localizado entre C y D'*? Para responder esta interrogante, los sujetos se vieron en la necesidad de experimentar con ciertos objetos geométricos auxiliares, los cuales fueron construidos a través de la siguiente secuencia:

- Se dibujó la recta $\overrightarrow{CD'}$ sobre la cual se posaba el centro de la circunferencia.
- Asumiendo que un punto O, ubicado sobre la recta, podía representar al centro de la circunferencia, se procedió a dibujar este punto.
- Se construyó la circunferencia con centro en O y radio igual a la longitud de $\overline{OD'}$.

El movimiento del punto O sobre la recta, modificaba el radio de la circunferencia y su curvatura. Algunas conclusiones comenzaron a surgir a partir de lo observado tras el movimiento de C. En principio, los participantes reconocieron que la circunferencia obtenida superaba los límites del contrapeso cuando O se movía a la izquierda de C (ver Figura 3a), lo que hacía evidente que el centro de la curva se ubicara entre los puntos C y D'.

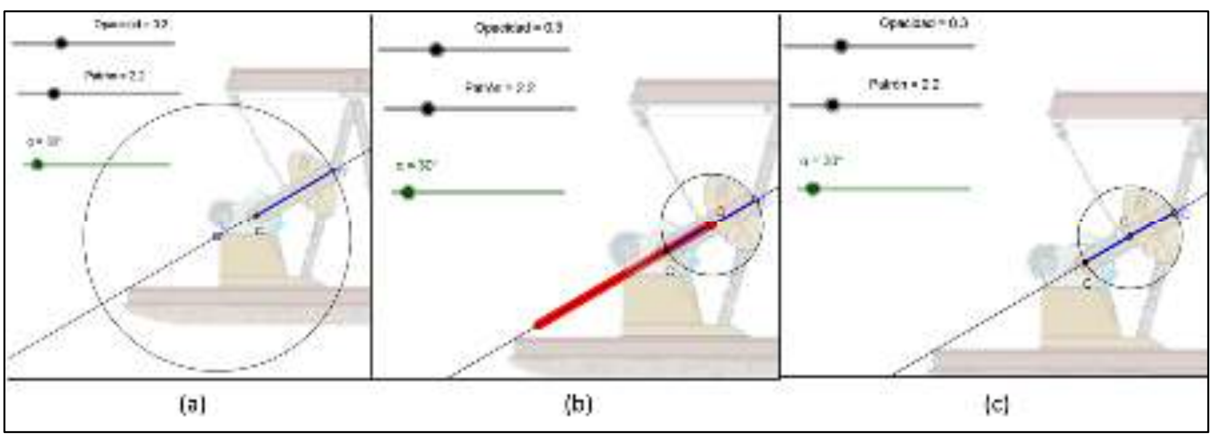

Figura 3. Determinación del centro de la circunferencia.

Para saber su ubicación precisa del centro de la circunferencia, los participantes variaron la posición de O entre C y D', observando la circunferencia obtenida y comparándola con el contorno del contrapeso (ver Figura 3b). A través de esta exploración fue posible conjeturar que el centro buscado era el punto medio de $\overline{CD'}$, al que se llamó E y que fue determinado con la herramienta "Medio o Centro". Tras determinar el punto E, la circunferencia necesaria para la representación del contorno del contrapeso fue creada para continuar con la representación de la pieza (ver Figura 3c).

Este ejemplo muestra cómo los sujetos involucrados en una experiencia de simulación, pueden vivenciar procesos de experimentación con el GeoGebra para avanzar en el trabajo. Los estudiantes y su promotora se vieron en la necesidad de validar las conjeturas generadas a través de lo que estaban observando en la pantalla, dando respuesta a cuestiones muy particulares de la tarea de simulación. Además, estos sujetos realizaron construcciones auxiliares para apoyar sus hipótesis y crear nuevas conjeturas que los llevaran a la verdadera respuesta de la tarea.

UN EJEMPLO DE EXPERIMENTACIÓN EN LA DIAGRAMACIÓN

Un segundo ejemplo de experimentación con el GeoGebra tuvo lugar en una sesión de trabajo de la Unidad Curricular Forma y Dimensión y su Didáctica II, en el Liceo Nacional "Caracciolo Parra Pérez", localizado en la ciudad de Maracaibo, Venezuela, en el año 2015. Específicamente, en el proyecto de diagramación del caso llevó por título "La Geometría de la Bandera Nacional". En la sesión estuvieron presentes doce participantes cursantes de la unidad curricular y su facilitador, y cuatro estudiantes de la licenciatura en Educación Mención Matemática y Física de Luz. La sesión tuvo una duración de 29 minutos. La tarea de diagramación tratada durante el encuentro consistió en la representación de las franjas de la bandera. Para el desarrollo de la experiencia, la profesora contaba con una imagen de referencia que fue insertada en la interfaz del GeoGebra (ver Figura 4).

Figura 4. Imagen de referencia para la diagramación.

La resolución de la tarea de diagramación se inició con la representación de la franja roja. Para ello, se tomaron en cuenta algunas consideraciones iniciales. Una de ellas, fue definir un patrón de medida que, para este caso, consistió en el segmento que representa el borde inferior de la franja roja. Definido el patrón de medida, se observó en la imagen que todas las franjas se podrían representar a través de un rectángulo, el cual, desde el punto de vista matemático, corresponde a un paralelogramo, donde sus lados son iguales dos a dos y todos sus ángulos son de 90°. Para trazar este objeto geométrico en el GeoGebra basta con localizar sus cuatro vértices. Al considerar el patrón de medida (segmento) como el borde de la franja roja ya se contaba con dos vértices, entonces la tarea se reducía a determinar los otros dos. Para determinar el tercer vértice se trazó una circunferencia centra en A (esquina inferior izquierda de la bandera) y de radio $0{,}22 \cdot patrón\ de\ medida$. Al interceptar esta con el eje y se obtuvo el punto C que representa el tercer vértice (ver Figura 5a).

ISBN: 978-980-7464-17-8

Figura 5. Construcción de la franja roja y azul.

Para el cuarto vértice se trazó primero una recta paralela al eje x que pase por C y luego se dibujó una circunferencia centrada en B (esquina inferior derecha de la franja) con el mismo radio que la anterior. La intercepción de estos dos objetos geométricos da el punto D que representa el cuarto vértice del rectángulo. Luego se trazó este con la herramienta "Polígono" (ver figura 5b). Construida la franja roja la que siguió fue la azul, para este caso los puntos C y D son vértices del rectángulo. Por lo tanto, basto con determinar el tercer y cuarto vértice para obtener esta figura. El procedimiento seguido fue análogo al anterior. Para este caso, el tercer vértice E se obtuvo trazando la circunferencia centrada en el punto C. En cuanto al cuarto vértice F se determinó dibujando la circunferencia centrada en D (ver Figura 5c).

Luego de representar las franjas roja y azul, lo que siguió fue construir la amarilla. Los participantes de la experiencia decidieron aplicar simetría para obtener el rectángulo que representa la franja amarilla. Esto se debe a que las tres franjas de la bandera son iguales, de esta decisión surgieron dos casos. En el primero se utilizó la simetría axial, la cual, desde un punto de vista matemático, corresponde a una transformación en el plano aplicada a una figura a partir del eje de simetría. En ese momento se observó que la figura en cuestión es la franja azul y el eje de simetría desconocía, por lo tanto, el problema consistió en determinar este eje. En un principio, tras observar y manipular la construcción, uno de los participantes conjeturó que el eje de simetría era el eje x, pero al aplicar la simetría se pudo notar que el rectángulo no representaba a la franja amarilla como se deseaba (ver Figura 6a). Otro participante conjeturó que el eje de simetría era el eje y, pero al validarla sucedió lo mismo que en la anterior conjetura (ver Figura 6b).

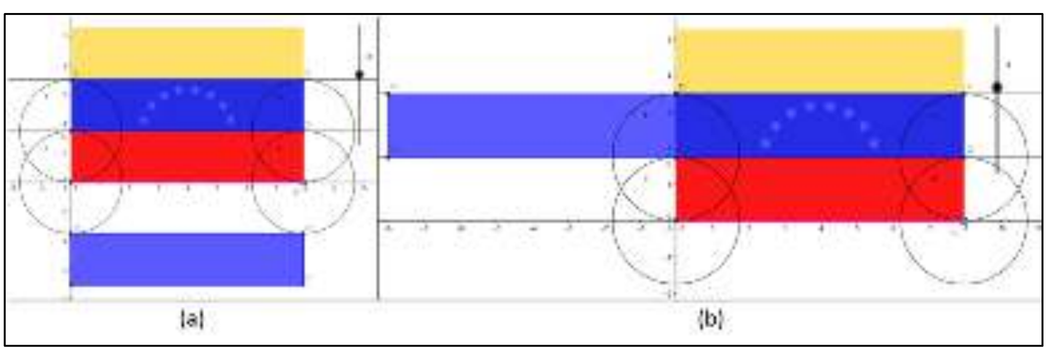

Figura 6. Primera y segunda conjetura.

En un tercer intento por determinar el eje de simetría otro participante conjeturo que el eje de simetría era una recta paralela al eje x que pasa por 5.3, pero al aplicar la simetría se pudo notar que el rectángulo no representaba a la franja amarilla como se deseaba (ver Figura 7a). Finalmente, un participante conjeturo que el eje de simetría era la recta que contenía al tercer y cuarto vértice del rectángulo que representa la franja azul. De esta manera, al validar esta conjetura aplicando la simetría axial se evidenció que este era el eje de simetría buscado. A la figura homologa obtenida se le modifico su color a amarillo como se muestra en la imagen de referencia (ver Figura 7b).

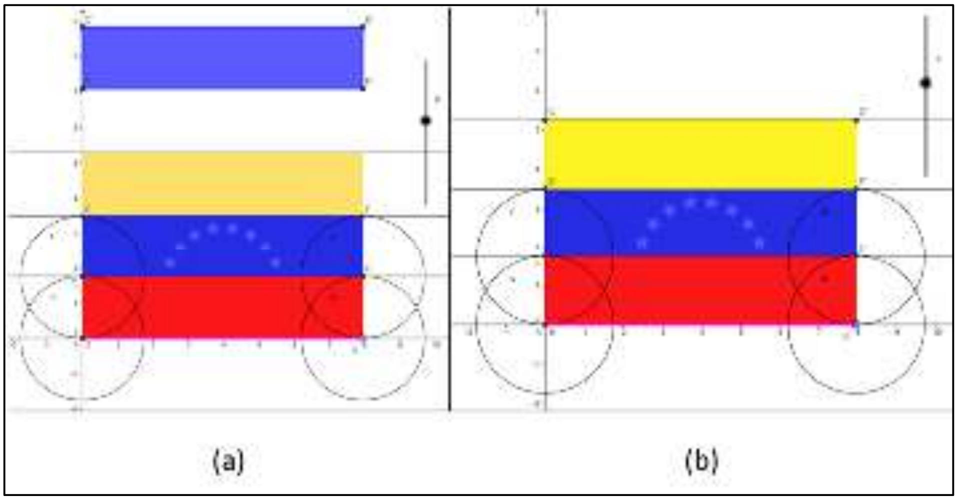

Figura 7. Conjetura tres y cuatro.

En el segundo caso se utilizó la simetría central, la cual, desde un punto de vista matemático, corresponde a una transformación en el plano aplicada a una figura a partir del centro de simetría. En ese momento se observó que la figura en cuestión es la franja roja y el centro de simetría desconocía, por lo tanto, el problema consistió en determinar este centro. En el momento surgió la siguiente pregunta ¿Dónde estará localizado el centro de simetría?

Para responder esta interrogante, los sujetos se vieron en la necesidad de experimentar con ciertos objetos geométricos auxiliares, los cuales fueron construidos a través de la siguiente secuencia:

Se ubicó un punto libre G en el plano cartesiano.
Asumiendo que G podía representar al centro de simetría, se procedió a aplicar la simetría central.

El movimiento del punto G sobre el plano, modificaba la ubicación de la figura homologa obtenida. Algunas conclusiones comenzaron a surgir a partir de lo observado tras el movimiento de G. En principio, los participantes reconocieron que el centro de simetría se encontraba dentro del rectángulo azul (ver Figura 8a), A través de esta exploración fue posible conjeturar que el centro de simetría concedía con el centro del rectángulo (ver Figura 8b).

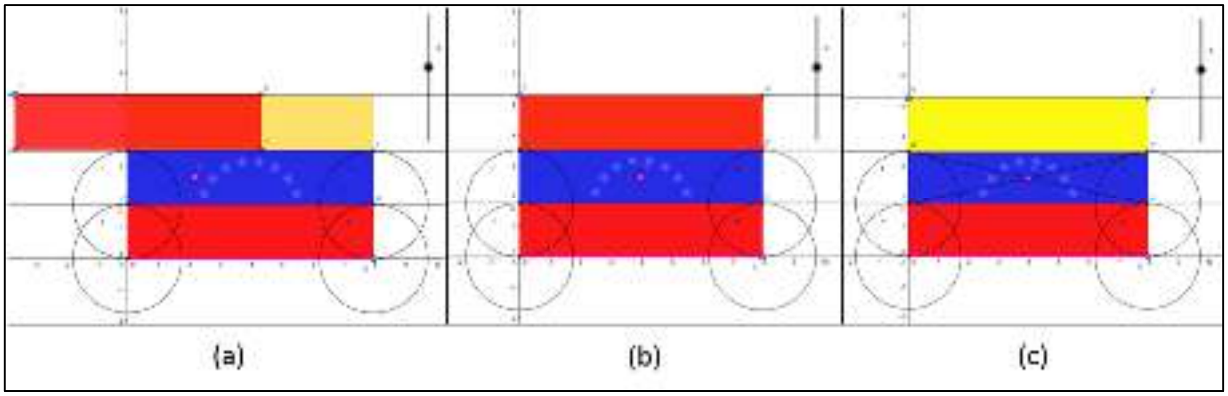

Figura 8. Determinación del centro de simetría.

Este centro se construyó trazando las diagonales del rectángulo azul y luego fueron interceptados obteniendo el punto. Tras determinar el punto G, se aplicó la simetría al rectángulo rojo y a la figura homologa se le cambio su color. De esta manera se concluyó la primera tarea de diagramación. (ver Figura 8c).

En ambos ejemplos se muestra cómo los sujetos involucrados en una experiencia de diagramación, pueden vivenciar procesos de experimentación con el GeoGebra para avanzar o culminar el trabajo. Los participantes, estudiantes y su facilitador se vieron en la necesidad de validar las conjeturas generadas a través de lo que estaban observando en la pantalla, dando respuesta a cuestiones muy particulares de la tarea de diagramación. Además, estos sujetos realizaron construcciones auxiliares para apoyar sus hipótesis y crear nuevas conjeturas que los llevaran a la verdadera respuesta de la tarea.

CONCLUSIONES

A lo largo del trabajo se ha intentado caracterizar el proceso de experimentación con el GeoGebra en experiencias concretas de simulación y diagramación. La experimentación en ambas actividades es diferente, tanto por el colectivo de seres humanos que se involucran en cada experiencia (estudiantes y profesores de Matemática), como por el producto obtenido. Respecto a esto último, vale destacar que en simulación es necesario representar formas y movimientos, mientras que en la diagramación solo se dibujan las formas de los objetos seleccionados. Con la descripción realizada aquí pretendemos aumentar nuestra comprensión de algunos procesos (p.e., la experimentación) que hasta el momento se han mantenido ocultos en el desarrollo de la simulación y diagramación.

Sin embargo, como se ha evidenciado a lo largo del escrito, no es necesario disponer de una gran experiencia en el manejo del GeoGebra, ni de manejar con precisión la teoría geométrica. Una ventaja de usar al GeoGebra es que este software te ofrece ayudas que facilitan el uso de las herramientas. Para cerrar, algo muy importante que se ha evidenciado en el trabajo es la ventaja que supone realizar las actividades de simulación y diagramación en colectivo. Aunque todavía hay mucho que saber respecto a la experimentación con GeoGebra en estas actividades, los pasos dados pueden contribuir con el surgimiento de formas de integrar la experimentación con GeoGebra en las actividades del aula, mejorando sustancialmente el aprendizaje matemático de estudiantes y profesores.

REFERENCIAS

Borba, M. y Villareal, M. (2005). *Humans-with-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking. information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization.* 1.ed. (Mathematics Education Library, V. 39). New York: Springer Science+business Media.

Fioriti, G. (2012). Prólogo. En R. Ferragina (Ed.), *GeoGebra entra al aula de matemática*. Buenos Aires: Miño y Davila.

Gamboa, R. y Morales, Y. (2010). Análisis de las estrategias empleadas en el uso de programas dinámicos de geometría y tipos de actividades para la enseñanza de la geometría. *Revista digital Matemática, Educación e Internet*. 10(2), pp. 01- 16.

Hilton, M., y Honey, M. A. (2011). *Learning Science Through Computer Games and Simulations*. Washington, DC: Committee on Science Learning: Computer Games, Simulations, and Education; National Research Council.

Hohenwarter, M. (2006). *Dynamic investigation of functions using GeoGebra*. Trabajo presentado en el Dresden International Symposium on Technology and its Integration into Mathematics Education, Julio, Dresden.

Hoyles, C. y Lagrange, J.B. (Eds.) (2010). *Mathematics Education and Technology–Rethinking the Terrain. The 17th ICMI Study*. New York: Springer.

Laborde, C. (1997). Cabri-geómetra o una nueva relación con la geometría. En L. Puig. (Ed.), *Investigar y Enseñar. Variedades de la Educación Matemática* (pp.33-48). México: Grupo Editorial Iberoamérica S.A. de C.V.

Lévy, P. (1993). Tecnologias da inteligencia. O futuro do pensamento na era da informática. Traducción de C. Costa. São Paulo: Editora 34.

Moya, A. (2009). Las nuevas tecnologías en la educación. *Innovación y experiencias educativas*, 24(1), pp. 1-9.

Plass, J., Homer, B. y Hayward, E. (2009). Design factors for educationally effective animations and simulations. *Journal of Computing in Higher Education*, 21(1), pp. 31-61.

Prieto, J.L. y Gutiérrez, R. (Comps.). (2015). *Memorias del I Encuentro de Clubes GeoGebra del estado Zulia*. Maracaibo: A. C. Aprender en Red.

Rubio, L., Prieto, J. L. y Ortiz, J. (2016). La matemática en la simulación con GeoGebra. Una experiencia con el movimiento en caída libre. *International Journal of Educational Research and Innovation* (IJERI), 2(1), pp. 90- 111.

ISBN: 978-980-7464-17-8

Santa, Z. y Jaramillo, C. (2015). *Producción de conocimiento geométrico de un colectivo – con – doblado de papel: el caso de la trisección de un ángulo*. Trabajo presentado en la XIV Conferencia Interamericana de Educación Matemática. Chiapas, México.

Villa-Ochoa, J. y Borba, M. (2011). *Humans- with-media en la producción de conocimiento matemático. El caso de GeoGebra*. Trabajo presentado en el 12° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa.

Villa-Ochoa, J. y Ruiz, M. (2010). Pensamiento variacional: seres-humanos-con-GeoGebra en la visualización de noción variacional. *Revista Educação Matemática Pesquisa*, 12(1), pp. 514-528.

Villareal, M. (2012). Tecnologías y educación matemática: necesidad de nuevos abordajes para la enseñanza. *Revista Virtual Educación y Ciencia*, 3(5), pp. 73-94.

Villareal, M. (2013). Humanos-con-medios: un marco para comprender la producción matemática y repensar prácticas educativas. En E. Miranda y N. Paciulli (Coords.), *Formación de Profesores, Currículum, Sujetos y Prácticas Educativas* (pp. 85-122). Córdoba: Filosofía y Humanidades.

Wagensberg, J. (2004). *La rebelión de las formas.* España: Tusquets.