

UNA PRÁCTICA MATEMÁTICA EN TORNO A LA SIMULACIÓN DE UNA LOCOMOTORA A VAPOR CON GEOGEBRA

Irene Sánchez¹ y Juan Luis Prieto G.^{1,2}

¹Grupo TEM: Tecnologías en la Educación Matemática; ²Universidad del Zulia
irenorono@gmail.com

Matemática Lúdica: Simulación y Juegos en Matemática. Educación Media

RESUMEN

Es recurrente en las investigaciones del campo de la Educación Matemática mencionar la necesidad de un cambio en las actividades que suelen proponerse para promover el aprendizaje en los estudiantes. Al respecto, el surgimiento de nuevas tecnologías ha mostrado que los simuladores y juegos de video son medios con gran potencial para propiciar actividades innovadoras que se orientan al aprendizaje de la matemática y que pueden parecer atractivas para los estudiantes. Sin embargo, las investigaciones que consideran estos medios se han basado más en su uso para promover aprendizaje que en la elaboración como un escenario donde emergen prácticas matemáticas que generan un conocimiento matemático. Por consiguiente, este reporte de investigación presenta el análisis de una experiencia de simulación con GeoGebra, específicamente, el caso de una estudiante de Educación Media Técnica que se dispone a simular la manivela de una "locomotora a vapor". Con el análisis se busca comprender la actividad de simulación con GeoGebra como una posibilidad para el aprendizaje matemático de los estudiantes. El análisis se apoya en la Teoría Antropológica de lo Didáctico, particularmente, en la noción de praxeología matemática que utilizamos para estudiar la práctica matemática que tiene lugar en la elaboración de modelos geométricos que responden a una tarea de simulación. La naturaleza de la actividad analizada muestra que los conocimientos matemáticos empleados por la estudiante para justificar los procesos realizados son de tipo teórico y práctico. Este estudio se considera como el primer paso para conocer a mayor profundidad las características de prácticas no convencionales que pudieran considerarse en el desarrollo de secuencias instruccionales a ser implementadas en las clases de matemática.

Palabras clave: simulación, GeoGebra, prácticas matemáticas.

INTRODUCCIÓN

Son diversas las investigaciones en Educación Matemática que plantean como problema las prácticas matemáticas convencionales que se producen en las aulas. Tales prácticas se caracterizan por un manejo de reglas algebraicas, uso de "ejercicios típicos" con poca o nula conexión con el mundo real y ausencia de las tecnologías digitales (Artigue, 2014; 2012; Gamboa 2007). Este tipo de prácticas genera resistencia en los aprendices quienes sienten que la institución cada día les provee menos formación relacionada con su vida cotidiana (Arenas, 2012). Ante esta situación, una opción sería que las instituciones brinden apoyo hacia el emprendimiento de actividades de educativas "no convencionales" que puedan ser interesantes para los jóvenes. El uso de las tecnologías digitales genera un ambiente propicio para este tipo de actividades, donde los estudiantes pueden sentirse confiados de crear su propio aprendizaje. En relación a esto, algunas tecnologías digitales, como los simuladores y juegos de video, han favorecido el surgimiento de nuevos escenarios de aprendizaje que

sirven de marco al desarrollo de actividades relacionadas con la matemática y las ciencias naturales (González, Molina y Sánchez, 2014; Hilton & Honey, 2011).

Sin embargo, las investigaciones realizadas en estos escenarios se han focalizado más en las implicaciones del uso de estas tecnologías en las clases de matemática, dejando a un lado las experiencias de elaboración de simuladores computacionales como contextos desde los que emergen prácticas matemáticas interesantes. Algunos de nuestros trabajos previos han revelado que el GeoGebra resulta ser un entorno propicio para la representación de objetos y fenómenos de la realidad (Cervantes, Rubio y Prieto, 2015; Prieto y Gutiérrez, 2015; Rubio, Prieto y Ortiz, 2016). Aunque la elaboración de simuladores con GeoGebra es un campo fértil para la emergencia de prácticas matemáticas que trascienden lo convencional, es necesaria una reflexión más profunda sobre las condiciones de la actividad que se produce en su seno. Por esta razón, este trabajo busca contribuir con esta reflexión, presentando una caracterización de la práctica matemática asociada a una experiencia concreta de simulación con GeoGebra del funcionamiento de una locomotora a vapor. En particular, se analiza la experiencia de una estudiante del 5to año de Educación Media (16-17 años), su promotor y la coautora de este trabajo, quienes simulan el movimiento de la manivela de la máquina.

SIMULACIÓN Y PRÁCTICAS MATEMÁTICAS

La simulación computacional es una actividad que consiste en representar un fenómeno natural o científico a través de modelos elaborados en un medio tecnológico determinado, de manera que el usuario pueda modificar y manipular los parámetros asociados a este modelo (Clark, Nelson, Sengupta & D'Angelo, 2009; Hilton & Honey, 2011). Desde esta perspectiva, la simulación con GeoGebra es una simulación computacional cuyo modelo asociado se elabora en la interfaz del software (Rubio, Prieto y Ortiz, 2016). Vale destacar que la simulación, como actividad humana, es propia de una institución que hemos denominado "Club GeoGebra", asumiendo como "institución" toda organización social estable en la que ciertos sujetos realizan actividades bajo ciertas restricciones institucionales (Romo, 2014; Castela, 2009). En el caso de un Club GeoGebra, la actividad principal es la *elaboración de simuladores o simulación* que los estudiantes realizan en la vista gráfica del GeoGebra, bajo la dirección de su promotor(a).

Con relación a esta actividad, es importante precisar dos elementos de la simulación con GeoGebra: el *fenómeno* y el *modelo* computacional asociado. En cuanto al *fenómeno*, para la simulación con el software hemos considerado la representación de mecanismos que los sujetos simulan con base en su experiencia o a través de un conocimiento más experto. Un ejemplo de este tipo de fenómenos lo constituye un "motor de cuatro tiempos". El lector puede consultar otros ejemplos en Prieto y Gutiérrez (2015). En cuanto al *modelo*, este se elabora a partir de las partes o elementos que componen al fenómeno, según el punto de

vista de los sujetos pertenecientes a la institución, dando paso a una serie de *tareas de simulación* que organizan la actividad en una secuencia. Resolver cada tarea de simulación implica construir un *dibujo dinámico*, esto es, un dibujo creado en la interfaz gráfica del GeoGebra que conserva las relaciones geométricas declaradas en su construcción tras ser desplazado o arrastrado por alguno de sus elementos libres (Acosta, 2010; Laborde, 1997).

Con relación a los dibujos dinámicos asociados a una experiencia de simulación con GeoGebra, es importante destacar que éstos se componen de una o varias *formas geométricas* que le otorgan sentido. Cada una de estas formas se construye con el software sobre la base de “propiedades espaciales” del dibujo, reconocidas en un boceto o en alguna otra imagen de referencia, que luego son traducidas en “propiedades geométricas” (Laborde, 1997). La construcción de las formas geométricas que componen a un dibujo dinámico da lugar a una nueva serie de tareas más puntuales, que denominamos *tareas de construcción*. Estas tareas tienen una naturaleza geométrica en tanto que son resueltas a través de *procedimientos* de construcción mediados por herramientas del software que encapsulan conocimiento geométrico. Estos procedimientos son validados según el grado de fidelidad de la construcción con respecto al funcionamiento real del fenómeno y, desde un punto de vista más matemático, por medio de la prueba del arrastre (Larios y González 2010). Las razones que justifican las formas de proceder ante una tarea de construcción se ponen de manifiesto en los *discursos* (orales o escritos) que los estudiantes y promotores elaboran durante las reuniones de trabajo.

Desde una perspectiva antropológica, estos aspectos de la simulación ponen de manifiesto unas prácticas mediadas por el GeoGebra muy particulares, que nos enfrentan a formas no convencionales de modelación de la realidad y que pueden ser caracterizadas a través de la noción de praxeología. Este trabajo se centra en la descripción de praxeologías matemáticas relacionadas con una experiencia concreta de simulación con GeoGebra, considerando esta acción como el primer paso para la comprensión de las prácticas matemáticas que tiene lugar en el Club GeoGebra.

PRÁCTICAS DE SIMULACIÓN COMO PRAXEOLOGÍAS

Según Chevallard (1999), toda actividad humana regularmente realizada puede describirse en términos de *praxeologías*. La noción de praxeología ha resultado ser una herramienta eficaz para el análisis de prácticas matemáticas poco exploradas, como es el caso de aquellas que involucran el uso de un software de geometría dinámica (Acosta, 2007). Esta noción tiene su origen en la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), un marco teórico de la Didáctica de las Matemáticas que asume como su objeto primario de investigación a la actividad matemática y los saberes derivados de ésta, que emergen de las actividades humanas en determinadas instituciones sociales (Bosch, 2003). La noción de praxeología permite el análisis de tareas según la estructura: $[T, \tau, \theta, \Theta]$, donde T representa

al conjunto de tareas de un mismo tipo t , τ es la técnica asociada a cada tarea t del tipo T , θ la tecnología que justifica a τ , y Θ es la teoría de que justifica matemáticamente a θ . Esta organización praxeológica está constituida por dos bloques: el práctico-técnico $[T, \tau]$, relacionado con el saber-hacer o "praxis", y el tecnológico-teórico $[\theta, \Theta]$, vinculado con el saber o "logos" (Chevallard, 2002).

Específicamente, el *tipo de tarea* (T) es cada clase de tareas problemáticas que enfrentan los miembros de una determinada institución. En el caso de las instituciones escolares, por lo general, las tareas a las que nos referimos son de naturaleza matemática. En la simulación con GeoGebra, las tareas t de un tipo T son las conocidas "tareas de construcción". Un ejemplo de una tarea de construcción es: *construir un segmento a partir de un punto exterior a este*. Esta tarea pertenece a un tipo de tarea T que incluye todos los casos de construcción de segmentos posibles. El siguiente elemento es la *técnica* (τ), referida al conjunto de procedimientos que permiten tratar algunas tareas del tipo T con la mediación de ciertas herramientas. En particular, para la simulación con GeoGebra, una técnica τ corresponde al proceso seguido para atender a una tarea de construcción en el software.

La *tecnología* (θ) se refiere al discurso elaborado para justificar y hacer inteligible una técnica τ . Respecto a la tecnología, Castela (2009) afirma que un discurso tecnológico θ permite que una técnica τ emerja, se trasmita y legitime como una forma válida de resolver tareas del tipo T . En la simulación con GeoGebra, una tecnología θ incluye los diversos registros verbales, escritos o gestuales de los que se valen los sujetos para hacer que otros comprendan la técnica τ empleada. Por último, la *teoría* (Θ) hace mención al discurso racional que apoya o valida a una tecnología θ , el cual está soportado en saberes provenientes de una teoría sólidamente constituida o de la experiencia socialmente aceptada y compartida por los miembros de la institución (Covián y Romo, 2014). En la simulación con GeoGebra, un discurso teórico (Θ) vinculado a una praxeología matemática de construcción de modelos geométricos abarca todo conocimiento de propiedades, definiciones, teoremas, postulados y demás elementos de la geometría euclidiana, que es usado para validar una cierta tecnología θ asociada.

Considerando los referentes teóricos anteriores y la necesidad por comprender los elementos de la praxeología en la elaboración de los modelos geométricos asociados a la elaboración de simuladores con GeoGebra, nos planteamos la siguiente pregunta de investigación: ¿Cuáles son las características de las praxeologías matemáticas que emergen de la construcción de modelos geométricos como respuesta a procesos de simulación con GeoGebra? Para tratar de responder esta pregunta, analizamos una experiencia concreta de simulación con GeoGebra que nos permite identificar y describir las componentes de las praxeologías matemáticas que han tenido lugar al abordar una tarea de la simulación, la cual está asociada con la representación de una locomotora a vapor.

METODOLOGÍA

Contexto y participantes

La experiencia de simulación analizada en este trabajo tuvo lugar en una institución oficial de Educación Media Técnica de la ciudad de Cabimas, en Venezuela, durante el año escolar 2014-2015. En esta institución funciona el proyecto Club GeoGebra para la Diversidad, bajo la responsabilidad del Grupo TEM: Tecnologías en la Educación Matemática. El club contaba con cinco proyectos de diseño referidos a diferentes fenómenos relacionados con la mecánica, los cuales eran atendidos en sesiones de trabajo semanales donde se abordaba al menos un proyecto. Para esta investigación decidimos estudiar las praxeologías que emergen de la primera tarea de simulación del proyecto “Locomotora a vapor”. La tarea fue atendida por tres participantes (una estudiante, el promotor y la coautora del trabajo) durante dos (02) sesiones de trabajo. La figura 1 muestra la imagen del mecanismo usada en el proyecto.

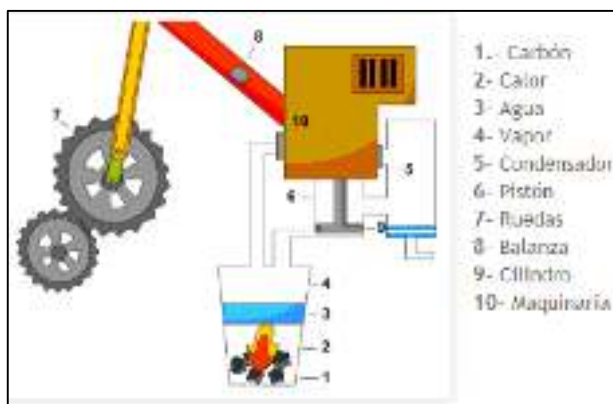


Figura 1. Locomotora a vapor y sus partes

Datos de la investigación

Durante la elaboración del simulador la estudiante tomó apuntes sobre la resolución de la tarea de construcción. Estos sirvieron de soporte para la sistematización de esta experiencia. El producto de la sistematización asociada a la tarea de simulación “representar la manivela” se expone en el trabajo de Benítez y Sánchez (2015). Los datos de esta investigación provienen de esta sistematización. Para complementar esta información, el discurso escrito es contrastado con el protocolo de construcción¹ de la pieza, incorporado al archivo GeoGebra correspondiente.

Análisis de los datos

El análisis de los datos se realizó en atención a las estructuras de las praxeologías emergentes durante la representación de la manivela. Dicho análisis fue llevado a cabo por etapas. En la

¹ Tabla interactiva que ofrece el GeoGebra, en la que se expone todos los pasos de construcción tal como fueron realizados por los usuarios.

primera etapa se identificó la tarea de construcción asociada a la tarea de simulación. En la segunda etapa se organizó la técnica correspondiente a la tarea de construcción, estableciendo la secuencia de pasos, la descripción de cada paso y la herramienta del GeoGebra usada para atender al paso. En la tercera etapa se extrajeron los fragmentos del discurso tecnológico que daban cuenta de las razones por las cuales se realizó determinado paso de construcción. Además, partiendo de una adaptación de las funciones del discurso tecnológico de Covián y Romo (2014), en esta etapa también se identificaron evidencias sobre estos fragmentos que mostraban el tipo de función práctica que la tecnología cumple en el discurso tecnológico de los participantes (ver Cuadro 1).

Cuadro 1. Funciones de discurso tecnológico para tareas de construcción con GeoGebra

Función del discurso	Descripción
Describir la técnica	Un discurso tecnológico asociado a una tarea de construcción tiene una función descriptiva si este detalla cada paso de la construcción, acompañado o no de la herramienta del GeoGebra utilizadas para acometer la tarea
Validar la técnica	Un discurso tecnológico asociado a una tarea de construcción tiene una función de validación cuando en los pasos de construcción realizados total o parcialmente son justificados mediante referentes geométricos
Motivar la técnica	Un discurso tecnológico asociado a una tarea de construcción se considera que motiva la técnica, si uno o un conjunto de pasos, son justificados por los fines esperados, es decir, por el conocimiento/funcionamiento del fenómeno a representar
Explicar la técnica	Un discurso tecnológico asociado a una tarea de construcción cumple con una función explicativa si éste detalla cómo los diferentes pasos que la componen permiten alcanzar los resultados esperados

Fuente: Adaptación hecha por los autores a partir de la propuesta de Covián y Romo (2014)

RESULTADOS

La construcción de la manivela que forma parte de la locomotora comenzó por la identificación de los objetos geométricos que, a criterio de los involucrados, representan mejor la forma de esta pieza en la interfaz del GeoGebra. En este sentido, los datos muestran que el segmento constituyó para los participantes un objeto geométrico "idóneo" para iniciar la simulación, como se señala en el siguiente diálogo extraído del trabajo de sistematización correspondiente a la representación de la manivela. En este caso se considera al segmento como un modelo "singular" para la situación.

Para construir la manivela, lo primero que se hizo fue reconocer en la imagen de fondo un objeto geométrico que mejor represente la pieza. Posterior a una observación de la escena, se identifica al segmento como el objeto idóneo para representar la manivela.

El establecimiento del modelo geométrico dio lugar a la declaración de la *tarea de construcción* correspondiente en los siguientes términos: *determinar los extremos del segmento*. Vale destacar que la ausencia de ciertos elementos en la declaración de la tarea

(p.e., los elementos con los que se cuenta para construir el segmento) hace de ésta una descripción típica de un tipo de tarea, y no de una tarea de determinado tipo. Esto no impide la resolución de la tarea por parte de las autoras, quienes asumen implícitamente a los extremos del segmento como los elementos fundamentales para la construcción de este objeto geométrico. Posteriormente, los involucrados realizan la construcción del segmento empleando una *técnica* compuesta por seis pasos, la cual se describe en el registro y se detalla en el cuadro 2. Los pasos que componen a la técnica fueron elaborados con los siguientes propósitos:

- El paso 1 corresponde al establecimiento de un extremo.
- Los pasos del 2 al 5 se realizaron para ubicar el otro extremo.
- El paso 6 se empleó para construir el segmento.

Cuadro 2. *Técnica de construcción del segmento*

Paso	Descripción del paso	Herramienta del GeoGebra
1	Situar un punto libre denominado Punto C	Punto
2	Trazar una circunferencia con centro en el punto C y de radio $\frac{2}{3} \cdot p$	Circunferencia (centro, punto)
3	Colocar un Punto D sobre la circunferencia c	Punto
4	Crear un deslizador de tipo ángulo con intervalo [0,360] (repetición creciente)	Deslizador
5	Rotar al Punto D, con respecto al punto C y ángulo α	Rotación
6	Trazar el segmento $\overline{CD'}$	Segmento

Fuente: Información extraída de Benítez y Sánchez (2015)

Las justificaciones *tecnológicas* de la construcción realizada por la estudiante y su promotora son de naturaleza práctica, es decir, se basan ya sea en su conocimiento del fenómeno o en las características del movimiento de la pieza que son identificadas sobre la imagen GIF de referencia. El movimiento de la manivela facilitó la identificación de la cualidad estática/dinámica de los extremos del segmento, es decir, que un extremo permanecía fijo y el otro describía una trayectoria circular.

Ya conocido el objeto, se tiene en cuenta el movimiento que describe la pieza –movimiento circular– mientras la locomotora está en marcha. Atendiendo a las características de este movimiento, se precisa que uno de los extremos del segmento debe permanecer fijo (estático) y el otro en movimiento (dinámico).

Lo anterior sugiere que la motivación de la técnica está asociada al interés de las participantes por realizar una construcción que mantenga “una semejanza más fiel a la

realidad". En lo que respecta a la función tecnológica del discurso, se observa que prevalece la función *descriptiva* ya que en la mayoría de los pasos que componen a la técnica, las formas de acción son descritas, indicando en algunos casos la herramienta del GeoGebra empleada. Una evidencia de lo anterior se muestra a continuación:

Para el extremo fijo, se observa en la imagen de referencia que éste se encuentra en el centro de la rueda, por lo tanto, para representarlo se utiliza la herramienta Punto y se construye esta figura en el lugar antes descrito, estableciéndose así un punto C que representa al extremo[...]

CONCLUSIONES

El análisis realizado en esta investigación dio cuenta del establecimiento de una tarea de construcción asociada a la simulación de la manivela. Esta tarea de construcción se formuló tras identificar un objeto geométrico como suficientemente "completo" (el segmento) para representar la manivela. Cuando se intenta declarar la tarea de construcción, ésta, se plantea a partir de los elementos requeridos para elaborar la forma geométrica subyacente. Se presume que las participantes llegaron a esta conclusión debido a la influencia de la ayuda que ofrece el programa- GeoGebra- a los usuarios en cada una de sus herramientas de construcción. La técnica empleada puede considerarse como adecuada ya que permitió fijar las condiciones que debía cumplir cada extremo. A su vez, hemos constatado que el discurso tecnológico en la experiencia tuvo una función descriptiva y de motivación, a pesar que no se explicita en el texto, este tipo de justificación muestra un tipo de validación práctica, sobre las condiciones de construcción de los objetos geométricos. Adicional a lo anterior se constata el interés por elaborar modelos geométricos que guarden similitud con la forma y funcionamiento del fenómeno representado manifestando de este modo la motivación en las involucradas. Aunque se muestra la fuerte inclinación de la estudiante y su promotora por cumplir con los requerimientos del trabajo escrito (la sistematización), no llegan al nivel de justificación teórica.

A partir de este análisis se puede considerar la emergencia de prácticas matemáticas que responden a justificaciones y/o validaciones tanto prácticas como teóricas. Por ello es esencial que se continúen estudios que permitan conocer a mayor profundidad las características de las prácticas "no convencionales", mostrando su potencialidad en la enseñanza de la matemática, con miras a ser integradas al currículo matemático escolar.

RECONOCIMIENTO

Este trabajo se ha realizado al amparo del proyecto de investigación No. CH-0510-15, adscrito al Centro de Estudios Matemáticos y Físicos (CEMAFI) y financiado por el Consejo de Desarrollo Científico, Humanístico y Tecnológico (CONDES) de la Universidad del Zulia, Venezuela.

REFERENCIAS

- Acosta, M. (2007) La teoría antropológica de lo didáctico y las nuevas tecnologías. L., Higuera, A., Castro, y F., García. (Coord.). *Sociedad, escuela y matemáticas: aportaciones de la teoría antropológica de lo didáctico* (pp. 85-100). Jaén, España: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Jaén.
- Acosta, M. (2010). Dificultades de los profesores para integrar el uso de Cabri en clase de geometría. Experiencias de un curso de formación docente. *Tecné, episteme y didaxis: Revista de la Facultad de Ciencia y Tecnología*, 28(1), pp. 57-72.
- Álvarez, Y. (2005). ¡Auxilio! No puedo con la matemática. *Revista Iberoamericana de Enseñanza de la Matemática Equiángulo*, 2(1), pp.1-6.
- Arenas, A (2012). Presentación del Libro. En Y., Sandoval, A., Arenas, E., López, J., Cabero, y J., Aguaded. (Coord.). *Las tecnologías de la información en contextos educativos: nuevos escenarios de aprendizaje* (pp. 13-16). Cali, Colombia: Editorial Universidad Santiago de Cali.
- Artigue, M. (2014). ¿Qué pilares fundamentales deberían orientar la educación científica en primaria y secundaria? En G. Caetano (Coord.), *Formar Ciudadanos del Conocimiento: El Desafío de una Educación Científica para Todos*. Seminario – Taller realizado en Montevideo, Uruguay.
- Artigue, M. (2012). *Challenges in basic mathematics education*. Paris: UNESCO. Recuperado de <http://unesdoc.unesco.org/images/0019/001917/191776e.pdf>
- Benítez y Sánchez (2015). La locomotora a Vapor. En *Memorias del I Encuentro de Clubes GeoGebra del Estado Zulia* (Comp.) (pp. 121-126). Maracaibo, Venezuela: A.C. Aprender en Red.
- Bosh, M., (2003). Un punto de vista antropológico: la evolución de los "elementos de representación" en la actividad matemática. En *Cuarto simposio de la sociedad española de investigación en educación matemática*. (Comp.) (pp.15-28). Huelva, España: Servicio de Publicaciones Universidad de Huelva.
- Castela, C. (2009). La noción de praxeología: un instrumento de la teoría antropológica de lo didáctico posible útil para la socioepistemología. En *Acta Latinoamericana de Educación Matemática Vol. 22*. (Comp) (pp. 1195-1205). Mexico, D.F.
- Cervantes, A., Rubio, L. y Prieto, J.L. (2015). Una propuesta para el abordaje de la refracción y reflexión total interna utilizando el GeoGebra. *Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo*, 4(1), pp.18-28.
- Covian, O., y Romo, A. (2014). Modelo Praxeológico Extendido una Herramienta para Analizar las Matemáticas en la Práctica: el caso de la vivienda Maya y levantamiento y trazo topográfico. *Boletim de Educação Matemática*, 28(48), pp.128-148.
- Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), 221-266.

- Chevallard, Y. (2002). Organiser l'étude 1. Structures et fonctions. En J. Dorier, M. Artaud, M. Artigue, R. Berthelot y R. Floris (Eds), *Actes de la 11e École d'Été de didactique des mathématiques* (pp. 3-22). Grenoble: La Pensée Sauvage.
- Chevallard, Y., Bosch, M. y Gascón, J. (1997) *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*. Barcelona: ICE-Horsori.
- Clark, D., Nelson, B., Sengupta, P., & D'Angelo, C. (2009, September). Rethinking science learning through digital games and simulations: Genres, examples, and evidence. *Presented at the Learning science: Computer games, simulations, and education workshop sponsored by the National Academy of Sciences*, Washington, D.C.
- Gamboa, R. (2007). Uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, 2(3), pp. 11-44.
- Gascón, J. (1998). Evolución de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 18(1), pp.7-34.
- González, A., Molina, J. y Sánchez, M. (2014). La matemática nunca deja de ser un juego: investigaciones sobre los efectos del uso de juegos en la enseñanza de las matemáticas. *Educación Matemática*, 26(3), pp.109-133.
- Hilton, M. & Honey, M.A. (2011). *Learning science through computer games and simulations*. Washington, DC: The National Academies Press.
- Laborde, C. (1997). Cabri-geómetra o una nueva relación con la geometría. En L. Puig. (Ed.), *Investigar y Enseñar. Variedades de la Educación Matemática* (pp.33-48). México: Grupo Editorial Iberoamérica S.A. de C.V.
- Larios, V., y Gonzalez, N. (2010). Aspectos que influyen en la construcción de la demostración en ambientes de geometría dinámica. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (Relime)*, 13(4), pp. 147-160.
- Prieto, J.L. y Gutiérrez, R.E. (Comps.). (2015). *Memorias del I Encuentro de Clubes GeoGebra del Estado Zulia*. Maracaibo, Venezuela: A.C. Aprender en Red. Disponible en: http://www.aprenderenred.com.ve/docs/Memorias_I_Encuentro_de_Clubes_GeoGebra_del_Estado_Zulia.pdf
- Romo, A. (2014). La modelización matemática en la formación de ingenieros. *Educación Matemática*, 25(E) pp.314-338.
- Rubio, L., Prieto, J. y Ortiz, J. (2016). La matemática en la simulación con GeoGebra. Una experiencia con el movimiento en caída libre. *IJERI: International Journal of Educational Research and Innovation*, (5), pp. 90-111.