EL DISCURSO MATEMÁTICO ESCOLAR DEL INFINITO Y LOS CONFLICTOS

Patricia Lestón
Instituto Superior del Profesorado "Dr. Joaquín V. González". Buenos Aires, Argentina
patricialeston@gmail.com

Resumen
El infinito ha sido estudiado a lo largo de los años y desde diversos marcos teóricos, con diversos objetivos: el acercamiento al aula, la identificación de obstáculos, la evolución del concepto, entre otros. En nuestro caso, la búsqueda estuvo guiada por la necesidad de comprender los motivos por los cuales existen tantas dificultades en la construcción de nociones asociadas al cálculo, que entendemos, descansan sobre la noción de infinito, desde una visión socioepistemológica. En este estudio, hemos encontrado que el discurso matemático escolar, y los docentes, como representantes de ese discurso, plantean en las aulas situaciones y lenguajes que generan conflictos: el discurso se mueve en dos campos, uno analítico y uno algebraico, tanto para las funciones como para el infinito, que hacen que el alumno se sienta enfrentado continuamente entre lo que se dice, lo que se define y lo que se hace.

Introducción
La escuela actual responde a las necesidades de una comunidad de la que es parte, que determina qué conocimientos deben construirse al seno de ella y qué otros conocimientos pueden ser relegados o dejados de lado. El discurso matemático escolar predominante de la escuela media en la Argentina, tiene como uno de sus contenidos más relevantes a las funciones, que inunda a los currículos de al menos tres de los cinco años de educación secundaria obligatoria. Se incluyen en el estudio y tratamiento de las funciones gran cantidad de elementos. Pero uno que es central en la comprensión y análisis de las funciones es la noción de infinito. Y sin embargo esa noción no es parte de ninguno de los currículos de la escuela media. ¿Por qué? Se parte del supuesto que la familiaridad del término en escenarios no escolares hace que los docentes y los investigadores que diseñan los contenidos de la escuela asuman que no es una necesidad (Lestón, 2008). También se puede considerar que la complejidad propia del concepto sea una de las razones por las cuales esto ocurre.

El planteo que se propone como eje de esta investigación puede comprenderse a partir de dos preguntas:

> *¿Cuál es la noción de infinito necesaria y cuál aquella que está presente en el discurso matemático escolar de la escuela media; y en la carrera de profesorado de matemática, donde se incluye el estudio del trabajo de Cantor?*
> *¿Cómo hacer para acercar a la escuela media un infinito funcional a sus necesidades, en tanto en ese contexto se respete el infinito intuitivo ya construido en escenarios no escolares?*

En el fondo, lo que se desea es recuperar para la escuela el sentido de una de las nociones que más fuertemente se usan en el discurso matemático. No se puede esperar que de manera natural se logre la uniformidad de pensamientos entre el infinito matemático que piensa el docente, el infinito matemático que necesita el discurso (que no es por lo general el mismo) y el infinito no escolar del alumno.

La socioepistemología como marco teórico de esta investigación

Creemos que es la socioepistemología el marco teórico que nos ha dejado crecer en su seno, ver las realidades de nuestras aulas de la manera en que lo hacemos, y preguntarnos las cosas que nos permite esta aproximación sistémica, que pone el foco en los procesos de construcción que se dan al seno de una comunidad.

> Las investigaciones que hemos desarrollado a fin de "hacer ver" la postura descrita, han seguido una aproximación sistémica que permite tratar con las cuatro componentes fundamentales de la construcción social del conocimiento, a saber; su naturaleza epistemológica, su dimensión sociocultural, el plano cognitivo y los modos de transmisión vía la enseñanza. Esta aproximación múltiple ha sido nombrada como el acercamiento socioepistemológico (Cantoral, 2001, p. 65)

La construcción social de ese conocimiento es el foco de la mirada: entender que todo conocimiento es producto de una necesidad y una serie de acciones que están sustentadas por una idea que las provoca y en un escenario sociocultural particular que permite que acontezcan.

> Se trata, entonces, de identificar o construir aquellos marcos o prácticas de referencia en los que se manifieste el uso del conocimiento matemático […] Ahí aparecerán elementos que no corresponden a las justificaciones razonadas que norman alguna estructura lógica, sino que atañen a la utilidad del participante en la situación específica. Es por eso que no nos importa el estudio del conocimiento matemático, sino el estudio de la función del conocimiento matemático. (Cordero, Cen Che y Suárez Téllez, 2010, p. 189)

Sin una necesidad no hay construcción, sin uso no hay acción. La socioepistemología proclama estas ideas, declara que es ese tipo de situaciones las que debemos acercar al aula. Y propone para ello una mirada global, sistémica, compleja, que incorpora todo aquello que interviene en los momentos de construcción de conocimiento. Como eje rector de la mirada que propone el marco, se define dentro de esta aproximación teórica una noción que ha sido eje de muchas investigaciones, la de **práctica social**. Consideramos como definición de esta noción la propuesta por Cantoral, Farfán, Lezama, Martínez Sierra (2006).

> La *práctica social* la entendemos como <u>normativa</u> de la actividad, más que como actividad humana reflexiva o reflexión sobre la práctica [...] De este modo, se pretende explicar los procesos de construcción, adquisición y difusión del saber con base en prácticas sociales. En sus investigaciones, los socioepistemólogos reportan más bien caracterizaciones del ejercicio de las prácticas que anteceden a la producción o construcción de conceptos y al desarrollo del saber. (Cantoral, Farfán, Lezama, Martínez Sierra, 2006, p. 85)

Ahora sí, sabemos cómo mirar nuestra realidad, cómo identificar lo que es importante (prácticas en lugar de objetos), y qué debemos hacer con eso que encontramos. Sin embargo, las prácticas sociales, como definen Cantoral et al (2006), no son acciones sino normativas, o sea, no son visibles. Y entonces los problemas de no saber qué buscar se transforman en cómo poder encontrar aquello que no puede ser observado de manera directa. Sin embargo, otros investigadores de este campo y de esta aproximación teórica han ido desarrollando elementos que dan pautas de qué debemos tener en cuenta para ver aquello que es invisible.

Por un lado, una noción que permite situar a las prácticas sociales es la de **escenario sociocultural**, que define Crespo Crespo (2007), tomando como base elementos de la psicología ecológica.

> **Escenario sociocultural:** son los ámbitos en los que actúan los grupos sociales. Están definidos por prácticas culturales específicas que manifiestan necesidades de tipo ideológico, psicológico, fisiológico o ambiental de los individuos que constituyen las sociedades específicas. En estos escenarios se explicitan peculiaridades históricas y cotidianas, de carácter filosófico, epistemológico, ideológico, o podemos decir más generalmente: culturales (Crespo Crespo, 2007, p. 7)

Los escenarios sí son visibles, podemos entender de manera directa que cada grupo actúa de acuerdo a uno de esos escenarios. Todos esos escenarios hacen aportes a la manera en que las personas piensan y entienden al conocimiento matemático. Y si bien no todas las personas son parte de todos esos escenarios, sí ocurre que por lo general, se transita por más de un escenario. Espinoza (2009), aporta a la comunidad y a la teoría otro elemento que construye sobre la idea de escenario sociocultural, y es la noción de **contexto de significación**.

> El contexto de significación de cierto conocimiento es el ámbito en el cual cierta persona o colectivo sitúa la significación de cierto conocimiento en cierto escenario sociocultural. Estos contextos nos permitieron acercarnos a la mirada de los autores respecto a sus obras, de manera de entender las intencionalidades subyacentes y las ideas germinales de las obras. Los contextos de significación de ciertos conocimientos tiene tres dimensiones: la situacional, la sociocultural y la de la racionalidad, en las cuales se sitúa la significación del conocimiento matemático. (Espinoza, 2009, p. 150)

El escenario sociocultural se transforma entonces en un ámbito de interacción sociocultural que, además de estar vivo y siendo modificado continuamente por sus actores, permite construir significados propios de una comunidad a un conocimiento de acuerdo a las necesidades y cultura propia de esa comunidad. Podemos decir que de esta manera, la comunidad que construía conocimiento en base a las prácticas sociales que normaban las acciones, tiene un ámbito que hace que esas normas estén sujetas a otras, más generales y que norman no sólo la manera de hacer las cosas sino de entender sus necesidades y proponerse preguntas que harán que aparezcan prácticas que normen acciones. La práctica social de una comunidad estará entonces sujeta a un contexto de significación que, como escenario sociocultural, hará que el problema que surge de esa realidad se aborde en función de un bagaje cultural y cuya construcción de conocimiento se dé asociada a un significado que es el necesario para los requerimientos de esa comunidad.

Las representaciones sociales como herramienta de la socioepistemología

Tenemos entonces en el marco que nos cobija una cantidad importante de herramientas para poder detectar elementos que han aportado a la construcción del conocimiento matemático, para recuperar esos significados que dan las prácticas sociales a los conceptos y procesos. En esta investigación, sin embargo, resultó necesario observar otras cuestiones. Dentro del aula ya se han ido construyendo diversos conocimientos, los alumnos que tenemos también han ido construyendo conocimientos fuera de las aulas, que entran con ellos en nuestras clases. Y existen evidencias que muchas veces esas construcciones que ya han logrado llegan como obstáculos a nuestra tarea docente. (Lestón, 2008). Pero el problema que enfrentamos es que de esas construcciones no se tienen más evidencias que lo que se ve y se oye en las propias aulas. La psicología social brinda elementos, que creemos pueden transformarse en una **herramienta** en nuestro marco para poder observar puntualmente las cuestiones relacionadas con lo cognitivo que interviene en la construcción del conocimiento. La Teoría de las Representaciones Sociales reconoce a lo social como elemento de construcción de la realidad. Consideramos inicialmente dos cuestiones que al menos justifican que nos permitan el intento.

> Parto del hecho de que las personas no construyen sus pensamientos en aislamiento, sino que se influyen unas a otras sobre la base de las verificaciones colectivamente compartidas, referidas a los objetos que conforman su realidad. [...] Las representaciones sociales dan sentido a nuestras creencias, ideas, mitos y opiniones para invadir de significado a las cosas y nos ayudan a comprendernos unos a otros, con base en las operaciones de las sociedades en las cuales vivimos con énfasis en los procesos de comunicación. (Vergara Quintero, 2008, p. 59)

El objetivo de la TRS es ver cómo se construye la realidad **mientras está ocurriendo**. La socioepistemología no sólo mira esto, mira también hacia atrás, al momento en que el conocimiento se constituyó y en función de qué situaciones y en qué condiciones. Es la mirada sistémica de la socioepistemología, a través de sus herramientas, la que le permite comprender la construcción social del conocimiento matemático.

Las prácticas sociales asociadas al infinito

Se pueden identificar a lo largo de la historia dos procesos que van apareciendo alternadamente y que buscan dar respuesta a la misma necesidad: definir cuál es la extensión del espacio, o mejor dicho, modelizar el universo.

Se puede asegurar que es Newton el que primero llega a la afirmación de un universo infinito, a partir de la distinción que hace entre espacio absoluto y espacio relativo. Ese infinito del que Newton habla es el infinito físico, que existe en el espacio absoluto para que el otro espacio, el relativo, pueda existir. Lo que logra Newton con esto último es la matematización del espacio desde la geometría, es decir, se construye la geometrización del espacio, logrando así que ese infinito de la física presente en la extensión real del universo, se transforme en el infinito de la matemática, vinculado al tamaño, lugar o extensión.

Ese infinito relacionado con el movimiento, con la posibilidad de variar de posición un objeto a lo largo del tiempo sin que nunca llegue a un lugar donde deba detenerse, es el que puede asociarse con el infinito de la geometría y el estudio de las curvas al modo que Newton las concebía, y con el infinito del análisis, al modo en que está presente en el discurso matemático escolar actual. El contexto de significación en el cual se dan estas caracterizaciones del infinito, es el contexto del análisis, reconocido como una de las producciones en las cuales Newton tuvo más protagonismo. Lo que Newton necesitaba hacer era concebir y explicar el movimiento, poder medirlo, y para eso necesitaba un marco que le quitara los límites. Eso se lo dio el universo infinito otorgando a la matemática un nuevo objeto científico.

Es la medida de movimiento, en particular la “noción de cantidad” lo que hace que se dé en la historia de la matemática otra construcción del infinito, una que es concebida desde las cantidades y que es la que ha inundado al discurso matemático escolar del álgebra superior de las instituciones formadoras de docentes en la Argentina. Esa construcción es la que realizó Cantor.

Cantor estaba también intentando realizar una tarea de modelización, no ya del universo sino de todo aquello que fuera conocimiento de las ciencias naturales a partir de un sistema conceptual formalmente matemático. Bajo esa idea, en la búsqueda de ese sistema, es que replantea la modelización del universo, pero no ya desde cuestiones relativas a la física, sino a las cantidades, noción que después de Newton se transforma en eje rector de muchos de los avances de la matemática (Camacho, 2004). Es en la matematización de esas cantidades, relacionadas con la extensión del espacio, que Cantor logra la definición de su infinito, el infinito de la matemática. Las cantidades de las que Cantor se ocupa se vinculan de manera directa con los números y con la acción de contar.

En ese contar, se pueden clasificar a las cantidades en contables, incontables, y aquellas que no pueden contarse por su propia naturaleza ontológica y no por la imposibilidad humana de llegar al final antes de que se le acabe el propio tiempo. Así como se dice en el párrafo anterior que Newton logra la geometrización del espacio, puede afirmarse que Cantor logra la aritmetización de las cantidades infinitas, construyendo así un infinito que responde a la noción de cardinalidad y a lo que se entiende es el infinito del álgebra, que se desarrolla dentro de ese contexto de significación.

Estos dos infinitos, el del álgebra y el del análisis, son parte del discurso matemático escolar, aunque sólo uno de ellos es parte de lo que el discurso quiere construir, aquel que Cantor logró formalizar a través de su aritmética transfinita. El otro, el de Newton, aquel que permite entender las nociones de cálculo, aparece pero es ignorado, aún cuando es evidente que su presencia no transparentada es uno de los grandes problemas de la educación media actual.

Esta distinción entre el infinito del análisis y el infinito del álgebra puede entonces asociarse con el infinito potencial y el infinito actual, tal como se presentara a lo largo de la historia y como aún hoy aparecen en el discurso matemático escolar. Los problemas de aparición y construcción de cada uno, sin embargo, siguen estando presentes.

Lo que saben y piensan los estudiantes en relación al infinito

El objetivo de la presente investigación fue planteado en dos sentidos, y es de ese modo que se pretenden analizar los resultados: por un lado, detectar las características que tienen el infinito que está presente en el discurso matemático escolar de la escuela media; y por otro, analizar cuáles son las construcciones que del infinito se hacen en la formación docente.

Resultó evidente frente a las primeras indagaciones, que el infinito de Cantor, el que responde a la cardinalidad, el que se construye en el Profesorado; no es el que resulta de utilidad en la escuela media. Los futuros docentes con los que se analizó la obra de Cantor y Bolzano lo declaran sin lugar a dudas. Reconocen que esa construcción resuelve la manera de ver al infinito vinculado con los conjuntos infinitos, entienden que ese infinito es el infinito en acto de los griegos, y el propio infinito actual de Cantor. Sin embargo, puestos a responder sobre el infinito que aparece en el discurso matemático escolar de la escuela media, reconocen que no es ese el que se necesita para comprender los conceptos y herramientas del cálculo, alrededor de las cuales gira la mayoría de los contenidos de los diseños curriculares de matemática.

A pesar de eso, puestos a proponer una manera de revertir los problemas que son capaces de detectar, sienten la necesidad de recurrir a lo construyeron en relación al trabajo de Cantor, aún cuando al analizar lo hecho por Bolzano, se quedan con pocos argumentos. La naturaleza de la formación docente de Argentina lleva a los alumnos a pensar que lo que no se puede definir correctamente no puede ser parte de lo que se hace en el aula. La búsqueda continua de rigurosidad y formalismo hace que los alumnos caigan en propuestas que ellos reconocen no puede ayudar a lo que los alumnos de escuela media necesitan.

Cantor construyó un infinito sustentado por una teoría de conjuntos que permite explicar la naturaleza de los conjuntos infinitos. Y no sólo eso, sino que logró la definición de los números transfinitos, de la manera de operar con esos números, y de la demostración de distintos tipos de infinito. Ese infinito, algebraico, asociado a las cantidades, que permite responder a la acción de contar, no es el infinito que permite explicar lo que ocurre con lo que varía, que es finalmente lo que se encuentra en las escuelas secundarias.

Es Newton el que logra caracterizar el infinito asociado a lo que varía, ya que la construcción del infinito que él hace nace desde el movimiento, desde la propia variación de posición de lo que se desplaza. Ese infinito, vinculado con la física y el análisis, es el que la escuela necesita para comprender las cuestiones relacionadas con el cálculo, con los límites, con los cambios y la variación.

El problema es que la manera en que la escuela media presenta a las funciones no está sustentada por un discurso de lo dinámico, de las relaciones entre conjuntos. Y es ahí, en esa pérdida del discurso variacional, donde se perdió la posibilidad de ver al infinito vinculado con el movimiento. El discurso matemático escolar del cálculo en las escuelas medias de la Argentina define y trata a las funciones como subconjuntos de productos cartesianos entre conjuntos. Desde ese lugar, la coherencia debería estar dada por la inclusión del infinito de los conjuntos en el mismo discurso. Pero resulta que, de esa manera, la idea que sustenta el estudio de límites y derivadas, la de cambio, queda oculta atrás de lo estático y acabado de la teoría de conjuntos.

Esta visión aparece de forma manifiesta en el estudio que se realizó alrededor de las representaciones sociales de los alumnos vinculadas con el infinito. Los alumnos con los que se trabajó el cuestionario de evocaciones libres en relación lo que es el infinito, resulta revelar que lo pueden responder está vinculado de manera directa con las ideas de cardinalidad, con aquello que han estudiado de libros, en lo que han sido evaluados y que está escrito en el lenguaje que eligen para expresar la matemática. No pueden pensar en un infinito analítico para el cual no tienen una definición y, peor aún, nadie se las puede proponer de manera rigurosa. El infinito analítico, que aparece como noción asociada con lo que piensan cuando lo hacen con el infinito matemático, es sólo un término, no una idea, no un concepto. El vacío detectado en relación a las respuestas que pueden dar a aquello que reconocen como un problema del discurso matemático escolar de la escuela media, hizo necesario el estudio del infinito en el contexto en que los estudiantes lo reconocen en ese discurso, como noción que aparece fuertemente asociado a las funciones. Es el análisis lo que le da al infinito un contexto de significación en la escuela secundaria actual, y fue ese contexto el que se consideró al momento de intentar descubrir qué ideas comunes hay compartidas en relación a este término. Esta tarea se realizó en los dos ámbitos en que se desarrolla este trabajo: la escuela media y el instituto de formación docente. Las respuestas, sin embargo, no marcan la distancia de formación matemática entre ambas. Las funciones están tan vacías de significado en uno como en otro escenario.

Los alumnos que respondieron al cuestionario han construido un discurso conjuntista para las funciones, pueden explicar los procesos de cálculo de límites y velocidad de cambio. Sin embargo, no pueden darle sentido a lo que significa lo que hacen o los resultados a los cuales llegan. No pueden presentar un discurso coherente en relación a lo que representa una gráfica, que pueden construir sin ningún problema cuando se les haya dado una fórmula que la representa. Resulta ser que el análisis, que es el contexto de significación del infinito de la variación, no es contexto de significación para ninguna de las nociones del análisis: ni las funciones, límites y derivadas, tienen significado, no hay un contexto de significación para ellas, sino una serie de algoritmos que se reproducen a la perfección para lograr superar lo que el contrato didáctico demanda.

Una situación similar pudo detectarse en las entrevistas en profundidad realizadas con tres estudiantes del Profesorado. El impacto que les produjo el estudio del trabajo de Cantor es innegable, y es ese tratamiento del infinito el que inicialmente creen va a ayudarlos a enfrentar su tarea como docentes de la escuela media. Pero al indagar y enfrentarlos con sus propias concepciones y lo que saben de análisis, así como lo que recuerdan de su formación en la escuela media, aparece el vacío, la dificultad para aceptar que eso que los impactó, los convenció e hizo asombrarse por el descubrimiento de lo inesperado. Y el único infinito que pueden reconocer con relación a la variación es el que tenían antes de llegar al

Profesorado, ese que se construye de pequeños y que no tienen manera de fundamentar desde lo que les han enseñado es el conocimiento matemático.

Conclusiones

El infinito que se detectó es necesario para la escuela secundaria, resulta ser entonces el que nace de la visión dinámica de lo que se mueve, el que se construye en la búsqueda de los límites del espacio, el que llega a Newton habiendo nacido de la contemplación de los pueblos más antiguos. Ese infinito, que está más próximo que cualquier otro al que todos construimos desde la intuición, es el que los alumnos precisan para entender lo que sustenta a las funciones. Sin embargo, el infinito sólo no alcanza. El discurso matemático escolar hace uso de una forma de entender las funciones que están enfrentando con ese infinito. Si el infinito que tiene sentido para el análisis es dinámico, entonces el registro en que presentan las funciones debería también ser dinámico. Mantener a las funciones en un registro estático e intentar construir un infinito dinámico sería introducir otro objeto de conflicto en la escuela. Es tan profundo el cambio que se necesita, que sólo la identificación del tipo de infinito involucrado resulta insuficiente.

El infinito de Cantor es estático, responde a cardinalidad de conjuntos y desde ese lugar es contradictorio con la continuidad que se necesita para el tratamiento de las funciones. Es el infinito que caracteriza a los conjuntos que son infinitos en sí mismos, que responden al infinito propio, en acto y que no permite establecer un puente con la noción de variación que se mencionaba en la respuesta de la pregunta anterior. El contexto de significación de ese concepto, que es el álgebra y la teoría de conjuntos, no tiene lugar en la escuela media como tal. El discurso matemático escolar es un híbrido que no se define por ningún registro, que se mueve entre el álgebra y el análisis pero no se "casa" con ninguno. Las funciones son relaciones entre conjuntos y, sin embargo, cuando hablamos de límite, hablamos de "moverse hacia" o "aumentar" o "acercarse a". Y ese lenguaje que usamos hace pensar en movimiento. Pero no construimos las funciones desde el movimiento. Las contradicciones del discurso son enormes.

La manera de presentar las funciones debe ser modificada de raíz, es necesario incluir lo dinámico en el tratamiento de las funciones. Pero no sólo es necesario acercar lo dinámico a las funciones, hay que realizar un rediseño del discurso teniendo en cuenta primordialmente la **coherencia** de lo que se hace, se define y se dice. El infinito del álgebra que se construye en las instituciones de formación docente, el que responde a la cardinalidad y el que se muestra antiintuitivo, creemos debe mantenerse en el Profesorado, porque es indiscutible el importante rol que ocupa, así como el impacto que tiene para uno de los campos del conocimiento matemático. Además porque la fuerza con la que permea el pensamiento de los futuros docentes sugiere que no deberíamos perder lo que conmueve de esa manera, y que resulta de una belleza innegable.

El rediseño que se hace necesario es muy complejo, profundo, y lamentablemente en el sistema educativo argentino los cambios se hacen alejados de la investigación educativa, ya que quiénes los hacen lejos están de la tarea educativa. Creemos que el lugar donde podemos impactar es en el Profesorado y cambiar las nociones que los futuros docentes construyen en esa institución; porque de esa manera ellos cambiarán el discurso de las aulas cuando estén desenvolviéndose como docentes. El impacto será entonces en las mentes y manos de los docentes y no en los papeles, que para los que están inmersos en el sistema, poco importan.

Referencias Bibliográficas

Cantor, G. (2006). *Fundamentos para una teoría general de conjuntos. Escritos y correspondencia selecta*. J. Ferreirós (Ed.), Barcelona: Crítica.

Cantoral, R. y Montiel, G. (2001). *Funciones: Visualización y Pensamiento Matemático*. México: Pearson Education.

Cantoral, R., Farfán, R.; Lezama, J. y Martínez Sierra, G. (2006). Sociología y representación: algunos ejemplos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, Número especial*, 83-102.

Cordero, F., Cen Che, C. y Suárez Téllez, L. (2010). Los funcionamientos y las formas de las gráficas en los libros de texto: una práctica institucional en el bachillerato. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa 13 (2),* 187-214

Crespo Crespo, C. (2009). El aula de matemática, hoy: una mirada desde la docencia y la investigación en Matemática Educativa. En P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 22*, 1145-1153. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Koyré, A. (2008). *Del mundo cerrado al universo infinito.* Buenos Aires: Siglo XXI editores.

Lestón, P. (2008). *Ideas previas a la construcción del infinito de escenarios no escolares*. Tesis de Maestría no publicada. CICATA del IPN, México.

Lestón, P. (2011). *El infinito en el aula de matemática. Un estudio de sus representaciones sociales desde la socioepistemología*. Tesis de Doctorado no publicada. CICATA del IPN, México.

Zellini, P. (1991). *Breve historia del infinito.* Madrid: Ediciones Siruela