

## ANÁLISIS DE SIGNIFICADOS PARA MEJORAR LOS APRENDIZAJES EN PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN

Sandra Baccelli – Sergio Anchorena – Stella Maris Figueroa – Gloria Prieto  
sbaccelli@gmail.com – pollo\_mdp@yahoo.com – stellafigueroa@gmail.com –  
gloria.prieto1@gmail.com

Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Mar del Plata. Argentina

Tema: La Resolución de Problemas como Vehículo del Aprendizaje Matemático

Modalidad: CB

Nivel educativo: Terciario - Universitario

Palabras clave: significados, problemas de optimización, funciones semióticas, conflictos semióticos

### Resumen

*En este trabajo se presenta un análisis exploratorio descriptivo de las dificultades para resolver problemas de optimización de un grupo de estudiantes de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Mar del Plata, con el fin de extraer conclusiones que contribuyan a mejorar la enseñanza de este tema. Se clasifican dichas dificultades utilizando el Marco Teórico-Methodológico provisto por el Enfoque Ontosemiótico de la Instrucción y la Cognición Matemática (EOS). Los resultados muestran que la mayoría de las dificultades detectadas se encuentran en la aplicación de algunos de los procedimientos empleados al resolver dichos problemas. También se observaron dificultades en los argumentos utilizados por los estudiantes para justificar o validar dichos procedimientos. En el análisis se comparan los significados evidenciados por los estudiantes en sus producciones con los significados pretendidos para la resolución de los problemas. Las divergencias entre ambos significados permiten identificar conflictos semióticos subyacentes que resultan insumos fundamentales para el diseño de nuevas estrategias de enseñanza, orientadas a favorecer la convergencia entre significados personales e institucionales. Se espera mejorar así los aprendizajes y, con ellos, las prácticas matemáticas específicas de los alumnos en la resolución de problemas de optimización.*

### Introducción

La búsqueda de soluciones óptimas, la elección del camino más corto, el mayor rendimiento de ciertas cuestiones, el ahorro de energía, etc. son problemas cotidianos que enfrenta el ser humano, por lo que se han desarrollado conceptos científicos que acercan una respuesta. En particular para los ingenieros la optimización es esencial en el desarrollo de su profesión: los problemas que los ingenieros deben resolver implican, casi siempre, como tarea específica, obtener la solución de un problema técnico optimizando el uso de los recursos disponibles. Por ejemplo, lograr la producción máxima, utilizando una dotación fija de recursos, o bien obtener un nivel de producción dado utilizando la mínima cantidad de recursos. Por lo anteriormente expuesto adquiere relevancia la enseñanza de procesos vinculados con la optimización.

En este contexto, los contenidos de matemática, referidos a máximos y mínimos relativos de funciones, se vinculan directamente con las competencias y capacidades necesarias para llevar adelante exitosamente este tipo de tarea.

Es por eso que resulta preocupante que la mayoría de los estudiantes de primer año de las carreras de ingeniería fracase en su resolución. Este es el caso del primer curso de Análisis Matemático de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Mar del Plata. Cuando, se proponen problemas de optimización en las evaluaciones, la mayoría de los estudiantes ni siquiera aborda estos problemas. Mientras que los que lo intentan evidencian dificultades en el análisis, en el planteo y en el desarrollo de los mismos.

Este trabajo se focaliza en el análisis exploratorio respecto de las posibles causas originadas de esta dificultad en los procedimientos intervinientes en problemas de optimización. Para dicho análisis se plantean los siguientes objetivos:

- Identificar conflictos semióticos en la resolución de problemas de optimización mediante la comparación de los significados evidenciados por los estudiantes en sus producciones con los significados pretendidos para la resolución de los problemas
- Obtener información relevante para el diseño de estrategias de enseñanza.

A continuación se presentan los elementos del marco teórico utilizados en este trabajo.

### Marco teórico

El Enfoque Ontosemiótico (EOS) de la cognición e instrucción matemática desarrollado por Godino, Batanero y Font (2009), pretende explicar y valorar los procesos que se producen en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, teniendo en cuenta el triple aspecto de la actividad matemática como actividad de resolución de problemas socialmente compartida, como lenguaje simbólico y como sistema conceptual lógicamente organizado.

Uno de los conceptos centrales es el de *práctica matemática*, concebida como toda actuación o expresión (verbal, gráfica, etc.) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución obtenida, validarla o generalizarla a otros contextos y problemas (Godino y Batanero, 1994). Las prácticas pueden ser características de una persona, o compartidas en el seno de una institución. En estas prácticas matemáticas intervienen objetos, que pueden ser *ostensivos* (símbolos, gráficos, etc.) y *no ostensivos* (conceptos, proposiciones, etc.), que son representados en forma textual, oral, gráfica o incluso gestual.

El significado de un objeto matemático se considera *institucional* cuando emerge de un sistema de prácticas matemáticas en un campo de problemas. Por otro lado, el significado de un objeto se considera *personal* cuando emerge de la práctica de una persona, y está igualmente asociado a la resolución de cierto tipo de problemas en una institución, donde las personas se encuentran involucradas en la resolución de una misma clase de situaciones problemáticas.

A la disparidad o discordancia entre los significados institucionales y personales se la denomina *conflicto semiótico*. Si dicha disparidad se produce entre significados institucionales hablamos de conflictos semióticos de tipo epistémico, mientras que si la disparidad se produce entre prácticas que forman el significado personal de un mismo sujeto los designamos como conflictos semióticos de tipo cognitivo. Cuando la disparidad se produce entre las prácticas (discursivas y operativas) de dos sujetos en interacción comunicativa (por ejemplo, alumno-alumno o alumno-profesor) hablaremos de conflictos (semióticos) interaccionales.

Los objetos que emergen de las prácticas van sufriendo transformaciones, incrementando el campo de problemas y modificando el sistema de prácticas para ampliar sus significados. En un primer nivel Godino, Batanero y Font, (2009), proponen los objetos denominados primarios: elementos lingüísticos en sus diversos registros, situaciones – problemas, conceptos, proposiciones, procedimientos, argumentos.

Estos objetos se relacionan formando *configuraciones*, pensadas como redes de objetos intervinientes y emergentes de los sistemas de prácticas, incluidas las relaciones que se establecen entre los mismos. Estas configuraciones pueden ser *epistémicas*, desde una mirada institucional, o *cognitivas*, desde un punto de vista personal.

Pochulu (2012) describe las relaciones existentes entre los objetos primarios diciendo: “En las configuraciones epistémicas o cognitivas, las situaciones-problemas son origen o razón de ser de la actividad, y las que vienen a motivar el conjunto de reglas que aparecen en ella. El lenguaje, por su parte, sirve de instrumento para la acción. Los argumentos justifican los procedimientos y proposiciones que relacionan los conceptos entre si, todo lo cual viene a regular el uso del lenguaje, que por su parte, sirve de instrumento para la comunicación” (pp.70)

Todos los objetos primarios que conforman las configuraciones pueden ejercer el rol de expresión o de contenido de una *función semiótica*. Plantear el aprendizaje en términos de significados, otorga una relevancia central al proceso mediante el cual un sujeto crea un significado vinculando una expresión con un contenido a través de una *función*

*semiótica* (Distéfano, Aznar y Pochulu, 2012, p.65). Esta se establece por un sujeto (persona o institución) de acuerdo a una regla de correspondencia. La función semiótica destaca el carácter esencialmente relacional de la actividad matemática y sirve para explicar algunas dificultades y errores de los alumnos, dado que los conflictos que causan equivocaciones en los alumnos no resultan de su falta de conocimientos, sino que son producto de no haber relacionado adecuadamente los dos términos de una función semiótica (Godino, Batanero y Font, 2009).

En la Tabla 1 se describen diferentes tipos de funciones semióticas según el objeto primario interviniente, teniendo en cuenta la clasificación presentada en Godino (2003).

Tabla 1. Tipos de funciones semióticas

Tipo de función semiótica	Contenido
<i>Lingüística</i>	Término, expresión, gráfico u otro elemento lingüístico
<i>Situacional</i>	Situación-problema
<i>Conceptual</i>	Concepto, definición
<i>Proposicional</i>	Propiedad o atributo del objeto
<i>Actuativa</i>	Acción u operación, algoritmo o procedimiento
<i>Argumentativa</i>	Argumentación

## Metodología

Se llevó a cabo una investigación exploratorio descriptiva. La población está formada por 183 alumnos de la asignatura Análisis Matemático A perteneciente al primer año de las carreras de la Facultad de Ingeniería de la UNMDP. Se administró el instrumento que se muestra en el Anexo 1, que propone la resolución de dos problemas de optimización, P1 y P2. Al momento de la toma de los datos ya habían concluido las actividades teóricas y prácticas referidas al tema en cuestión.

Para contrastar las producciones de los alumnos, en una primera etapa, se elaboraron las configuraciones epistémicas de ambos problemas en base a las resoluciones de expertos (Anexo 2). Los objetos primarios intervinientes en dichas configuraciones resultaron fundamentales para la asignación de significado. En una segunda etapa se establecieron funciones semióticas que tienen como antecedente un objeto primario y como consecuente las prácticas realizadas para resolver la situación problema. En la Tabla 2, se definen las funciones semióticas asociadas con el tipo de errores más frecuentes.

Dada las características en el planteo de cada problema, uno en el lenguaje coloquial y el otro en el geométrico, se consideró necesario desagregar la función  $F_1$  en sub-

funciones mostradas en la Tabla 3. Dichas funciones se establecieron para el P1 y permitieron explicar, con detalle, las dificultades que se originan en el planteo del problema mencionado.

Tabla 2. Funciones semióticas intervinientes en P1 y P2

Antecedente	Función semiótica	Consecuente
Condición del problema	$\xrightarrow{F_1}$	Relación entre variables que debe presentarse en la función a maximizar
Función área en dos variables	$\xrightarrow{F_2}$	Identificación de la función área a maximizar en dos variables
Función a maximizar en una variable	$\xrightarrow{F_3}$	Re-expresión en función de una sola variable la función área
Derivada de la función	$\xrightarrow{F_4}$	Función obtenida a partir de la aplicación de reglas de derivación a la función a maximizar.
Punto crítico	$\xrightarrow{F_5}$	Obtención del valor que hace cero la derivada primera o que no la define.
Posible extremo relativo	$\xrightarrow{F}$	Punto crítico que se verifica como extremo con algún criterio
Criterios para determinar si un valor crítico es un extremo relativo	$\xrightarrow{F_6}$	Variación del signo de la derivada primera en un entorno del punto crítico o signo de la derivada segunda en dicho punto o variación de la función en un entorno

En un tercer momento, se analizaron las configuraciones cognitivas correspondientes a cada problema en comparación con las configuraciones epistémicas. Los resultados obtenidos de analizar los objetos primarios de dichas configuraciones se volcaron en un protocolo, inspirado en algunos elementos del protocolo presentado por Malaspina (2007) en el análisis de las resoluciones en problemas de optimización. Se presenta en el Anexo 3 el protocolo del P2. Dicho análisis permitió detectar los errores más frecuentes en las resoluciones de los alumnos. Posteriormente se relacionaron las funciones semióticas con los errores mencionados con el fin de detectar posibles conflictos semióticos.

Tabla 3. Funciones semióticas desagregadas a  $F_1$  en P1

$F_1$	Rombo	$\xrightarrow{F_{11}}$	Cuadrilátero que tiene todos sus lados congruentes
	Diagonales de un Rombo	$\xrightarrow{F_{12}}$	Diagonales perpendiculares que se cortan en su punto medio
	Teorema de Pitágoras	$\xrightarrow{F_{13}}$	La suma del cuadrado de los catetos de un triángulo rectángulo es igual al cuadrado de la hipotenusa

### Análisis de los resultados

La baja cantidad de estudiantes que resuelven los problemas propuestos replica la situación que acontece en las evaluaciones parciales de la asignatura al momento de la corrección de estos problemas.

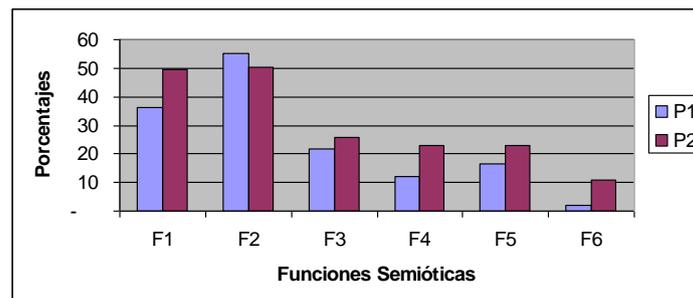
Si se tiene en cuenta como respuesta satisfactoria la de aquellos alumnos que encontraron el valor extremo, sin considerar si argumentaron o no por qué el valor obtenido es máximo es similar en un problema y en el otro, ambos cercanos al 30%

La Tabla 4 detalla el registro de las funciones semióticas correctamente establecidas en las configuraciones cognitivas, en ambos problemas

Tabla 4. Número de Funciones Semióticas correctamente establecidas

Función semiótica	F <sub>1</sub>		F <sub>2</sub>		F <sub>3</sub>		F <sub>4</sub>		F <sub>5</sub>		F <sub>6</sub>	
	Frecuencia	%										
P1	66	36	101	55	40	22	22	12	30	16	4	2
P2	91	50	92	50	47	26	42	23	42	23	20	11

El Gráfico 1 muestra los porcentajes, de funciones semióticas establecidas, calculados sobre las 183 configuraciones cognitivas analizadas



**Gráfico 1. Porcentaje de Funciones Semióticas establecidas correctamente**

La función F<sub>1</sub>, del tipo situacional-conceptual, evidencia que un 36% de los alumnos para P1 y un 50% para P2, tiene construido el significado personal asociado a la formulación de la ecuación que caracteriza la condición del problema. Si analizamos las funciones planteadas en la Tabla 3, necesarias para el establecimiento de F<sub>1</sub>, y se comparan con los errores en las resoluciones de los alumnos, se pone de manifiesto que estos alumnos construyen una dos *funciones semióticas erróneas* fe<sub>1</sub> y fe<sub>2</sub>, como se muestra en la Tabla 5.

Tabla 5. Funciones semióticas erróneas asociadas a F<sub>1</sub>

Rombo	fe <sub>1</sub> →	Cuadrilátero que tiene todos sus lados y sus ángulos congruentes
Diagonales de un Rombo	fe <sub>2</sub> →	Diagonales perpendiculares y congruentes

El establecimiento de fe<sub>1</sub> se produce en 58 de los 183 alumnos. Este error simplifica la resolución del problema al considerar como figura de análisis un cuadrado. Hecho que

también justifica de alguna forma la diferencia de porcentaje mostrado en Gráfico 1 entre P1 y P2. Se pone en evidencia la existencia de un conflicto semiótico  $C_1$ .

Las funciones proposicionales - actuativas  $F_2$  y  $F_3$ , tienen un comportamiento similar en ambos problemas. Los resultados  $F_3$  muestran la dificultad de los alumnos de determinar la función a maximizar, en una variable, incluso en aquellos que tienen establecidas las funciones  $F_1$  y  $F_2$ . Se produce aquí otro conflicto semiótico,  $C_2$ , que pone de manifiesto otra disparidad de significado.

La  $F_4$  es del tipo actuativa y no tiene grandes diferencias con  $F_3$  hecho que revela que, quienes han definido la función en una variable, derivan sin dificultad. La pequeña diferencia (22 alumnos en P1 contra 42 en P2) es previsible ya que el enunciado de P1, en el registro coloquial, presenta un nivel de dificultad superior para establecer  $F_4$ .

La función  $F_5$  es del tipo conceptual y tiene los mismos resultados que  $F_3$  y  $F_4$ .

El establecimiento de la función argumentativa  $F$  no se manifiesta en las producciones de los alumnos, por ello que no es evaluada en la Tabla 4. En la Tabla 6 se define la función semiótica errónea  $fe_3$  asociada a  $F$ .

Tabla 6. Funciones semióticas erróneas asociadas a  $F_1$

Punto crítico	$fe_3$ →	Si un valor es punto crítico entonces es extremo
---------------	-------------	--------------------------------------------------

El conflicto semiótico  $C_3$  que se desprende del uso, por parte de los estudiantes, de  $fe_3$  no permite el establecimiento de  $F_6$ , otra de las funciones argumentativas interviniente en estos problemas. Es notorio observar el bajo porcentaje alumnos que aplican alguno de los criterios para la determinación de extremos, sólo 4 alumnos en P1 y 20 en P2.

Los conflictos semióticos  $C_1$ ,  $C_2$  y  $C_3$  son del tipo interaccional ya que entre los distintos sujetos involucrados se produce la disparidad de significado.

### Conclusiones

El grado de detalle que proporcionan las herramientas teóricas y metodológicas del EOS revela el significado personal, ostensivo en cada uno de los integrantes de este grupo de alumnos, y el significado institucional referido a problemas de optimización.

Los dos ítems propuestos para resolver, si bien corresponden al mismo campo de problemas, están enunciados desde dos registros diferentes. Sin embargo, el porcentaje de funciones semióticas establecidas por los alumnos es similar.

Las funciones semióticas no establecidas explican los errores que cometen los alumnos al resolver estos problemas. Así mismo, las funciones mal establecidas permiten

identificar los conflictos semióticos C1, C2 y C3, que se evidencian a partir de la comparación entre significados personales e institucionales.

La función  $F_3$  está asociada a un procedimiento clave para la resolución satisfactoria de los problemas planteados. Se observa establecida en un cuarto del total de alumnos y representa aproximadamente la mitad de quienes establecieron tanto  $F_1$  como  $F_2$ . Esta situación lleva a conjeturar la presencia de un conflicto potencial, asociado a la notación de una función en dos variables, ocasionado posiblemente por el sistema de prácticas desarrollado en la asignatura.

Los resultados obtenidos en  $F_3$ ,  $F_4$  y  $F_5$  muestran que quienes pueden establecer correctamente la función en una variable, también derivan y encuentran sin dificultad el punto crítico.

El error cometido por los alumnos, al considerar el punto crítico como extremo, trae aparejado el bajo porcentaje que posee la función asociada  $F_6$ , que muestra la dificultad de los estudiantes en argumentar sus procedimientos en ambos problemas.

Los datos reflejados en este trabajo, permiten concluir que el significado personal no está construido en el grupo de alumnos. El análisis del significado institucional asociado a problemas de optimización y el estudio de la idoneidad del proceso de instrucción será un aporte que completa esta investigación, brindando más información que sea un insumo para el diseño e implementación de estrategias didácticas.

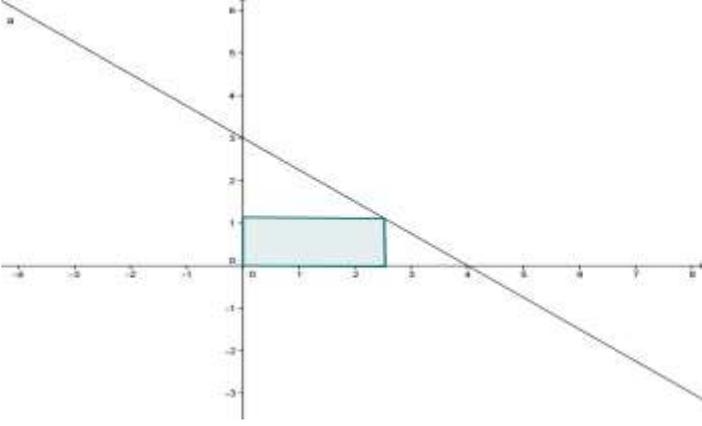
### Referencias bibliográficas

- Distéfano, M., Aznar, M., Pochulu, M. (2012). Errores asociados a la representación geométrica-vectorial de los números complejos: un análisis ontosemiótico. *Unión*, 30, 61-68.
- Godino, J. D., Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14 (3), 325-355.
- Godino, J. D. (2003). *Teoría de las funciones semióticas: Un enfoque ontológico-semiótico de la cognición e instrucción matemática*. Universidad de Granada. <http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/monografiatfs.pdf>. Consultado 1/10/2011.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2009). *Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. [http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/sintesis\\_eos\\_10marzo08.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/sintesis_eos_10marzo08.pdf). Consultado 12/8/2011.
- Malaspina, U. (2007). Intuición, rigor y resolución de problemas de optimización. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 10(3), 365-399.
- Pochulu, M. (2012). Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática. En Pochulu, M. y Rodríguez, M. (compiladores) *Educación Matemática: Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos*, 63-89. Editorial Universitaria Villa María: Villa María.

**Anexo 1.** Problemas de optimización propuestos.

**Problema 1 (P1)**  
 Determinar la mayor área que puede encerrar un rombo cuyo lado mide 1 metro. (Recordar que un rombo tiene todos sus lados congruentes y su área es la mitad del producto de sus diagonales).

**Problema 2 (P2)**  
 Determinar las dimensiones que debe tener un rectángulo con dos de sus lados sobre los ejes X e Y y el vértice opuesto al origen de coordenadas sobre la recta que pasa por (0,3) y (4,0), como el que se muestra en la figura, para que su área sea máxima.


**Anexo 2.** Configuraciones epistémicas de expertos

Objetos Matemáticos	Especificaciones P1	Especificaciones P2
Lenguaje	<p><b>Gráfico:</b> representación del rombo como figura de análisis, trazado de sus diagonales.</p> <p><b>Términos y expresiones:</b> longitud, área, cateto, hipotenusa, triángulo rectángulo.</p> <p><b>Notación:</b> <math>f(x)</math> como función área, <math>f'(x)</math> y <math>f''(x)</math> como derivada primera y segunda respectivamente. Lados y diagonal mayor y menor.</p> <p><b>Símbolos:</b> números, +, -, ( ), [ ], =, raíz cuadrada, <math>\Rightarrow</math>, <math>&lt;</math>, <math>&gt;</math>. El ostensivo “{” que abarca la expresión que representa el área y la de la aplicación del teorema de Pitágoras necesarios para el armado de la función.</p>	<p><b>Gráfico:</b> ejes cartesianos, gráfica de la recta, rectángulo apoyado en los ejes.</p> <p><b>Términos y expresiones:</b> dimensiones de un rectángulo, área, notación de derivada, ecuación de la recta de manera no ostensiva pero sí evidente por los puntos en los que corta a los ejes, igualdad, implicación.</p> <p><b>Notación:</b> <math>f(x)</math> como función área, <math>f'(x)</math> y <math>f''(x)</math> como derivada primera y segunda respectivamente. <math>x</math> e <math>y</math> como representación de los lados del rectángulo y como variables dependiente e independiente de la recta.</p> <p><b>Símbolos:</b> números, +, -, ( ), [ ], =, raíz cuadrada, <math>\Rightarrow</math>, <math>&lt;</math>, <math>&gt;</math>. El ostensivo “{” que abarca la expresión que representa el área y la ecuación de la recta o que sirve para agrupar algunas cuestiones con cierta relación.</p>
Situación – problema	Enunciado del problema de optimización.	Enunciado del problema de optimización.
Conceptos	<p><b>Previos:</b> Están implícitas las definiciones de rombo y de área. El enunciado da una parte de la definición, pues no se incluye que es un cuadrilátero paralelogramo, sólo se aclara que todos sus lados son iguales, característica necesaria para la resolución del problema. Respecto del área, se da la definición de la respectiva fórmula para el rombo, en forma coloquial, no simbólica, lo cual es apropiado al no haber gráfico en el enunciado sobre el cual referenciar los símbolos que aparecieran. Derivada primera y segunda. Máximo relativo.</p> <p><b>Emergentes:</b> Área máxima de un rombo para un lado de longitud dada.</p>	<p><b>Previos:</b> Área de un rectángulo, derivada primera y segunda, recta que pasa por dos puntos, distancia, dimensiones de un rectángulo, máximo relativo.</p> <p><b>Emergentes:</b> Área máxima de un rectángulo cuya altura está determinada por la pertenencia de un vértice a una recta dada.</p>

Objetos Matemáticos	Especificaciones P1	Especificaciones P2
<b>Proposiciones</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ El área de un rombo es la mitad del producto de sus diagonales.</li> <li>✓ La suma del cuadrado de los catetos de un triángulo rectángulo es igual al cuadrado de la hipotenusa.</li> <li>✓ Criterio de la derivada primera o segunda para la obtención de puntos Extremos.</li> <li>✓ Las diagonales de un rombo se cortan en su punto medio en forma perpendicular.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ El área de un rectángulo es el producto de sus lados.</li> <li>✓ Criterio de la derivada primera o segunda para la obtención de puntos extremos.</li> <li>✓ Dos puntos determinan en forma unívoca una recta.</li> </ul>
<b>Procedimientos</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Operaciones aritméticas elementales</li> <li>✓ Expresión de la función área en dos variables, las diagonales del rombo.</li> <li>✓ Planteo de la condición pitagórica considerando la mitad de las diagonales como catetos.</li> <li>✓ Expresión en función de una variable la función área.</li> <li>✓ Cálculo de la derivada primera y segunda de una función por medio de reglas.</li> <li>✓ Obtención del punto crítico</li> <li>✓ Cálculo del área</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Operaciones aritméticas elementales</li> <li>✓ Pasaje de la representación gráfica a la representación funcional recta, identificando pendiente y ordenada al origen.</li> <li>✓ Expresión de la función área en dos variables, la base y la altura del rectángulo.</li> <li>✓ Planteo de la recta dada como condición de pertenencia del vértice libre del rectángulo.</li> <li>✓ Expresión del área como función de una variable, sustituyendo la altura del rectángulo por la función lineal a la que pertenece el vértice libre del rectángulo. .</li> <li>✓ Cálculo de la derivada primera y segunda, aplicación de las reglas.</li> <li>✓ Obtención del punto crítico</li> <li>✓ Cálculo del área</li> </ul>
<b>Argumentos</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ La longitud de un lado es un valor numérico positivo.</li> <li>✓ Si la derivada segunda en un punto crítico es menor que cero entonces en ese punto existe un máximo relativo.</li> <li>✓ La medida de la diagonal que hace máxima el área de un rombo de lado 1cm determina la medida de la otra diagonal y específicamente su área.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Si a la izquierda o derecha de un punto de su dominio la función cambia de crecimiento existe máximo o mínimo</li> <li>✓ Si la derivada segunda en un punto crítico es menor que cero entonces en ese punto existe un máximo relativo.</li> <li>✓ La medida del lado de un rectángulo cuyos lados están sobre los ejes coordenados del primer cuadrante, de vértice libre perteneciente a la recta determinada por dos puntos, que hace máxima su área determina el otro lado.</li> </ul>

### Anexo 3. Protocolo para P2

Alumno	Halla lo pedido		Plantea la función área	Plantea la condición de pertenencia a la recta	Expresa la función área en una variable	Deriva la función área		Muestra sólo su resultado		Argumenta por qué el valor es óptimo		
	si	no				Correctamente	Incorrectamente	Correctamente	Incorrectamente	no	si	
											Correctamente	Incorrectamente